МИНОБРНАУКИ РОССИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Самарский государственный технический университет»
(ФГБОУ ВО «СамГТУ»)

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по учебной работе
_____ / О.В. Юсупова
"_____" _____ 20___ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Б1.О.03.04 «Дифференциальная геометрия и тензорная алгебра»

Код и направление подготовки (специальность)	01.03.02 Прикладная математика и информатика
Направленность (профиль)	Прикладная математика и информатика
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Очная
Год начала подготовки	2022
Институт / факультет	Институт автоматики и информационных технологий
Выпускающая кафедра	кафедра "Прикладная математика и информатика"
Кафедра-разработчик	кафедра "Прикладная математика и информатика"
Объем дисциплины, ч. / з.е.	108 / 3
Форма контроля (промежуточная аттестация)	Зачет

Самара 2022

Б1.О.03.04 «Дифференциальная геометрия и тензорная алгебра»

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки (специальности) **01.03.02 Прикладная математика и информатика**, утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от № 9 от 10.01.2018 и соответствующего учебного плана.

Разработчик РПД:

Доцент, кандидат физико-математических наук, доцент (должность, степень, ученое звание)	Н.Н Попов (ФИО)
Заведующий кафедрой	В.П. Радченко, доктор физико-математических наук, профессор (ФИО, степень, ученое звание)

СОГЛАСОВАНО:

Председатель методического совета факультета / института (или учебно-методической комиссии)	Я.Г Стельмах, кандидат педагогических наук (ФИО, степень, ученое звание)
Руководитель образовательной программы	В.П. Радченко, доктор физико-математических наук, профессор (ФИО, степень, ученое звание)

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы 4
2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы 5
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся 6
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам), с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий 7
4.1 Содержание лекционных занятий 7
4.2 Содержание лабораторных занятий 9
4.3 Содержание практических занятий 9
4.4. Содержание самостоятельной работы 10
5. Перечень учебной литературы и учебно-методического обеспечения по дисциплине (модулю) 12
6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения 13
7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», профессиональных баз данных, информационно-справочных систем 13
8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю) 13
9. Методические материалы 14
10. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) 16

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Наименование категории (группы) компетенций	Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения (знать, уметь, владеть, соотнесенные с индикаторами достижения компетенции)
Общепрофессиональные компетенции			
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Знает основные понятия, факты, концепции, принципы теорий математических и (или) естественных; базовый математический аппарат связанный с прикладной математикой и информатикой	Знать основные понятия, факты, концепции, принципы дифференциальной геометрии и тензорной алгебры, базовый математический аппарат дифференциальной геометрии и тензорной алгебры, связанный с прикладной математикой и информатикой
		ОПК-1.2 Умеет выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук; применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности к решению конкретных задач	Уметь выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках дисциплины дифференциальной геометрии и тензорной алгебры, ; применять фундаментальные знания, полученные по дисциплине дифференциальная геометрия и тензорная алгебра, в профессиональной деятельности к решению конкретных задач.
Универсальные компетенции			
Системное и критическое мышление	УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Знает принципы поиска, сбора и обобщения информации, методы анализа результатов	Знать принципы поиска, сбора и обобщения информации, методы анализа результатов

		УК-1.2 Умеет применять методики поиска, сбора, обработки информации, системный подход для решения поставленных задач	Уметь применять методики поиска, сбора, обработки информации, системный подход для решения поставленных задач

2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы: **базовая часть**

Код компетенции	Предшествующие дисциплины	Параллельно осваиваемые дисциплины	Последующие дисциплины
ОПК-1	Алгебра и геометрия; Дискретная математика; Математическая логика; Математический анализ	Дискретная математика; Дифференциальные уравнения; Математический анализ	Вариационное исчисление; Выполнение и защита выпускной квалификационной работы; Дифференциальные уравнения; История прикладной математики и информатики; Комплексный анализ; Математический анализ; Операционное исчисление; Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена; Производственная практика: научно-исследовательская работа (рассредоточенная); Теория вероятностей и математическая статистика; Уравнения математической физики; Учебная практика: научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы); Функциональный анализ

