

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Самарский государственный технический университет» $(\Phi \Gamma EOV BO \ «Сам \Gamma T У»)$

УТВ	ЕРЖДА І	O:
Прс	ректор	по учебной работе
		/ О.В. Юсупова
П	п	20 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Б1.В.02.02 «Практико-ориентированный проект»

Код и направление подготовки (специальность)	01.03.02 Прикладная математика и информатика
Направленность (профиль)	Прикладная математика и информатика
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Очная
Год начала подготовки	2022
Институт / факультет	Институт автоматики и информационных технологий
Выпускающая кафедра	кафедра "Прикладная математика и информатика"
Кафедра-разработчик	кафедра "Прикладная математика и информатика"
Объем дисциплины, ч. / з.е.	216 / 6
Форма контроля (промежуточная аттестация)	Зачет, Зачет с оценкой

Б1.В.02.02 «Практико-ориентированный проект»

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки (специальности) **01.03.02 Прикладная математика и информатика**, утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от № 9 от 10.01.2018 и соответствующего учебного плана.

Разработчик РПД:

Доцент, кандидат физикоматематических наук, доцент (должность, степень, ученое звание)

Заведующий кафедрой

СОГЛАСОВАНО:

Председатель методического совета факультета / института (или учебнометодической комиссии)

Руководитель образовательной программы

А.П Котенко

(ΦΝΟ)

В.П. Радченко, доктор физико-математических наук, профессор

(ФИО, степень, ученое звание)

Я.Г Стельмах, кандидат педагогических наук

(ФИО, степень, ученое звание)

В.П. Радченко, доктор физико-математических наук, профессор

(ФИО, степень, ученое звание)

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми	1
результатами освоения образовательной программы	4
2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы	. 4
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов,	
выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на	
самостоятельную работу обучающихся	. 5
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам), с указанием отведенного	на
них количества академических часов и видов учебных занятий	5
4.1 Содержание лекционных занятий	6
4.2 Содержание лабораторных занятий	
4.3 Содержание практических занятий	6
4.4. Содержание самостоятельной работы	. 9
5. Перечень учебной литературы и учебно-методического обеспечения по дисциплине (модулю)	11
6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса	1
по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения	12
7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», профессиональных баз	
данных, информационно-справочных систем	12
8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесс	a
по дисциплине (модулю)	13
9. Методические материалы	13
10. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)	14

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Наименование категории (группы) компетенций	Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения (знать, уметь, владеть, соотнесенные с индикаторами достижения компетенции)
	Унив	версальные компетенции	
Разработка и реализация проектов	УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.1 Знает виды ресурсов и ограничений, основные методы оценки разных способов решения профессиональных задач	Знать виды ресурсов и ограничений, основные методы оценки разных способов решения профессиональных задач методами математического моделирования
		УК-2.3 Умеет проводить анализ поставленной цели и формулировать задачи, необходимые для ее достижения, анализировать альтернативные варианты	Уметь методами математического моделирования проводить анализ поставленной цели и формулировать задачи, необходимые для ее достижения, анализировать альтернативные варианты

2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы: **блок элективных дисциплин вариативной части**

Код комп етен ции	Предшествующие дисциплины	Параллельно осваиваемые дисциплины	Последующие дисциплины
УК-2	Правоведение; Системы искусственного интеллекта; Учебная практика: проектная практика; Экономика	Бизнес-планирование; Математические модели в задачах управления; Методы оптимизации; Прикладной регрессионный анализ; Производственная практика: научно-исследовательская работа; Производственная практика: научно- исследовательская работа (рассредоточенная)	Выполнение и защита выпускной квалификационной работы; Прикладной регрессионный анализ; Производственная практика: преддипломная практика; Теория игр и исследование операций

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества

академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Вид учебной работы	Всего часов / часов в электронной форме	5 семестр часов / часов в электронной форме	6 семестр часов / часов в электронной форме	7 семестр часов / часов в электронной форме
Аудиторная контактная работа (всего), в том числе:	48	16	16	16
Практические занятия	48	16	16	16
Внеаудиторная контактная работа, КСР	3	1	1	1
Самостоятельная работа (всего), в том числе:	165	55	55	55
выполнение проектов (групповых, индивидуальных)	60	20	20	20
написание рефератов	30	10	10	10
подготовка к зачету	15	5	5	5
подготовка к практическим занятиям	30	10	10	10
подготовка к участию в круглом столе (дискуссиях, полемиках, диспутах, дебатах)	30	10	10	10
Итого: час	216	72	72	72
Итого: з.е.	6	2	2	2

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам), с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Nº pagado da	Наименование раздела дисциплины		Виды учебной нагрузки и их трудоемкость, часы			
раздела			ЛР	П3	СРС	Всего часов
1	Постановка задачи оптимизации формирования железнодорожных составов.	0	0	8	55	63
2	Граф топологии железнодорожной сети.	0	0	26	55	81
3	Конечный автомат переработки актуальной информации в план перекомпоновки составов.	0	0	14	55	69
	КСР	0	0	0	0	3
	Итого	0	0	48	165	216

4.1 Содержание лекционных занятий

Учебные занятия не реализуются.

4.2 Содержание лабораторных занятий

Учебные занятия не реализуются.

4.3 Содержание практических занятий

№ занятия	Наименование раздела	Тема практического занятия	Содержание практического занятия (перечень дидактических единиц: рассматриваемых подтем, вопросов)	Количество часов / часов в электронной форме
		5 c	еместр	
1	Постановка задачи оптимизации формирования железнодорожных составов.	Классификация перегонов железнодорожной сети.	Электрификация перегонов. Пропускная способность. Системы блокировки.	2
2	Постановка задачи оптимизации формирования железнодорожных составов.	Классификация подвижного состава и парка локомотивов.	Назначение вагонного парка. Дополнительные ограничения. Тяговооружённость локомотивов.	2
5	Граф топологии железнодорожной сети.	Классификация станций.	Пропускная способность узлов железнодорожной сети. Ёмкость для передержки вагонов. Железнодорожная горка.	2
6	Граф топологии железнодорожной сети.	Задача минимизации ресурсов.	Матричные алгоритмы оптимизации на орграфах с разметкой рёбер и вершин. Случай многокритериальной оптимизации.	2
7	Граф топологии железнодорожной сети.	Дерево компоновки вагонов в один железнодорожный состав.	Свойства деревьев с разметкой рёбер и вершин. Критерии оптимизации при компоновке вагонов в один состав. Упорядочение алфавитных кодировок вершин деревьев.	2
17	Граф топологии железнодорожной сети.	Особенности перегонов железнодорожной сети.	Дополнительные ограничения. Однопутные сети. Многопутные сети.	2
18	Конечный автомат переработки актуальной информации в план перекомпоновки составов.	Конечные автоматы для перебора вершин деревьев. Алфавиты актуального состояния набора железнодорожных составов.	Конечный автомат с орграфом в виде дерева. Внешний алфавит дескрипторов вариантов вагонов. Выходной алфавит из возможных вариантов компоновки железнодорожных составов.	2

19	Конечный автомат переработки актуальной информации в план перекомпоновки составов.	Конечный автомат планирования оптимальной перекомпоновки составов.	Конечный автомат для решения задачи оптимизации перекомпоновки составов.	2
			Итого за семестр:	16
3	Постановка задачи оптимизации формирования железнодорожных составов.	Классификация вагонного парка, парка локомотивов и топологии железнодорожной сети в нестационарной детерминированной постановке.	Детерминированное изменение пропускной способности перегонов. Релейное по времени переключение в системах блокировки. Плановые изменения в классификации вагонного парка. Случай детерминированной переменной тяговооружённости локомотивов.	2
8	Граф топологии железнодорожной сети.	Изменения в классификации станций сети.	Детерминированное изменение ограничений вагонов. Плановое изменение пропускной способности железнодорожных станций.	2
9	Граф топологии железнодорожной сети.	Бинарные изменения в классификации перегонов сети.	Бинарное изменение ёмкости для передержки вагонов.	2
10	Граф топологии железнодорожной сети.	Многозначные изменения в классификации перегонов сети.	Варианты изменчивости однопутных сетей. Варианты изменчивости многопутных сетей.	2
11	Граф топологии железнодорожной сети.	Задачи минимизации ресурсов с переменным по времени критерием.	Матричные алгоритмы оптимизации на орграфах с нестационарным критерием. Нестационарный случай многокритериальной оптимизации.	2
12	Граф топологии железнодорожной сети.	Семейство деревьев компоновки вагонов в набор железнодорожных составов.	Свойства деревьев с нестационарной детерминированной разметкой рёбер и вершин. Критерии нестационарной детерминированной оптимизации перекомпоновки составов. Упорядочение алфавитных кодировок вершин нестационарных детерминированных деревьев.	2
20	Конечный автомат переработки актуальной информации в план перекомпоновки составов.	Конечные автоматы для перебора вершин семейства деревьев. Внешний алфавит актуального состояния семейства наборов железнодорожных составов.	Конечный автомат с орграфом в виде семейства деревьев. Алфавит из дескрипторов возможных вариантов вагонов. Выходной алфавит из возможных вариантов компоновки железнодорожных составов.	2

21	Конечный автомат переработки актуальной информации в план перекомпоновки составов.	Конечный автомат планирования оптимальной перекомпоновки составов в нестационарной детерминированной постановке.	Конечный автомат для оптимизации перекомпоновки железнодорожных составов в детерминированной нестационарной по времени задаче. Итого за семестр:	2 16
			еместр	10
4	Постановка задачи оптимизации формирования железнодорожных составов.	Классификация вагонного парка, парка локомотивов и топологии железнодорожной сети в нестационарной стохастической постановке.	Стохастическое изменение пропускной способности перегонов. Стохастические изменения в классификации вагонного парка. Случай стохастической переменной тяговооружённости локомотивов.	2
13	Граф топологии железнодорожной сети.	Изменения классификации станций сети в стохастическом случае.	Стохастическое изменение ограничений для вагонов и составов. Стохастическое изменение пропускной способности железнодорожных станций.	2
14	Граф топологии железнодорожной сети.	Бинарные изменения классификации перегонов сети в стохастическом случае.	Стохастическое бинарное изменение ёмкости для передержки вагонов.	2
15	Граф топологии железнодорожной сети.	Многозначные изменения классификации перегонов сети в стохастическом случае.	Варианты стохастической изменчивости однопутных сетей. Варианты стохастической изменчивости многопутных сетей.	2
16	Граф топологии железнодорожной сети.	Стохастические постановки задачи управления ресурсами.	Матричные алгоритмы стохастической оптимизации на орграфах с нестационарным критерием. Нестационарный случай стохастической многокритериальной оптимизации.	2
22	Конечный автомат переработки актуальной информации в план перекомпоновки составов.	Стохастические конечные автоматы.	Свойства деревьев со стохастической (не)стационарной разметкой рёбер и вершин. Критерии стохастической (не)стационарной оптимизации перекомпоновки составов. Конечный автомат со стохастическим орграфом вида дерева.	2