УК-1	Алгебра и геометрия; Дискретная математика; Информационные технологии и программирование; Математическая логика; Математический анализ; Правоведение; Учебная практика: проектная практика	Дискретная математика; Дифференциальные уравнения; Математический анализ; Математическое моделирование в естествознании; Учебная практика: проектная практика	Вариационное исчисление; Выполнение и защита выпускной квалификационной работы; Дифференциальные уравнения; История прикладной математики и информатики; Комплексный анализ; Математические модели механики сплошных сред; Математические основы методов защиты информации; Математический анализ; Математическое моделирование в естествознании; Методы оптимизации; Операционное исчисление; Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена; Производственная практика: научно-исследовательская работа; Производственная практика: научно-исследовательская работа (рассредоточенная); Производственная практика: преддипломная практика; Теория вероятностей и математическая статистика; Учебная практика: научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы); Учебная практика: проектная практика; Функциональный анализ

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Вид учебной работы	Всего часов / часов в электронной форме	3 семестр часов / часов в электронной форме
Аудиторная контактная работа (всего), в том числе:	48	48
Лекции	32	32
Практические занятия	16	16
Внеаудиторная контактная работа, КСР	3	3
Самостоятельная работа (всего), в том числе:	57	57
подготовка к зачету	10	10
подготовка к лекциям	17	17
подготовка к практическим занятиям	30	30

Итого: час	108	108
Итого: з.е.	3	3

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам), с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

№ раздела	Наименование раздела дисциплины	Виды учебной нагрузки и их трудоемкость, часы				
		ЛЗ	ЛР	ПЗ	СРС	Всего часов
1	Индексные объекты	8	0	4	10	22
2	Тензоры и их свойства	4	0	2	8	14
3	Тензорная алгебра и аффинные координаты	6	0	2	9	17
4	Тензорная алгебра и криволинейные координат	6	0	2	10	18
5	Дифференциальная геометрия	8	0	6	20	34
	КСР	0	0	0	0	3
	Итого	32	0	16	57	108

4.1 Содержание лекционных занятий

№ занятия	Наименование раздела	Тема лекции	**Содержание лекции** (перечень дидактических единиц: рассматриваемых подтем, вопросов)	Количество часов / часов в электронной форме
3 семестр				
1	Индексные объекты	Индексные объекты. Общие понятия	Индексные обозначения. Соглашение о суммировании. Сложение, умножение и свертывание индексных объектов. Симметричные и антисимметричные объекты. Символы Кронекера	2
2	Индексные объекты	Теория опреде-лителей в индексных обозначениях.	Антисимметричные объекты третьего порядка. Определители объектов второго порядка. Свой-ства определителей. Алгебраические дополнения	2
3	Индексные объекты	Теория n-форм в индексных обозначениях	Линейные формы. Билинейные формы. Полили-нейные формы. Их свойства. Инвариантность формы. Понятие тензора	2
4	Индексные объекты	Линейная алгебра в индексных обозначе-ниях	Линейные уравнения в индексной форме. Формулы Крамера. Положительно определенная квадратичная форма. Характеристическое уравнение. Теорема о корнях характеристического уравнения	2

5	Тензоры и их свойства	Тензоры относительно линейного преоб-разования	Линейные преобразования , обратимость линейных преобразований. Тождественность, суперпозиция линейных преобразований. Инварианты, ковариантные и контравариантные векторы. Тензоры второго и более высокого порядка. Операции сложения, умножения, свертывания тензоров.Тензорные равенства и уравнения, основное их свойство	2
6	Тензоры и их свойства	Истинные тензоры и псевдотензоры. Тензоры относительно общего преобразования	Обратный тензорный признак (доказательство для уравнения вида , связь с коэффициентами полилинейной формы; символы (тензоры) Кронекера. Истинные тензоры и псевдотензоры. Операции над ними. Общие преобразования координат. Тензоры относительно общего преоб-разования.	2
7	Тензорная алгебра и аффинные координаты	Тензоры в аффиннной системе координат	Аффинные координаты и тензоры. Контравариантные векторы и смещение. Базисные точки и геометрическая интерпретация аффинных координат	2
8	Тензорная алгебра и аффинные координаты	Метрический тензор и понятия связанные с ним	Расстояние между двумя точками и метрический тензор, объекты. Модуль ковариантного и контравариантного векторов. Угол между направле-ниями, ортогональность, метрический тензор в декартовой системе координат	2
9	Тензорная алгебра и аффинные координаты	Скалярное и векторное произведения в аффинной системе	Ассоциированные векторы и тензоры. Скалярное и векторное произведения в аффинной системе. Вычисление площадей и объемов в аффинной системе.	2
10	Тензорная алгебра и криволинейные координат	Криволинейные координаты.	Криволинейные координаты, координатные кривые и поверхности. Цилиндрические и сферические системы координат. Тензорные поля.	2
11	Тензорная алгебра и криволинейные координат	Тензоры в кри-волинейной системе координат	Линейные элемент и метрический тензор в криво-линейной системе координат, объекты. Примердля цилиндрической и сферической систем. Угол между направлениями. Ортогональные кри-волинейные координаты. Угол между поверхнстями, ортогональность поверхностей.	2
12	Тензорная алгебра и криволинейные координат	Параллельное векторное поле.	Параллельное векторное поле. Символы Кристоффеля первого и второго рода. Уравнение параллельного векторного поля	2
13	Дифференциальная геометрия	Производная вектора	Производные от тензора нулевого порядка. Абсолютная и ковариантная производные вектора. Примеры использования из динамики точки (уравнения движения) в криволинейной системе координат.	2