23	Конечный автомат переработки актуальной информации в план перекомпоновки составов.	Алфавит состояния семейства наборов железнодорожных составов в стохастической постановке задачи управления ресурсами. Внешний алфавит стохастического конечного автомата.	Упорядочение алфавитных кодировок вершин стохастических (не)стационарных деревьев. Алфавит из дескрипторов возможных вариантов вагонов. Выходной алфавит из возможных вариантов компоновки железнодорожных составов.	2
24	Конечный автомат переработки актуальной информации в план перекомпоновки составов.	Стохастический конечный автомат для планирования реальных железнодорожных перевозок.	Пример стохастического конечного автомата для оптимизации логистической задачи перекомпоновки состава.	2
Итого за семестр:				
Итого:				48

4.4. Содержание самостоятельной работы

Наименование раздела	Вид самостоятельной работы	Содержание самостоятельной работы (перечень дидактических единиц: рассматриваемых подтем, вопросов)	Количество часов
		5 семестр	
Постановка задачи оптимизации формирования железнодорожных составов.	Выполнение проектов, подготовка к зачёту, написание рефератов, подготовка к практическим занятиям, подготовка к участию в круглом столе.	Электрификация перегонов. Пропускная способность. Системы блокировки. Назначение вагонного парка. Дополнительные ограничения. Тяговооружённость локомотивов.	15
Граф топологии железнодорожной сети.	Выполнение проектов, подготовка к зачёту, написание рефератов, подготовка к практическим занятиям, подготовка к участию в круглом столе.	Пропускная способность узлов железнодорожной сети. Ёмкость для передержки вагонов. Железнодорожная горка. Дополнительные ограничения. Однопутные сети. Многопутные сети. Матричные алгоритмы оптимизации на орграфах с разметкой рёбер и вершин. Случай многокритериальной оптимизации. Свойства деревьев с разметкой рёбер и вершин. Критерии оптимизации при компоновке вагонов в один состав. Упорядочение алфавитных кодировок вершин деревьев.	10

Конечный автомат переработки актуальной информации в план перекомпоновки составов.	Выполнение проектов, подготовка к зачёту, написание рефератов, подготовка к практическим занятиям, подготовка к участию в круглом столе.	Конечный автомат с орграфом в виде дерева. Алфавит из дескрипторов возможных вариантов вагонов. Выходной алфавит из возможных вариантов компоновки железнодорожных составов. Конечный автомат для решения задачи оптимизации перекомпоновки составов.	20
		Итого за семестр:	45
		6 семестр	
Постановка задачи оптимизации формирования железнодорожных составов.	Выполнение проектов, подготовка к зачёту, написание рефератов, подготовка к практическим занятиям, подготовка к участию в круглом столе.	Детерминированное изменение пропускной способности перегонов. Релейное по времени переключение в системах блокировки. Плановые изменения в классификации вагонного парка. Случай детерминированной переменной тяговооружённости локомотивов.	20
Граф топологии железнодорожной сети.	Выполнение проектов, подготовка к зачёту, написание рефератов, подготовка к практическим занятиям, подготовка к участию в круглом столе.	Детерминированное изменение ограничений вагонов. Плановое изменение пропускной способности железнодорожных станций. Бинарное изменение ёмкости для передержки вагонов. Варианты изменчивости однопутных сетей. Варианты изменчивости многопутныех сетей. Матричные алгоритмы оптимизации на орграфах с нестационарным критерием. Нестационарный случай многокритериальной оптимизации. Свойства деревьев с нестационарной детерминированной разметкой рёбер и вершин. Критерии нестационарной детерминированной оптимизации перекомпоновки составов. Упорядочение алфавитных кодировок вершин нестационарных детерминированных деревьев.	15
Конечный автомат переработки актуальной информации в план перекомпоновки составов.	Выполнение проектов, подготовка к зачёту, написание рефератов, подготовка к практическим занятиям, подготовка к участию в круглом столе.	Конечный автомат с орграфом в виде семейства деревьев. Алфавит из дескрипторов возможных вариантов вагонов. Выходной алфавит из возможных вариантов компоновки железнодорожных составов. Конечный автомат для оптимизации перекомпоновки железнодорожных составов в детерминированной нестационарной по времени задаче.	20
		Итого за семестр:	55

	7 семестр		
Постановка задачи оптимизации формирования железнодорожных составов.	Выполнение проектов, подготовка к зачёту, написание рефератов, подготовка к практическим занятиям, подготовка к участию в круглом столе.	Стохастическое изменение пропускной способности перегонов. Стохастические изменения в классификации вагонного парка. Случай стохастической переменной тяговооружённости локомотивов.	20
Граф топологии железнодорожной сети.	Выполнение проектов, подготовка к зачёту, написание рефератов, подготовка к практическим занятиям, подготовка к участию в круглом столе.	Стохастическое изменение ограничений для вагонов и составов. Стохастическое изменение пропускной способности железнодорожных станций. Стохастическое бинарное изменение ёмкости для передержки вагонов. Варианты стохастической изменчивости однопутных сетей. Варианты стохастической изменчивости многопутных сетей. Матричные алгоритмы стохастической оптимизации на орграфах с нестационарным критерием. Нестационарный случай стохастической многокритериальной оптимизации.	30
Конечный автомат переработки актуальной информации в план перекомпоновки составов.	Выполнение проектов, подготовка к зачёту, написание рефератов, подготовка к практическим занятиям, подготовка к участию в круглом столе.	Свойства деревьев со стохастической (не)стационарной разметкой рёбер и вершин. Критерии стохастической (не)стационарной оптимизации перекомпоновки составов. Конечный автомат со стохастическим орграфом вида дерева. Упорядочение алфавитных кодировок вершин стохастических (не)стационарных деревьев. Алфавит из дескрипторов возможных вариантов вагонов. Выходной алфавит из возможных вариантов компоновки железнодорожных составов. Пример стохастического конечного автомата для оптимизации логистической задачи перекомпоновки состава.	15
		Итого за семестр:	65
		Итого:	165

5. Перечень учебной литературы и учебно-методического обеспечения по дисциплине (модулю)

N∘		Ресурс НТБ СамГТУ	
п/г	Библиографическое описание	(ЭБС СамГТУ, IPRbooks и т.д.)	

	Основная литература		
1	Котенко, А.П. Дискретная математика : учеб. пособие / А.П. Котенко; Самар.гос.техн.ун-т Самара, 2010 51 с.	Электронный ресурс	
2	Котенко, А.П. Приложения теории графов : учеб. пособие / А.П. Котенко; Самар.гос.техн.ун-т Самара, 2010 80 с.	Электронный ресурс	
	Дополнительная литература		
3	Котенко, А.П. Линейные свойства булевых функций: учеб. пособие / А.П. Котенко, Е. Н. Огородников; Самар.гос.техн.ун-т, Прикладная математика и информатика Самара, 2011 75 с Режим доступа: https://elib.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu elib 1272	Электронный ресурс	

Доступ обучающихся к ЭР НТБ СамГТУ (elib.samgtu.ru) осуществляется посредством электронной информационной образовательной среды университета и сайта НТБ СамГТУ по логину и паролю.

6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения

Организовано взаимодействие обучающегося и преподавателя с использованием электронной ин-формационной образовательной среды университета.

№ п/п	Наименование	Производитель	Способ распространения
1	Acrobat Reader	Adobe Inc. (Зарубежный)	Свободно распространяемое
2	Astra Linux	ГК Astra Linux (ООО «РусБИТех-Астра») (Отечественный)	Свободно распространяемое
3	LibreOffice	ГК Astra Linux (ООО «РусБИТех-Астра») (Отечественный)	Свободно распространяемое

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», профессиональных баз данных, информационно-справочных систем

№ п/п	Наименование	Краткое описание	Режим доступа
1	Электронная библиотека образовательных и научных изданий	http://www.iqlib.ru	Ресурсы открытого доступа
2	Электронная библиотека Самарской областной универсальной научной библиотеки	www.lib.smr.ru	Ресурсы открытого доступа
3	электронная библиотека трудов сотрудников СамГТУ	http://irbis.samgtu.local/	Ресурсы открытого доступа
4	Электронная библиотека трудов сотрудников СамГТУ	http://lib.samgtu.ru	Ресурсы открытого доступа

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления

образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Лекционные занятия null

Практические занятия

Материалы курса, размещённые на Яндекс.Диске.

МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

- компьютерные презентации;
- компьютерный класс с выходом в Интернет.

Самостоятельная работа

Индивидуальные домашние задания, размещённые в АИС СамГТУ.

МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Тестирование:

- база тестов, разработанная на кафедре ПМИ;
- база тестов Центра тестирования Минобразования РФ;
- программное обеспечение для работы с базами тестов.

Прочее:

- рабочее место преподавателя, оснащённое компьютером с доступом в Интернет;
- рабочие места студентов, оснащённые компьютерами с доступом в Интернет, предназначенные для работы в электронной образовательной среде.

9. Методические материалы

Методические рекомендации при подготовке и работе на практическом занятии

Практические занятия по дисциплине проводятся в целях выработки практических умений и приобретения навыков в решении профессиональных задач.

Рекомендуется следующая схема подготовки к практическому занятию:

- 1. ознакомление с планом практического занятия, который отражает содержание предложенной темы;
 - 2. чтение рекомендованной литературы;
 - 3. подготовка ответов на вопросы плана практического занятия;
 - 4. выполнение тестовых заданий, задач и др.

Подготовка обучающегося к практическому занятию производится по вопросам, разработанным для каждой темы практических занятий. В процессе подготовки к практическим занятиям, необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной литературы.

Работа студентов во время практического занятия осуществляется на основе заданий, которые выдаются обучающимся в начале или во время занятия. На практических занятиях приветствуется активное участие в обсуждении конкретных ситуаций, способность на основе полученных знаний находить наиболее эффективные решения поставленных проблем, уметь находить полезный дополнительный материал по тематике занятий. Обучающимся необходимо обращать внимание на основные понятия, алгоритмы, определять практическую значимость рассматриваемых вопросов. На практических занятиях обучающиеся должны уметь выполнить расчет по заданным параметрам или выработать определенные решения по обозначенной проблеме. Задания могут быть групповые и индивидуальные. В зависимости от сложности предлагаемых заданий, целей занятия, общей подготовки обучающихся преподаватель может подсказать обучающимся алгоритм решения или первое действие,

или указать общее направление рассуждений. Полученные результаты обсуждаются с позиций их адекватности или эффективности в рассмотренной ситуации.

Методические рекомендации по выполнению самостоятельной работы

Организация самостоятельной работы обучающихся ориентируется на активные методы овладения знаниями, развитие творческих способностей, переход от поточного к индивидуализированному обучению с учетом потребностей и возможностей обучающегося.

Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной литературой, материалами периодических изданий и Интернета является наиболее эффективным методом получения дополнительных знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала. Все новые понятия по изучаемой теме необходимо выучить наизусть и внести в глоссарий, который целесообразно вести с самого начала изучения курса.

Самостоятельная работа реализуется:

- непосредственно в процессе аудиторных занятий;
- на практических занятиях;
- в контакте с преподавателем вне рамок расписания;
- на консультациях по учебным вопросам, в ходе творческих контактов, при ликвидации задолженностей, при выполнении индивидуальных заданий и т.д.;
- в библиотеке, дома, на кафедре при выполнении обучающимся учебных и практических задач.

Эффективным средством осуществления обучающимся самостоятельной работы является электронная информационно-образовательная среда университета, которая обеспечивает доступ к учебным планам, рабочим программам дисциплин (модулей), практик, к изданиям электронных библиотечных систем.

10. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств представлен в приложении № 1.

Приложение 1 к рабочей программе дисциплины Б1.В.02.02 «Практико-ориентированный проект»

Фонд оценочных средств по дисциплине Б1.В.02.02 «Практико-ориентированный проект»

Код и направление подготовки (специальность)	01.03.02 Прикладная математика и информатика	
Направленность (профиль)	Прикладная математика и информатика	
Квалификация	Бакалавр	
Форма обучения	Очная	
Год начала подготовки	2022	
Институт / факультет	Институт автоматики и информационных технологий	
Выпускающая кафедра	кафедра "Прикладная математика и информатика"	
Кафедра-разработчик	кафедра "Прикладная математика и информатика"	
Объем дисциплины, ч. / з.е.	216 / 6	
Форма контроля (промежуточная аттестация)	Зачет, Зачет с оценкой	

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Наименование категории (группы) компетенций	Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения (знать, уметь, владеть, соотнесенные с индикаторами достижения компетенции)
	Унив	версальные компетенции	
Разработка и реализация проектов	УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.1 Знает виды ресурсов и ограничений, основные методы оценки разных способов решения профессиональных задач	Знать виды ресурсов и ограничений, основные методы оценки разных способов решения профессиональных задач методами математического моделирования
		УК-2.3 Умеет проводить анализ поставленной цели и формулировать задачи, необходимые для ее достижения, анализировать альтернативные варианты	Уметь методами математического моделирования проводить анализ поставленной цели и формулировать задачи, необходимые для ее достижения, анализировать альтернативные варианты

Матрица соответствия оценочных средств запланированным результатам обучения

Код индикатора достижения компетенции	Результаты обучения	Оценочные средства	Текущий контроль успеваем ости	Промежу точная аттестац ия
Постано	вка задачи оптимизации формирования жел	пезнодорожных со	ставов.	
УК-2.1 Знает виды ресурсов и ограничений, основные методы оценки разных способов решения профессиональных задач	Знать виды ресурсов и ограничений, основные методы оценки разных способов решения профессиональных задач методами математического моделирования	Тест.	Да	Да
УК-2.3 Умеет проводить анализ поставленной цели и формулировать задачи, необходимые для ее достижения, анализировать альтернативные варианты	Уметь методами математического моделирования проводить анализ поставленной цели и формулировать задачи, необходимые для ее достижения, анализировать альтернативные варианты	Тест.	Да	Да

Граф топологии железнодорожной сети.				
УК-2.1 Знает виды ресурсов и ограничений, основные методы оценки разных способов решения профессиональных задач	Знать виды ресурсов и ограничений, основные методы оценки разных способов решения профессиональных задач методами математического моделирования	Тест.	Да	Да
УК-2.3 Умеет проводить анализ поставленной цели и формулировать задачи, необходимые для ее достижения, анализировать альтернативные варианты	Уметь методами математического моделирования проводить анализ поставленной цели и формулировать задачи, необходимые для ее достижения, анализировать альтернативные варианты	Тест.	Да	Да
Конечный авто	омат переработки актуальной информации в	план перекомпоно	вки состав	OB.
УК-2.1 Знает виды ресурсов и ограничений, основные методы оценки разных способов решения профессиональных задач	Знать виды ресурсов и ограничений, основные методы оценки разных способов решения профессиональных задач методами математического моделирования	Тест.	Да	Да
УК-2.3 Умеет проводить анализ поставленной цели и формулировать задачи, необходимые для ее достижения, анализировать альтернативные варианты	Уметь методами математического моделирования проводить анализ поставленной цели и формулировать задачи, необходимые для ее достижения, анализировать альтернативные варианты	Тест.	Да	Да



ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ «САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

А.П. КОТЕНКО

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

Учебное пособие

Самара
Самарский государственный технический университет 2010

Индивидуальные задания и задачи контрольных работ

- 1. Представить полиномом Жегалкина:
 - 1) основные логические операции;

OTBET: $xy = x \cdot y$, $x \lor y = xy \oplus x \oplus y$, $\overline{x} = x \oplus 1$, $x \to y = xy \oplus x \oplus 1$, $x \leftrightarrow y = x \oplus y \oplus 1$.

2) $x \lor y \lor z$;

OTBET: $xyz \oplus xy \oplus xz \oplus yz \oplus x \oplus y \oplus z$.

3) $xy \lor yz \lor xz$;

Otbet: $xy \oplus xz \oplus yz$.

4) $xy\overline{z} \lor x\overline{yz} \lor \overline{xyz} \lor \overline{xyz} \lor \overline{xyz}$;

OTBET: $x \oplus y \oplus z \oplus 1$.

- 2. Доказать, что все переменные полинома Жегалкина существенны.
- 3. Линейны ли функции

1)
$$(x \to y) \oplus \overline{x}y$$
;

Ответ: нет.

2) $xy \vee \overline{xy} \vee z$;

Ответ: нет.

3) $x\overline{y}(x \leftrightarrow y)$;

Ответ: да.

4) $(x \lor yz) \oplus \overline{x}yz$;

Ответ: да.

4. Найти число всех линейных функций n переменных.

Ответ: 2^{n+1} .

5. Найти число таких линейных функций $f(x_1,x_2,...,x_n)$, что f(0,0,...,0)=f(1,1,...,1)=1.

Ответ: 2^{n-1} .

6. Монотонны ли функции

1)
$$xy \lor xz \lor \overline{x}z$$
;

Ответ: да.

2) $x \rightarrow (x \rightarrow y)$;

Ответ: нет.

3) $\overline{x \lor y} \leftrightarrow \overline{x} \lor \overline{y}$;

Ответ: нет.

4) $\overline{x \lor y} \leftrightarrow \overline{x}\overline{y}$;

Ответ: да.

5) $xy \lor x \lor xz$;

Ответ: да.

7. Перечислить все монотонные функции двух переменных.

Ответ: $0, 1, x, y, xy, x \lor y$.

- 8. Доказать полноту системы функций
 - 1) $\{xy, \bar{x}\};$
 - 2) $\{x \lor y, x\};$
 - 3) $\{\overline{x \vee y}\};$
 - 4) $\{x \oplus y, x \vee y, 1\}$;
 - 5) $\{x \to y, 0\}$.
- 9. Реализовать релейно-контактными схемами функции
 - 1) $(y \lor z) \to x\overline{y}$;
 - 2) $xy \leftrightarrow yx$;
 - 3) $x \oplus y \oplus z$.
- 10. Построить машину Тьюринга для вычисления функции $\overline{\text{sgn}}x = \begin{cases} 1 \leftarrow x = 0, \\ 0 \leftarrow x \neq 0. \end{cases}$ Исходное состояние q_101110 или q_100000 .

Ответ:

	0	1
q_1	q_2R	-
q_2	$q_0 1L$	q_3R
q_3	q ₄ L	0R
q_4	L	$q_0 OL$

11. Построить машину Тьюринга для вычисления функции x+y. Ответ:

0	1

q_1	q_2R	-
q_2	q_31R	R
q_3	q ₄ L	R
q_4	-	q_50L
q_5	q_0	L

12. Какую функцию вычисляет машина Тьюринга с программой

$$\{q_10 \rightarrow q_20R, q_11 \rightarrow q_01, q_20 \rightarrow q_01, q_21 \rightarrow q_2R\}$$
?

Otbet: f(x)=x+1.