14	Дифференциальная геометрия	Производная тензора	Абсолютная и ковариантная производные тензора. Правила дифференцирования тензоров. Теорема Риччи	2
15	Дифференциальная геометрия	Векторные операции в тензорном изложении	Дивергенция и вихрь вектора, лапласиан в криво-линейной системе. Векторные операции второго порядка.	2
16	Дифференциальная геометрия	Уравнения прямой и кривой в пространстве	Кривые в пространстве, касательный вектор кри-вой. Нормальный вектор, главная нормаль и би-нормаль. Формулы Френе. Уравнение прямой в криволинейной системе.	2
			Итого за семестр:	**32**
			Итого:	**32**

4.2 Содержание лабораторных занятий

Учебные занятия не реализуются.

4.3 Содержание практических занятий

№ занятия	**Наименование раздела**	**Тема практического занятия**	**Содержание практического занятия** (перечень дидактических единиц: рассматриваемых подтем, вопросов)	**Количество часов / часов в электронной форме**
3 семестр				
1	Индексные объекты	Индексные объекты и действия над ними	Индексные обозначения. Соглашение о суммирова-нии. Сложение, умножение и свертывание индексных объектов. Алгебра индексных объектов. Преобразования симметричных и антисимметричных объектов..	2
2	Индексные объекты	Теория определителей в индексных обозначениях	Вычисление определителей индексных объектов. Алгебраические дополнения. Линейные уравнения и квадратичные формы в индексной форме. Решение линейных уравнений по формулам Крамера.	2
3	Тензоры и их свойства	Тензорная алгебра	Тензоры. Инварианты, ковариантные и контравари-антные векторы. Тензоры второго и более высокого порядка. Тензоры и действия над ними. Тензоры от-носительно общего преобразования.	2
4	Тензорная алгебра и аффинные координаты	Тензоры в аффинной системе координат	Аффинные координаты. Ковариантные и контрава-риантные векторы. Метрический тензор. Решение задач.	2
5	Тензорная алгебра и криволинейные координат	Тензоры в кроволинейной системе координат	Криволинейные координаты, координатные поверх-ности и кривые Метрический тензор и метрические соотношения в криволинейной системе. Решение задач.	2

6	Дифференциальная геометрия	Символы Кристоффеля и производная тензора.	Символы Кристоффеля первого и второго родов. Вычисление их в различных криволинейных координатах. Вычисление абсолютных и ковариантных произ-водные тензоров	2
7	Дифференциальная геометрия	Векторные операции в тензорном изложении	Векторные операции второго порядка: дивергенция, вихрь, градиент. Решение задач	2
8	Дифференциальная геометрия	Кривые в пространстве	Кривые в пространстве, касательный и нормальный вектор, главная нормаль и бинормаль. Решение задач	2
			Итого за семестр:	**16**
			Итого:	**16**

4.4. Содержание самостоятельной работы

Наименование раздела	**Вид самостоятельной работы**	**Содержание самостоятельной работы** (перечень дидактических единиц: рассматриваемых подтем, вопросов)	**Количество часов**
3 семестр			
Индексные объекты	подготовка к лекциям	Индексные обозначения. Соглашение о суммировании. Сложение, умножение и свертывание индексных объектов. Симметричные и антисимметричные объекты. Символы Кронекера.Линейные формы. Билинейные формы. Полили-нейные формы. Их свойства. Инвариантность формы. Понятие тензора. Линейные уравнения в индексной форме. Формулы Крамера. Положительно определенная квадратичная форма. Характеристическое уравнение. Теорема о корнях характеристического уравнения	4
Индексные объекты	подготовка к практическим занятиям, выполнение соответствующих заданий	Индексные обозначения. Соглашение о суммирова-нии. Сложение, умножение и свертывание индексных объектов. Алгебра индексных объектов. Преобразования симметричных и антисимметричных объектов..нтисимметричные объекты третьего порядка. Определители объектов второго порядка. Свой-ства определителей. Алгебраические дополнения	6