- 13. Построить машину Тьюринга для функций $I_n^m(x_1, x_2, ..., x_n)$, где $1 \le m \le n$.
- 14. Показать правильную вычислимость функции h(x)=f(g(x)), если правильно вычислимы функции f(x) и g(x).
- 15. Показать правильную вычислимость функции $f(x) = \mu_y(g(x,y) = 0)$, если правильно вычислима функция g(x,y).
- 16. Показать, что для произвольного графа G=(S,U) справедливо равенство $\sum_{x \in S} P(x) = 2|U|$.
- 17. По матрице смежности вершин построить граф:

1)
$$\begin{vmatrix}
1 & 0 & 1 & 3 & 0 \\
2 & 1 & 1 & 0 & 2 \\
0 & 3 & 0 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 2 & 1 & 0
\end{vmatrix};$$

$$\begin{pmatrix}
0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 2 \\
2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 0 & 2 & 1 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 2 \\
2 & 0 & 1 & 1 & 2 & 0
\end{vmatrix};$$

3)
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix};$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- 18. Построить граф, центр которого:
 - 1) состоит ровно из одной вершины;
 - 2) состоит ровно из трёх вершин и не совпадает со множеством всех вершин;
 - 3) совпадает со множеством всех вершин.
- 19. Показать, что граф без петель и кратных рёбер, содержащий не менее двух вершин, имеет две вершины с одинаковыми степенями.
- 20. По заданной матрице весов найти минимальный (максимальный) путь между крайними по номерам вершинами по алгоритму Дейкстры:

$$1)\begin{pmatrix} - & 5 & 10 & 13 & \infty & \infty \\ \infty & - & 8 & 9 & 13 & \infty \\ \infty & \infty & - & 5 & 3 & 6 \\ \infty & \infty & \infty & - & 8 & 10 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & - & 9 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix};$$

OTBET: $d_{\min}=16$, $l_{\min}=(x_1,x_3)-(x_3,x_6)$; $d_{\max}=35$, $l_{\max}=(x_1,x_2)-(x_2,x_3)-(x_3,x_4)-(x_4,x_5)-(x_5,x_6)$.

$$2) \begin{pmatrix} - & 11 & \infty & 14 & 15 & \infty \\ \infty & - & 13 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & - & \infty & \infty & 13 \\ \infty & 7 & 11 & - & 9 & \infty \\ \infty & 11 & 10 & \infty & - & 14 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix};$$

OTBET: $d_{\min}=29$, $l_{\min}=(x_1,x_5)-(x_5,x_6)$; $d_{\max}=60$, $l_{\max}=(x_1,x_4)-(x_4,x_5)-(x_5,x_2)-(x_2,x_3)-(x_3,x_6)$.

$$3) \begin{pmatrix} - & 5 & 8 & 7 & 18 & \infty \\ \infty & - & 11 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & - & \infty & \infty & 17 \\ \infty & 10 & 12 & - & 6 & \infty \\ \infty & 7 & 8 & \infty & - & 11 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix};$$

OTBET: $d_{\min}=24$, $l_{\min}=(x_1,x_4)-(x_4,x_5)-(x_5,x_6)$; $d_{\max}=53$, $l_{\max}=(x_1,x_5)-(x_5,x_2)-(x_2,x_3)-(x_3,x_6)$.

$$4) \begin{pmatrix} - & 6 & 8 & 11 & 10 & \infty \\ \infty & - & \infty & 9 & 7 & 15 \\ \infty & 8 & - & 7 & 4 & 11 \\ \infty & \infty & \infty & - & 6 & 7 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & - & 9 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix};$$

OTBET: $d_{\min}=18$, $l_{\min}=(x_1,x_4)-(x_4,x_6)$; $d_{\max}=40$, $l_{\max}=(x_1,x_3)-(x_3,x_2)-(x_2,x_4)-(x_4,x_5)-(x_5,x_6)$.

$$\begin{pmatrix}
- & \infty & 11 & 15 & 7 & \infty & \infty \\
\infty & - & \infty & \infty & 14 & 18 & \infty \\
\infty & 9 & - & 13 & 7 & 11 & 22 \\
\infty & \infty & \infty & - & \infty & 11 & 16 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & - & 8 & 23 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - & 19 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & -
\end{pmatrix};$$

OTBET: $d_{\min}=30$, $l_{\min}=(x_1,x_5)-(x_5,x_7)$; $d_{\max}=61$, $l_{\max}=(x_1,x_3)-(x_3,x_2)-(x_2,x_2)-(x_2,x_6)-(x_6,x_7)$.

$$6) \begin{pmatrix} - & 5 & 6 & 9 & \infty & \infty \\ \infty & - & \infty & 3 & \infty & 14 \\ \infty & 3 & - & 3 & 4 & 16 \\ \infty & \infty & \infty & - & \infty & 4 \\ \infty & \infty & \infty & 3 & - & 8 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix};$$

Otbet: $d_{\min}=12$, $l_{\min}=(x_1,x_2)-(x_2,x_4)-(x_4,x_6)$; $d_{\max}=23$, $l_{\max}=(x_1,x_3)-(x_3,x_2)-(x_2,x_6)$.

$$7) \begin{pmatrix} - & 7 & 9 & \infty & 11 & \infty \\ \infty & - & \infty & 6 & \infty & 13 \\ \infty & 6 & - & 5 & 6 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & - & \infty & 7 \\ \infty & 4 & \infty & 6 & - & 8 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix};$$

OTBET: $d_{\min}=19$, $l_{\min}=(x_1,x_5)-(x_5,x_6)$; $d_{\max}=32$, $l_{\max 1}=(x_1,x_3)-(x_3,x_5)-(x_5,x_2)-(x_2,x_4)-(x_4,x_6)$, $l_{\max 2}=(x_1,x_3)-(x_3,x_5)-(x_5,x_2)-(x_2,x_6)$.

$$8) \begin{pmatrix} - & 7 & 15 & \infty & 14 & \infty \\ \infty & - & 7 & 16 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & - & 19 & \infty & 21 \\ \infty & \infty & \infty & - & \infty & 17 \\ \infty & 13 & 14 & 15 & - & 18 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix};$$

OTBET: $d_{\min}=32$, $l_{\min}=(x_1,x_5)-(x_5,x_6)$; $d_{\max}=70$, $l_{\max}=(x_1,x_5)-(x_5,x_2)-(x_2,x_3)-(x_3,x_4)-(x_4,x_6)$.

$$9)\begin{pmatrix} - & 10 & 12 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & - & 11 & 9 & \infty & 19 \\ \infty & \infty & - & \infty & 10 & \infty \\ \infty & \infty & 13 & - & 11 & 10 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & - & 6 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix};$$

OTBET: $d_{\min}=28$, $l_{\min}=(x_1,x_3)-(x_3,x_5)-(x_5,x_6)$; $d_{\max}=48$, $l_{\max}=(x_1,x_2)-(x_2,x_4)-(x_4,x_3)-(x_3,x_5)-(x_5,x_6)$.

OTBET: $d_{\text{min}}=28$, $l_{\text{min}}=(x_1,x_2)-(x_2,x_5)-(x_5,x_7)$; $d_{\text{max}}=52$, $l_{\text{max}}=(x_1,x_3)-(x_3,x_4)-(x_4,x_5)-(x_5,x_6)-(x_6,x_7)$.

11)
$$\begin{pmatrix} - & 7 & 2 & \infty & 13 & \infty \\ \infty & - & \infty & \infty & 6 & \infty \\ \infty & 2 & - & 1 & 3 & 11 \\ \infty & \infty & \infty & - & \infty & 5 \\ \infty & \infty & \infty & 3 & - & 5 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix};$$

Otbet: $d_{\min}=8$, $l_{\min}=(x_1,x_3)-(x_3,x_4)-(x_4,x_6)$; $d_{\max}=21$, $l_{\max 1}=(x_1,x_2)-(x_2,x_5)-(x_5,x_4)-(x_4,x_6)$, $l_{\max 2}=(x_1,x_5)-(x_5,x_4)-(x_4,x_6)$.

12)
$$\begin{pmatrix} - & 10 & 11 & 6 & \infty & \infty \\ \infty & - & 13 & 8 & 11 & 17 \\ \infty & \infty & - & 5 & 6 & 15 \\ \infty & \infty & \infty & - & 7 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & - & 9 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix};$$

OTBET: $d_{\min}=22$, $l_{\min}=(x_1,x_4)-(x_4,x_5)-(x_5,x_6)$; $d_{\max}=44$, $l_{\max}=(x_1,x_2)-(x_2,x_3)-(x_3,x_4)-(x_4,x_5)-(x_5,x_6)$.

13)
$$\begin{pmatrix} - & 6 & \infty & 9 & 12 & \infty \\ \infty & - & 6 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & - & \infty & \infty & 6 \\ \infty & 4 & 8 & - & 6 & 14 \\ \infty & 7 & 5 & \infty & - & 10 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix};$$

OTBET: $d_{\min}=18$, $l_{\min}=(x_1,x_2)-(x_2,x_3)-(x_3,x_6)$; $d_{\max}=34$, $l_{\max}=(x_1,x_4)-(x_4,x_5)-(x_5,x_2)-(x_2,x_3)-(x_3,x_6)$.

14)
$$\begin{pmatrix}
-4 & 9 & 8 & \infty & \infty \\
\infty & -2 & \infty & \infty & \infty \\
\infty & \infty & -\infty & \infty & 3 \\
\infty & 2 & 4 & -6 & \infty \\
\infty & 2 & \infty & \infty & -3 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & -
\end{pmatrix};$$

Otbet: $d_{\min}=9$, $l_{\min}=(x_1,x_2)-(x_2,x_3)-(x_3,x_6)$; $d_{\max}=21$, $l_{\max}=(x_1,x_4)-(x_4,x_5)-(x_5,x_2)-(x_2,x_3)-(x_3,x_6)$.

15)
$$\begin{pmatrix} - & 5 & \infty & 10 & 8 & 12 & \infty \\ \infty & - & 7 & \infty & 4 & 9 & \infty \\ \infty & \infty & - & 5 & \infty & 6 & 11 \\ \infty & \infty & \infty & - & \infty & \infty & 14 \\ \infty & \infty & 6 & \infty & - & 13 & 21 \\ \infty & \infty & \infty & 8 & \infty & - & 9 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix}$$

OTBET: $d_{\min}=21$, $l_{\min}=(x_1,x_6)-(x_6,x_7)$; $d_{\max}=34$, $l_{\max}=(x_1,x_4)-(x_4,x_5)-(x_5,x_2)-(x_2,x_3)-(x_3,x_6)$.

16)
$$\begin{pmatrix} - & 6 & 9 & 13 & 12 & \infty \\ \infty & - & 5 & 9 & 6 & \infty \\ \infty & \infty & - & 6 & \infty & 15 \\ \infty & \infty & \infty & - & 8 & 9 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & - & 8 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix};$$

OTBET: $d_{\min}=20$, $l_{\min}=(x_1,x_5)-(x_5,x_6)$; $d_{\max}=33$, $l_{\max}=(x_1,x_2)-(x_2,x_3)-(x_3,x_4)-(x_4,x_5)-(x_5,x_6)$.

17)
$$\begin{pmatrix} - & 8 & 10 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & - & 10 & 9 & 12 & \infty \\ \infty & \infty & - & 10 & 12 & 7 \\ \infty & \infty & \infty & - & 9 & 13 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & - & 11 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix};$$

OTBET: $d_{\min}=17$, $l_{\min}=(x_1,x_3)-(x_3,x_6)$; $d_{\max}=48$, $l_{\max}=(x_1,x_2)-(x_2,x_3)-(x_3,x_4)-(x_4,x_5)-(x_5,x_6)$.

18)
$$\begin{pmatrix} - & 11 & 14 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & - & 8 & 10 & 15 & \infty \\ \infty & \infty & - & 11 & 16 & 20 \\ \infty & \infty & \infty & - & \infty & 12 \\ \infty & \infty & \infty & 11 & - & 14 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix} ;$$

OTBET: $d_{\min}=33$, $l_{\min}=(x_1,x_2)-(x_2,x_4)-(x_4,x_6)$; $d_{\max}=58$, $l_{\max}=(x_1,x_2)-(x_2,x_3)-(x_3,x_5)-(x_5,x_4)-(x_4,x_6)$.

19)
$$\begin{pmatrix} - & 9 & 7 & 13 & \infty & \infty \\ \infty & - & \infty & \infty & 15 & \infty \\ \infty & 5 & - & \infty & \infty & \infty \\ \infty & 6 & 7 & - & 8 & 10 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & - & 12 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix};$$

OTBET: $d_{\text{min}}=23$, $l_{\text{min}}=(x_1,x_4)-(x_4,x_6)$; $d_{\text{max}}=52$, $l_{\text{max}}=(x_1,x_4)-(x_4,x_3)-(x_3,x_2)-(x_2,x_5)-(x_5,x_6)$.

OTBET: $d_{\min}=17$, $l_{\min}=(x_1,x_3)-(x_3,x_4)-(x_4,x_7)$; $d_{\max}=36$, $l_{\max}=(x_1,x_3)-(x_3,x_2)-(x_2,x_5)-(x_5,x_7)$.

21)
$$\begin{pmatrix} - & 4 & 8 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & - & \infty & 3 & \infty & 10 \\ \infty & 3 & - & 4 & 3 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & - & \infty & 4 \\ \infty & 2 & \infty & 5 & - & 7 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix};$$

OTBET: $d_{\min}=11$, $l_{\min}=(x_1,x_2)-(x_2,x_4)-(x_4,x_6)$; $d_{\max}=23$, $l_{\max}=(x_1,x_3)-(x_3,x_5)-(x_5,x_2)-(x_2,x_6)$.

22)
$$\begin{pmatrix} - & 5 & 4 & \infty & 10 & \infty \\ \infty & - & \infty & 8 & \infty & 13 \\ \infty & 6 & - & 5 & 8 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & - & \infty & 8 \\ \infty & \infty & \infty & 4 & - & 10 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix};$$

OTBET: $d_{\min}=17$, $l_{\min}=(x_1,x_3)-(x_3,x_4)-(x_4,x_6)$; $d_{\max}=26$, $l_{\max}=(x_1,x_3)-(x_3,x_2)-(x_2,x_4)-(x_4,x_6)$.

23)
$$\begin{pmatrix} - & 12 & 10 & \infty & 11 & \infty \\ \infty & - & \infty & 10 & 7 & 15 \\ \infty & 8 & - & 7 & 10 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & - & \infty & 11 \\ \infty & \infty & \infty & 6 & - & 12 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix};$$

OTBET: $d_{\min}=23$, $l_{\min}=(x_1,x_5)-(x_5,x_6)$; $d_{\max}=42$, $l_{\max}=(x_1,x_3)-(x_3,x_2)-(x_2,x_5)-(x_5,x_4)-(x_4,x_6)$.

24)
$$\begin{pmatrix} - & 15 & 10 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & - & \infty & \infty & 12 & 18 \\ \infty & 10 & - & 9 & 12 & 19 \\ \infty & \infty & \infty & - & \infty & 13 \\ \infty & \infty & \infty & 11 & - & 14 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix};$$

OTBET: $d_{\min}=29$, $l_{\min}=(x_1,x_3)-(x_3,x_6)$; $d_{\max}=56$, $l_{\max}=(x_1,x_3)-(x_3,x_2)-(x_2,x_5)-(x_5,x_4)-(x_4,x_6)$.

$$\begin{pmatrix}
- & \infty & 7 & 12 & \infty & 10 & \infty \\
\infty & - & \infty & \infty & 6 & 13 & \infty \\
\infty & 5 & - & 4 & 5 & 6 & \infty \\
\infty & \infty & \infty & - & \infty & \infty & 4 \\
\infty & \infty & \infty & 8 & - & 5 & 9 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - & 6 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - & -
\end{pmatrix};$$

OTBET: $d_{\min}=15$, $l_{\min}=(x_1,x_3)-(x_3,x_4)-(x_4,x_7)$; $d_{\max}=30$, $l_{\max}=(x_1,x_3)-(x_3,x_2)-(x_2,x_5)-(x_5,x_4)-(x_4,x_7)$.

26)
$$\begin{pmatrix} - & 7 & 8 & 13 & \infty & \infty \\ \infty & - & 9 & 7 & 12 & \infty \\ \infty & \infty & - & 6 & 7 & 8 \\ \infty & \infty & \infty & - & 9 & 17 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & - & 10 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix};$$

OTBET: $d_{\min}=16$, $l_{\min}=(x_1,x_3)-(x_3,x_6)$; $d_{\max}=41$, $l_{\max}=(x_1,x_2)-(x_2,x_3)-(x_3,x_4)-(x_4,x_5)-(x_5,x_6)$.

Otbet: $d_{\min}=19$, $l_{\min}=(x_1,x_2)-(x_2,x_5)-(x_5,x_6)$; $d_{\max}=35$, $l_{\max}=(x_1,x_2)-(x_2,x_3)-(x_3,x_4)-(x_4,x_5)-(x_5,x_6)$.

28)
$$\begin{pmatrix} - & 8 & \infty & 5 & 10 & \infty \\ \infty & - & 7 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & - & \infty & \infty & 8 \\ \infty & 4 & 6 & - & 5 & 11 \\ \infty & 5 & 5 & \infty & - & 3 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix};$$

Otbet: $d_{\min}=13$, $l_{\min}=(x_1,x_5)-(x_5,x_6)$; $d_{\max}=30$, $l_{\max 1}=(x_1,x_5)-(x_5,x_2)-(x_2,x_3)-(x_3,x_6)$, $l_{\max 2}=(x_1,x_4)-(x_4,x_5)-(x_5,x_2)-(x_2,x_3)-(x_3,x_6)$.

29)
$$\begin{pmatrix} - & \infty & 3 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & - & \infty & 4 & 6 & 8 \\ \infty & 8 & - & 5 & 6 & 12 \\ \infty & \infty & \infty & - & 5 & 7 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & - & 3 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix};$$

OTBET: $d_{\min}=12$, $l_{\min}=(x_1,x_3)-(x_3,x_5)-(x_5,x_6)$; $d_{\max}=23$, $l_{\max}=(x_1,x_3)-(x_3,x_2)-(x_2,x_4)-(x_4,x_5)-(x_5,x_6)$.

OTBET: $d_{\min}=15$, $l_{\min}=(x_1,x_5)-(x_5,x_7)$; $d_{\max}=34$, $l_{\max}=(x_1,x_3)-(x_3,x_5)-(x_5,x_4)-(x_4,x_6)-(x_6,x_7)$.

21. По заданной матрице весов найти минимальный путь между крайними по номерам вершинами по алгоритму Беллмана-Мура

Otbet: $d_{\min}=11$, $l_{\min}=(x_1,x_5)-(x_5,x_6)-(x_6,x_7)$.

$$2) \begin{pmatrix} - & 3 & \infty & 7 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & - & 5 & \infty & 5 & 11 & \infty \\ \infty & \infty & - & -4 & -6 & 5 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & - & 8 & 6 & 4 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & - & 6 & 10 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - & -3 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - & - \end{pmatrix}$$

Otbet: d_{\min} =5, l_{\min} =(x_1 , x_2)-(x_2 , x_3)-(x_3 , x_5)-(x_5 , x_6)-(x_6 , x_7).

$$3) \begin{pmatrix}
- & 2 & \infty & \infty & 4 & \infty & \infty \\
\infty & - & \infty & \infty & \infty & 10 & \infty \\
\infty & 2 & - & 3 & 6 & \infty & \infty \\
\infty & -7 & \infty & - & \infty & \infty & 4 \\
\infty & -4 & \infty & 8 & - & \infty & 11 \\
\infty & \infty & \infty & -3 & -5 & - & 3 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & -
\end{pmatrix};$$

Otbet: $d_{\min}=11$, $l_{\min}=(x_1,x_5)-(x_5,x_2)-(x_2,x_6)-(x_6,x_4)-(x_4,x_7)$.

$$4) \begin{pmatrix} - & 3 & 8 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & - & \infty & 7 & \infty & 10 & \infty \\ \infty & 4 & - & \infty & 7 & 6 & 10 \\ \infty & \infty & -5 & - & \infty & \infty & 4 \\ \infty & -9 & \infty & 12 & - & 6 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - & -5 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix};$$

Otbet: d_{\min} =6, l_{\min} =(x_1,x_2)-(x_2,x_4)-(x_4,x_3)-(x_3,x_6)-(x_6,x_7).

$$5)\begin{pmatrix} -&8&7&11&\infty&\infty\\ \infty&-&-10&7&\infty&\infty\\ \infty&\infty&-&\infty&6&\infty\\ \infty&\infty&5&-&\infty&8\\ \infty&\infty&\infty&-6&-&7\\ \infty&\infty&\infty&\infty&\infty&-&- \end{pmatrix};$$

Otbet: d_{\min} =6, l_{\min} =(x_1,x_2)-(x_2,x_3)-(x_3,x_5)-(x_5,x_4)-(x_4,x_6).

$$6)\begin{pmatrix} - & -3 & 7 & \infty & 8 & \infty & \infty \\ \infty & - & 5 & 11 & \infty & 13 & \infty \\ \infty & \infty & - & -5 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & - & \infty & 6 & 4 \\ \infty & \infty & 7 & 9 & - & -6 & 12 \\ \infty & \infty & 8 & \infty & \infty & - & 5 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix};$$

Otbet: $d_{\min}=1$, $l_{\min}=(x_1,x_2)-(x_2,x_3)-(x_3,x_4)-(x_4,x_7)$.

$$7) \begin{pmatrix} - & 4 & 7 & 14 & -6 & 11 & \infty \\ \infty & - & -3 & 10 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & - & \infty & -8 & 7 & 10 \\ \infty & \infty & \infty & - & \infty & \infty & 3 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & - & 5 & \infty \\ \infty & 12 & \infty & 5 & \infty & - & 6 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix} ;$$

Otbet: $d_{\min}=4$, $l_{\min}=(x_1,x_2)-(x_2,x_3)-(x_3,x_5)-(x_5,x_6)-(x_6,x_7)$.

$$8)\begin{pmatrix} -& \infty & 6 & 9 & 5 & \infty & \infty \\ \infty & -& \infty & \infty & 7 & 10 & \infty \\ \infty & 3 & -& \infty & \infty & \infty & 12 \\ \infty & \infty & \infty & -& \infty & -7 & \infty \\ \infty & \infty & -6 & 8 & -& 4 & 8 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & -& 5 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix};$$

Other: $d_{\min} = 7$, $l_{\min} = (x_1, x_4) - (x_4, x_6) - (x_6, x_7)$.

$$9)\begin{pmatrix} - & \infty & 8 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & - & \infty & \infty & -6 & 10 & 12 \\ \infty & 4 & - & -4 & \infty & -7 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & - & \infty & \infty & 3 \\ \infty & \infty & 7 & 10 & - & 6 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - & 5 \\ \infty & - \end{pmatrix}$$

Ответ: $d_{\min}=6$, $l_{\min}=(x_1,x_3)-(x_3,x_6)-(x_6,x_7)$.

10)
$$\begin{pmatrix} - & 6 & 11 & 5 & \infty & \infty \\ \infty & - & \infty & 6 & 7 & 6 \\ \infty & -5 & - & \infty & 6 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & - & -4 & 5 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & - & 7 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix};$$

Otbet: d_{\min} =8, l_{\min} =(x_1 , x_4)-(x_4 , x_5)-(x_5 , x_6).

$$\begin{pmatrix}
- & 4 & \infty & 15 & 8 & \infty & \infty \\
\infty & - & 5 & \infty & \infty & \infty & \infty \\
\infty & \infty & - & \infty & 9 & \infty & 7 \\
\infty & \infty & 4 & - & 10 & -6 & \infty \\
\infty & \infty & \infty & \infty & - & 7 & 16 \\
\infty & -18 & 7 & \infty & \infty & - & 6 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - & -
\end{pmatrix}$$

Otbet: $d_{\min}=3$, $l_{\min}=(x_1,x_4)-(x_4,x_6)-(x_6,x_2)-(x_2,x_3)-(x_3,x_7)$.

12)
$$\begin{pmatrix} - & 6 & 12 & 16 & 3 & \infty & \infty \\ \infty & - & 5 & \infty & \infty & 13 & \infty \\ \infty & \infty & - & -5 & \infty & \infty & 9 \\ \infty & \infty & \infty & - & \infty & \infty & 6 \\ \infty & -7 & \infty & \infty & - & 5 & 15 \\ \infty & \infty & 8 & \infty & \infty & - & 6 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix};$$

Otbet: $d_{\min}=2$, $l_{\min}=(x_1,x_5)-(x_5,x_2)-(x_2,x_3)-(x_3,x_4)-(x_4,x_7)$.

13)
$$\begin{pmatrix}
- & 3 & 11 & \infty & 10 & \infty & \infty \\
\infty & - & -5 & 15 & \infty & 18 & \infty \\
\infty & \infty & - & 7 & -7 & 8 & 9 \\
\infty & \infty & \infty & - & 10 & 8 & 5 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & - & 7 & 21 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - & -6 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & -
\end{pmatrix};$$

Otbet: d_{\min} =-8, l_{\min} =(x_1,x_2)-(x_2,x_3)-(x_3,x_5)-(x_5,x_6)-(x_6,x_7).

11

 ∞

10

14)
$$\begin{bmatrix}
\infty & - & 6 & \infty & 8 & 9 & \infty \\
\infty & \infty & - & \infty & -7 & \infty & 12 \\
\infty & \infty & -4 & - & \infty & \infty & 5 \\
\infty & \infty & \infty & 14 & - & 5 & 11 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - & 6 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & -
\end{bmatrix};$$

Otbet: $d_{\min}=10$, $l_{\min}=(x_1,x_4)-(x_4,x_3)-(x_3,x_5)-(x_5,x_6)-(x_6,x_7)$.

15)
$$\begin{pmatrix} - & 7 & \infty & -8 & \infty & \infty \\ \infty & - & 13 & -9 & 10 & \infty \\ \infty & \infty & - & 3 & -4 & -2 \\ \infty & \infty & \infty & - & 9 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & - & 8 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix};$$

Otbet: $d_{\min}=9$, $l_{\min}=(x_1,x_4)-(x_4,x_5)-(x_5,x_6)$.

$$\begin{pmatrix}
- & 3 & \infty & \infty & \infty & 7 & \infty \\
\infty & - & \infty & 8 & 5 & -10 & \infty \\
\infty & 4 & - & 3 & 6 & \infty & \infty \\
\infty & \infty & \infty & - & \infty & \infty & -5 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & - & 6 & 13 \\
\infty & \infty & 7 & 6 & \infty & - & 4 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - & -
\end{pmatrix};$$

Otbet: d_{\min} =-3, l_{\min} =(x_1 , x_2)-(x_2 , x_6)-(x_6 , x_7).

$$\begin{pmatrix}
- & 6 & 15 & \infty & \infty & \infty & \infty \\
\infty & - & 5 & \infty & 11 & 18 & 20 \\
\infty & \infty & - & -4 & -10 & 7 & \infty \\
\infty & \infty & \infty & - & \infty & 8 & 5 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & - & 7 & 16 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - & -6 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & -
\end{pmatrix};$$

Otbet: $d_{\min}=2$, $l_{\min}=(x_1,x_2)-(x_2,x_3)-(x_3,x_5)-(x_5,x_6)-(x_6,x_7)$.

18)
$$\begin{pmatrix} -\infty & 5 & \infty & 6 & \infty & \infty \\ \infty & -\infty & \infty & 5 & \infty & \infty \\ \infty & 4 & -6 & -6 & 8 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & -9 & \infty & 7 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & -7 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & -7 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & -8 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix}$$

Otbet: d_{\min} =8, l_{\min} =(x_1 , x_3)-(x_3 , x_5)-(x_5 , x_6)-(x_6 , x_4)-(x_4 , x_7).

$$\begin{pmatrix}
- & \infty & \infty & 15 & \infty & \infty & \infty \\
\infty & - & 6 & \infty & 7 & 11 & \infty \\
\infty & \infty & - & \infty & \infty & -7 & \infty \\
\infty & -8 & \infty & - & \infty & 5 & 6 \\
\infty & \infty & 5 & 9 & - & 4 & 18 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - & 6 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & -
\end{pmatrix};$$

Otbet: $d_{\min}=12$, $l_{\min}=(x_1,x_4)-(x_4,x_2)-(x_2,x_3)-(x_3,x_6)-(x_6,x_7)$.

Otbet: $d_{\min}=10$, $l_{\min}=(x_1,x_3)-(x_3,x_2)-(x_2,x_4)-(x_4,x_5)-(x_5,x_6)$.

$$\begin{pmatrix}
- & \infty & -11 & \infty & 5 & \infty & \infty \\
\infty & - & \infty & 12 & 8 & 15 & \infty \\
\infty & 5 & - & 17 & -9 & 12 & \infty \\
\infty & \infty & \infty & - & \infty & \infty & 5 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & - & 16 & 27 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - & 8 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & -
\end{pmatrix};$$

Otbet: d_{\min} =-7, l_{\min} =(x_1 , x_3)-(x_3 , x_5)-(x_5 , x_6)-(x_6 , x_4)-(x_4 , x_7).

$$\begin{pmatrix}
- & \infty & 15 & \infty & 9 & 22 & \infty \\
\infty & - & \infty & \infty & 7 & \infty & \infty \\
\infty & -6 & - & 4 & -7 & -8 & 9 \\
\infty & \infty & \infty & - & \infty & \infty & 5 \\
\infty & \infty & \infty & 9 & - & 8 & \infty \\
\infty & \infty & \infty & 11 & \infty & - & \infty \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & -
\end{pmatrix};$$

OTBET: $d_{\min}=22$, $l_{\min}=(x_1,x_3)-(x_3,x_5)-(x_5,x_4)-(x_4,x_7)$.

$$\begin{pmatrix}
- & 4 & \infty & 10 & \infty & \infty & \infty \\
\infty & - & 6 & 12 & 8 & \infty & \infty \\
\infty & \infty & - & 5 & -8 & 9 & 11 \\
\infty & \infty & \infty & - & \infty & -7 & \infty \\
\infty & \infty & \infty & \infty & - & 7 & 13 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - & 4 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & -
\end{pmatrix};$$

Otbet: $d_{\min}=7$, $l_{\min}=(x_1,x_4)-(x_4,x_6)-(x_6,x_7)$.

$$\begin{pmatrix}
- & \infty & \infty & \infty & 6 & \infty & \infty \\
\infty & - & 3 & \infty & \infty & 9 & \infty \\
\infty & \infty & - & -4 & 6 & -8 & 8 \\
\infty & \infty & \infty & - & \infty & \infty & 3 \\
\infty & 7 & \infty & 9 & - & 4 & 15 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - & 7 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - & -
\end{pmatrix};$$

Otbet: $d_{\min}=15$, $l_{\min}=(x_1,x_5)-(x_5,x_2)-(x_2,x_3)-(x_3,x_6)-(x_6,x_7)$, $l_{\min}=(x_1,x_5)-(x_5,x_2)-(x_2,x_3)-(x_3,x_4)-(x_4,x_7)$.

25)
$$\begin{pmatrix} - & 7 & \infty & 6 & \infty & \infty \\ \infty & - & 9 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & - & \infty & \infty & 8 \\ \infty & -6 & 4 & - & 10 & \infty \\ \infty & 8 & -5 & \infty & - & 6 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix};$$

Otbet: $d_{\min}=17$, $l_{\min}=(x_1,x_4)-(x_4,x_2)-(x_2,x_3)-(x_3,x_6)$.

Otbet: $d_{\min}=3$, $l_{\min}=(x_1,x_3)-(x_3,x_5)-(x_5,x_6)-(x_6,x_4)-(x_4,x_7)$.

$$\begin{pmatrix}
- & 5 & \infty & 15 & \infty & \infty & \infty \\
\infty & - & 6 & \infty & -8 & 13 & \infty \\
\infty & \infty & - & 4 & \infty & \infty & \infty \\
\infty & 10 & \infty & - & -9 & \infty & \infty \\
\infty & \infty & 7 & \infty & - & \infty & 12 \\
\infty & \infty & \infty & 7 & 6 & - & 5 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & -
\end{pmatrix};$$

Otbet: $d_{\min}=9$, $l_{\min}=(x_1,x_2)-(x_2,x_5)-(x_5,x_7)$.

Otbet: $d_{\min}=10$, $l_{\min1}=(x_1,x_6)-(x_6,x_2)-(x_2,x_3)-(x_3,x_6)-(x_6,x_7)$, $l_{\min2}=(x_1,x_3)-(x_3,x_6)-(x_6,x_7)$.

Otbet: d_{\min} =8, l_{\min} =(x_1 , x_5)-(x_5 , x_6)-(x_6 , x_3)-(x_3 , x_4)-(x_4 , x_7).

30)
$$\begin{pmatrix} - & 7 & 5 & \infty & 9 & \infty \\ \infty & - & -8 & 4 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & - & 3 & 6 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & - & \infty & 8 \\ \infty & \infty & \infty & -4 & - & 6 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix};$$

Otbet: $d_{\min}=9$, $l_{\min}=(x_1,x_2)-(x_2,x_3)-(x_3,x_5)-(x_5,x_4)-(x_4,x_6)$.

22. По заданной матрице весов найти остов минимального (максимального) веса и его вес:

OTBET: $v_{\text{min}}=14$, $G_1=\{(x_1,x_4),(x_2,x_4),(x_3,x_5),(x_3,x_6),(x_4,x_7),(x_6,x_7)\}$, $G_2=\{(x_1,x_4),(x_2,x_4),(x_3,x_5),(x_3,x_6),(x_6,x_7)\}$.

$$\begin{pmatrix}
- & 7 & 15 & 12 & \infty & 10 & \infty \\
7 & - & 13 & 9 & \infty & \infty & 8 \\
15 & 13 & - & 7 & 15 & 7 & \infty \\
12 & 9 & 7 & - & 9 & \infty & 11 \\
\infty & \infty & 15 & 9 & - & 10 & \infty \\
10 & \infty & 7 & \infty & 10 & - & 12 \\
\infty & 8 & \infty & 11 & \infty & 12 & -
\end{pmatrix};$$

Otbet: v_{\min} =47, G={ $(x_1,x_2),(x_2,x_4),(x_2,x_7),(x_3,x_4),(x_3,x_6),(x_4,x_5)$ }.

Otbet: $v_{\min}=52$, $G=\{(x_1,x_2),(x_2,x_4),(x_2,x_7),(x_3,x_7),(x_4,x_5),(x_5,x_6)\}$.

$$4) \begin{pmatrix}
-3 & 3 & \infty & 6 & \infty & \infty \\
3 & -10 & 6 & 8 & \infty & 4 \\
5 & 10 & -5 & 7 & \infty & 9 \\
\infty & 6 & 5 & -8 & 7 & \infty \\
6 & 8 & 7 & 8 & -9 & 11 \\
\infty & \infty & \infty & 7 & 9 & -\infty \\
\infty & 4 & 9 & \infty & 11 & \infty & -
\end{pmatrix};$$

OTBET: $v_{\min}=30$, $G=\{(x_1,x_2),(x_1,x_3),(x_1,x_5),(x_2,x_7),(x_3,x_4),(x_4,x_6)\}.$

$$\begin{pmatrix}
-8 & \infty & 10 & 13 & \infty & 11 \\
8 & -7 & 8 & \infty & 15 & \infty \\
\infty & 7 & -\infty & 19 & 10 & 15 \\
10 & 8 & \infty & -9 & \infty & 6 \\
13 & \infty & 19 & 9 & -8 & \infty \\
\infty & 15 & 10 & \infty & 8 & -12 \\
11 & \infty & 15 & 6 & \infty & 12 & -
\end{pmatrix};$$

Otbet: v_{\min} =46, G={ (x_1,x_2) , (x_2,x_3) , (x_2,x_4) , (x_4,x_5) , (x_4,x_7) , (x_5,x_6) }.

$$6) \begin{pmatrix} - & 6 & 8 & \infty & \infty & 7 & \infty \\ 6 & - & 11 & 12 & 9 & \infty & 5 \\ 8 & 11 & - & 7 & 8 & \infty & 9 \\ \infty & 12 & 7 & - & 6 & 5 & 10 \\ \infty & 9 & 8 & 6 & - & 8 & \infty \\ 7 & \infty & \infty & 5 & 8 & - & 7 \\ \infty & 5 & 9 & 10 & \infty & 7 & - \end{pmatrix};$$

Otbet: $v_{\min}=36$, $G=\{(x_1,x_2),(x_1,x_6),(x_2,x_7),(x_3,x_4),(x_4,x_5),(x_4,x_6)\}$.

$$7) \begin{pmatrix} - & 3 & 8 & \infty & 3 & 6 & \infty \\ 3 & - & 7 & 6 & \infty & \infty & 4 \\ 8 & 7 & - & 4 & 6 & \infty & 10 \\ \infty & 6 & 4 & - & 5 & 7 & \infty \\ 3 & \infty & 6 & 5 & - & 8 & 9 \\ 6 & \infty & \infty & 7 & 8 & - & \infty \\ \infty & 4 & 10 & \infty & 9 & \infty & - \end{pmatrix};$$

Otbet: $v_{\min}=25$, $G=\{(x_1,x_2),(x_1,x_5),(x_1,x_6),(x_2,x_7),(x_3,x_4),(x_4,x_5)\}.$

$$8) \begin{pmatrix} -&9&10&15&\infty&\infty&11\\ 9&-&14&12&\infty&8&15\\ 10&14&-&10&9&\infty&6\\ 15&12&10&-&11&12&\infty\\ \infty&\infty&9&11&-&12&11\\ \infty&8&\infty&12&12&-&\infty\\ 11&15&6&\infty&11&\infty&- \end{pmatrix};$$

OTBET: $v_{\min}=52$, $G=\{(x_1,x_2),(x_1,x_3),(x_2,x_6),(x_3,x_4),(x_3,x_5),(x_3,x_7)\}.$

$$9)\begin{pmatrix} -&8&9&\infty&\infty&\infty&6\\ 8&-&7&6&9&\infty&\infty\\ 9&7&-&6&10&5&\infty\\ \infty&6&6&-&8&7&\infty\\ \infty&9&10&8&-&4&5\\ \infty&\infty&5&7&4&-&6\\ 6&\infty&\infty&\infty&5&6&- \end{pmatrix};$$

Otbet: $v_{\min}=32$, $G=\{(x_1,x_7),(x_2,x_4),(x_3,x_4),(x_3,x_6),(x_5,x_6),(x_5,x_7)\}$.

$$\begin{pmatrix}
-8 & 4 & 9 & \infty & 6 & \infty \\
8 & -11 & 6 & 10 & \infty & 8 \\
4 & 11 & -7 & \infty & 9 & \infty \\
9 & 6 & 7 & -5 & 6 & \infty \\
\infty & 10 & \infty & 5 & -7 & 6 \\
6 & \infty & 9 & 6 & 7 & -8 \\
\infty & 8 & \infty & \infty & 6 & 8 & -
\end{pmatrix};$$

Otbet: v_{\min} =33, G={ (x_1,x_3) , (x_1,x_6) , (x_2,x_4) , (x_4,x_5) , (x_4,x_6) , (x_5,x_7) }.

Otbet: $v_{\min}=14$, $G=\{(x_1,x_4),(x_2,x_4),(x_3,x_4),(x_3,x_5),(x_3,x_6),(x_5,x_7)\}$.

Otbet: $v_{\min}=28$, $G=\{(x_1,x_2),(x_2,x_3),(x_3,x_4),(x_3,x_6),(x_5,x_6),(x_5,x_7)\}.$

13)
$$\begin{pmatrix} -6 & 3 & \infty & 8 & \infty & 10 \\ 6 & -9 & 7 & 6 & \infty & \infty \\ 5 & 9 & -8 & 9 & \infty & 11 \\ \infty & 7 & 8 & -5 & 6 & \infty \\ 8 & 6 & 9 & 5 & -7 & 9 \\ \infty & \infty & \infty & 6 & 7 & -\infty \\ 10 & \infty & 11 & \infty & 9 & \infty & - \end{pmatrix}$$

Otbet: v_{\min} =37, G={ (x_1,x_2) , (x_1,x_3) , (x_2,x_5) , (x_4,x_5) , (x_4,x_6) , (x_5,x_7) }.

$$\begin{pmatrix}
- & 5 & 8 & \infty & \infty & 8 & \infty \\
5 & - & 7 & 10 & \infty & 8 & \infty \\
8 & 7 & - & 4 & 7 & 7 & \infty \\
\infty & 10 & 4 & - & 6 & 9 & 4 \\
\infty & \infty & 7 & 6 & - & 3 & 5 \\
8 & 8 & 7 & 9 & 3 & - & 6 \\
\infty & \infty & \infty & 4 & 5 & 6 & -
\end{pmatrix};$$

Otbet: $v_{\min}=28$, $G=\{(x_1,x_2),(x_2,x_3),(x_3,x_4),(x_4,x_7),(x_5,x_6),(x_5,x_7)\}$.

Otbet: $v_{\min}=26$, $G=\{(x_1,x_3),(x_2,x_3),(x_2,x_5),(x_4,x_5),(x_4,x_6),(x_6,x_7)\}.$

Otbet: $v_{\min}=25$, $G=\{(x_1,x_7),(x_2,x_5),(x_3,x_4),(x_3,x_6),(x_4,x_5),(x_4,x_7)\}.$

$$\begin{pmatrix}
- & 12 & 10 & \infty & 11 & \infty & 18 \\
12 & - & 13 & 14 & \infty & \infty & 7 \\
10 & 13 & - & 9 & 13 & \infty & 16 \\
\infty & 14 & 9 & - & 15 & 14 & \infty \\
11 & \infty & 13 & 15 & - & 15 & 14 \\
\infty & \infty & \infty & 14 & 15 & - & \infty \\
18 & 7 & 16 & \infty & 14 & \infty & -
\end{pmatrix};$$

Otbet: v_{\min} =63, G={ (x_1,x_2) , (x_1,x_3) , (x_1,x_5) , (x_2,x_7) , (x_3,x_4) , (x_4,x_6) }.

$$\begin{pmatrix}
- & 5 & 4 & 11 & \infty & 6 & \infty \\
5 & - & 8 & 9 & \infty & 9 & \infty \\
4 & 8 & - & \infty & 5 & \infty & 7 \\
11 & 9 & \infty & - & \infty & 5 & 3 \\
\infty & \infty & 5 & \infty & - & 7 & 8 \\
6 & 9 & \infty & 5 & 7 & - & 6 \\
\infty & \infty & 7 & 3 & 8 & 6 & -
\end{pmatrix};$$

Otbet: $v_{\min}=28$, $G=\{(x_1,x_2),(x_1,x_3),(x_1,x_6),(x_3,x_5),(x_4,x_6),(x_4,x_7)\}$.

$$\begin{pmatrix}
-8 & 9 & \infty & 10 & \infty & \infty \\
8 & -6 & 5 & 9 & \infty & 7 \\
9 & 6 & -11 & 7 & 12 & \infty \\
\infty & 5 & 11 & -3 & 5 & 4 \\
10 & 9 & 7 & 3 & -4 & \infty \\
\infty & \infty & 12 & 5 & 4 & -9 \\
\infty & 7 & \infty & 4 & \infty & 9 & -
\end{pmatrix};$$

Otbet: v_{\min} =30, G={ $(x_1,x_2),(x_2,x_3),(x_2,x_4),(x_4,x_5),(x_4,x_7),(x_5,x_6)$ }.

OTBET: v_{\min} =33, G={ $(x_1,x_3),(x_2,x_3),(x_3,x_5),(x_4,x_5),(x_4,x_6),(x_5,x_7)$ }.

Otbet: $v_{\min}=29$, $G=\{(x_1,x_5),(x_2,x_5),(x_3,x_6),(x_3,x_7),(x_4,x_5),(x_5,x_7)\}.$

$$\begin{pmatrix}
- & \infty & \infty & 10 & 11 & \infty & 6 \\
\infty & - & \infty & 12 & 10 & 5 & \infty \\
\infty & \infty & - & 3 & 3 & \infty & 8 \\
10 & 12 & 3 & - & 6 & \infty & 7 \\
11 & 10 & 3 & 6 & - & 9 & \infty \\
\infty & 5 & \infty & \infty & 9 & - & 11 \\
6 & \infty & 8 & 7 & \infty & 11 & -
\end{pmatrix};$$

Otbet: v_{\min} =33, G={ (x_1,x_7) , (x_2,x_6) , (x_3,x_4) , (x_3,x_5) , (x_4,x_7) , (x_5,x_6) }.

Otbet: $v_{\min}=34$, $G=\{(x_1,x_3),(x_2,x_5),(x_2,x_7),(x_3,x_5),(x_4,x_5),(x_6,x_7)\}$.

OTBET: $v_{\min}=26$, $G=\{(x_1,x_2),(x_2,x_3),(x_3,x_4),(x_4,x_7),(x_5,x_6),(x_6,x_7)\}.$

Otbet: $v_{\min}=32$, $G=\{(x_1,x_3),(x_2,x_5),(x_3,x_4),(x_4,x_6),(x_4,x_7),(x_5,x_6)\}$.

$$\begin{pmatrix}
- & \infty & \infty & \infty & 7 & \infty & \infty \\
\infty & - & 6 & 9 & 5 & 8 & 11 \\
\infty & 6 & - & 2 & 5 & 6 & 6 \\
\infty & 9 & 2 & - & \infty & 4 & \infty \\
7 & 5 & 5 & \infty & - & 4 & 12 \\
\infty & 8 & 6 & 4 & 4 & - & 3 \\
\infty & 11 & 6 & \infty & 12 & 3 & -
\end{pmatrix};$$

Otbet: $v_{\min}=25$, $G=\{(x_1,x_5),(x_2,x_5),(x_3,x_4),(x_4,x_6),(x_5,x_6),(x_6,x_7)\}.$

Otbet: $v_{\min}=27$, $G=\{(x_1,x_2),(x_2,x_5),(x_3,x_4),(x_3,x_5),(x_5,x_6),(x_6,x_7)\}$.

$$\begin{pmatrix}
- & 4 & \infty & \infty & 7 & \infty & 20 \\
4 & - & 3 & \infty & 5 & 14 & 15 \\
\infty & 3 & - & 6 & 7 & 11 & \infty \\
\infty & \infty & 6 & - & 12 & 10 & 4 \\
7 & 5 & 7 & 12 & - & 8 & \infty \\
\infty & 14 & 11 & 10 & 8 & - & 5 \\
20 & 15 & \infty & 4 & \infty & 5 & -
\end{pmatrix};$$

Otbet: $v_{\min}=27$, $G=\{(x_1,x_2),(x_2,x_3),(x_2,x_5),(x_3,x_4),(x_4,x_7),(x_6,x_7)\}.$

Otbet: $v_{\min}=18$, $G=\{(x_1,x_2),(x_2,x_3),(x_2,x_5),(x_4,x_6),(x_5,x_6),(x_6,x_7)\}$.

OTBET: $v_{\min}=28$, $G=\{(x_1,x_3),(x_1,x_4),(x_2,x_3),(x_4,x_5),(x_4,x_6),(x_6,x_7)\}.$

23. Найти число остовных деревьев в полном двудольном графе $K_{m,n}$.

Ответ: $n^{m-1}m^{n-1}$.

- 24. Доказать, что если для любых двух несмежных вершин x и y связного n-вершинного графа выполняется условие $P(x)+P(y) \ge n$, то граф имеет гамильтонов цикл.
- 25. Доказать, что любой граф можно уложить в \Re^3 .
- 26. Показать, что при n>1 удаление любой вершины графа K_n приводит к графу с меньшим хроматическим числом.
- 27. Показать, что при n>1 удаление любой вершины простого цикла, содержащего n вершин, приводит к графу с меньшим хроматическим числом тогда и только тогда, когда n нечётно.
- 28. Приведите пример графа, последовательная раскраска вершин которого не минимальна.
- 29. Построить сетевой граф для проекта из работ a_1 , a_2 ,..., a_5 , если работы a_2 и a_3 начаты одновременно, работа a_4 может быть начата после выполнения работ a_1 , a_2 , a_3 , работа a_5 может быть начата после выполнения работы a_3 .
- 30. Построить сетевой граф для проекта из работ a_1 , a_2 ,..., a_7 , если работа a_3 выполняется после работ a_1 и a_4 , работа a_4 начинается после выполнения работы a_2 , работа a_6 может быть выполнена после работ a_4 и a_5 , работа a_7 выполняется после работ a_3 и a_6 .

Перечень вопросов для подготовки к зачёту:

- 1. Множества и действия над ними.
- 2. Отношения и функции. Специальные бинарные отношения.
- 3. Эквивалентные конечные и бесконечные множества.
- 4. Кардинальные числа.
- 5. Аксиомы теории множеств.
- 6. Основные определения комбинаторного анализа.
- 7. Правила суммы и произведения.
- 8. Формулы для расчёта перестановок и сочетаний без повторений и с повторением.
- 9. Бином Ньютона.
- 10. Полиномиальная теорема.
- 11. Свойства биномиальных коэффициентов.
- 12. Метод рекуррентных соотношений.
- 13. Метод производящих функций.
- 14. Производящая функция для сочетаний с ограниченным числом повторений.
- 15. Производящая функция для сочетаний с неограниченным числом повторений.
- 16. Применение производящих функций для получения комбинаторных чисел.
- 17. Однородные и неоднородные линейные рекуррентные соотношения.
- 18. Экспоненциальные производящие функции.
- 19. Метод включений и исключений.
- 20. Учёт весов элементов в формуле включений и исключений.
- 21. Функция Эйлера.
- 22. Функция Мёбиуса.
- 23. Множества и действия над ними.
- 24. Отношения и функции. Специальные бинарные отношения.
- 25. Эквивалентные конечные и бесконечные множества.
- 26. Кардинальные числа.
- 27. Аксиомы теории множеств.
- 28. Основные определения комбинаторного анализа.
- 29. Правила суммы и произведения.
- 30. Формулы для расчёта перестановок и сочетаний без повторений и с повторением.
- 31. Бином Ньютона.
- 32. Полиномиальная теорема.
- 33. Свойства биномиальных коэффициентов.
- 34. Метод рекуррентных соотношений.
- 35. Метод производящих функций.
- 36. Производящая функция для сочетаний с ограниченным числом повторений.
- 37. Производящая функция для сочетаний с неограниченным числом повторений.
- 38. Применение производящих функций для получения комбинаторных чисел.
- 39. Однородные и неоднородные линейные рекуррентные соотношения.
- 40. Экспоненциальные производящие функции.
- 41. Метод включений и исключений.
- 42. Учёт весов элементов в формуле включений и исключений.
- 43. Функция Эйлера.
- 44. Функция Мёбиуса.

- 45. Основные понятия теории графов.
- 46. Операции над графами.
- 47. Маршруты, цепи и циклы.
- 48. Способы задания графов.
- 49. Метрические характеристики графа.
- 50. Упорядочение дуг и вершин орграфа.
- 51. Выявление маршрутов с заданным числом рёбер.
- 52. Определение экстремальных путей на графах. Метод Шимбелла.
- 53. Нахождение кратчайших путей. Алгоритм Дейкстры.
- 54. Алгоритм Беллмана-Мура.
- 55. Дерево и лес.
- 56. Задачи об остове экстремального веса.
- 57. Обходы графов и фундаментальные циклы.
- 58. Клики и независимые множества.
- 59. Эйлеровы и гамильтоновы графы.
- 60. Доминирующие множества и клики.
- 61. Планарность графов.
- 62. Алгоритм укладки графа на плоскость.
- 63. Хроматические графы. Раскраска графов.
- 64. Потоки на сетях.
- 65. Теорема Форда-Фалкерсона.
- 66. Поток минимальной стоимости.
- 67. Задачи СПУ: критические пути и работы.
- 68. Линейные графики СПУ.