Тензоры и их свойства	подготовка к лекциям	Линейные преобразования , обратимость линейных преобразований. Тождественность, суперпозиция линейных преобразований. Инварианты, ковариантные и контравариантные векторы. Тензоры второго и более высокого порядка. Операции сложения, умножения, свертывания тензоров.Тензорные равенства и уравнения, основное их свойство. Обратный тензорный признак (доказательство для уравнения вида , связь с коэффициентами полилинейной формы; символы (тензоры) Кронекера. Истинные тензоры и псевдотензоры. Операции над ними. Общие преобразования координат. Тензоры относительно общего преоб-разования.	3
Тензоры и их свойства	подготовка к практическим занятиям, выполнение соответствующих заданий	Тензоры. Инварианты, ковариантные и контравариантные векторы. Тензоры второго и более высокого порядка. Тензоры и действия над ними. Тензоры относительно общего преобразования.	5
Тензорная алгебра и аффинные координаты	подготовка к лекциям	Аффинные координаты и тензоры. Контравариантные векторы и смещение. Базисные точки и геометрическая интерпретация аффинных координат.Расстояние между двумя точками и метрический тензор, объекты. Модуль ковариантного и контравариантного векторов. Угол между направле-ниями, ортогональность, метрический тензор в декартовой системе координат	3
Тензорная алгебра и аффинные координаты	подготовка к практическим занятиям, выполнение соответствующих заданий	Аффинные координаты. Ковариантные и контравариантные векторы. Метрический тензор. Решение задач. Ассоциированные векторы и тензоры. Скалярное и векторное произведения в аффинной системе. Вычисление площадей и объемов в аффинной системе.	6
Тензорная алгебра и криволинейные координат	подготовка к лекциям	Криволинейные координаты, координатные кривые и поверхности. Цилиндрические и сферические системы координат. Тензорные поля. Линейные элемент и метрический тензор в криво-линейной системе координат, объекты. Примердля цилиндрической и сферической систем. Угол между направлениями. Ортогональные криволинейные координаты. Угол между поверхнстями, ортогональность поверхностей	3

Тензорная алгебра и криволинейные координат	подготовка к практическим занятиям, выполнение соответствующих заданий	Криволинейные координаты, координатные поверх-ности и кривые Метрический тензор и метрические соотношения в криволинейной системе. Решение задач.	7
Дифференциальная геометрия	подготовка к лекциям	Производные от тензора нулевого порядка. Абсолютная и ковариантная производные вектора. Примеры использования из динамики точки (уравнения движения) в криволинейной системе координат. Абсолютная и ковариантная производные тензора. Правила дифференцирования тензоров. Теорема Риччи. Дивергенция и вихрь вектора, лапласиан в криво-линейной системе. Векторные операции второго порядка.	4
Дифференциальная геометрия	подготовка к практическим занятиям, выполнение соответствующих заданий	Символы Кристоффеля первого и второго родов. Вычисление их в различных криволинейных координа-тах. Вычисление абсолютных и ковариантных произ-водные тензоров. Кривые в пространстве, касательный вектор кри-вой. Нормальный вектор, главная нормаль и би-нормаль. Формулы Френе. Уравнение прямой в криволинейной системе.	6
Дифференциальная геометрия	подготовка к зачету	подготовка к зачету	10
		Итого за семестр:	**57**
		Итого:	**57**

5. Перечень учебной литературы и учебно-методического обеспечения по дисциплине (модулю)

№ п/п	**Библиографическое описание**	**Ресурс НТБ СамГТУ** (ЭБС СамГТУ, IPRbooks и т.д.)
Основная литература		
1	Тензорная алгебра и дифференциальная геометрия : учеб. пособие / Самар.гос.техн.ун-т; сост.: В. П. Радченко, Н. Н. Попов.- Самара, 2015.- 99 с.	Электронный ресурс
Дополнительная литература		
2	Димитриенко, Ю.И. Тензорное исчисление : Учеб.пособие.- М., Высш.шк., 2001.- 575 с.	Электронный ресурс
Учебно-методическое обеспечение		

3	Радченко, В.П. Тензорная алгебра и дифференциальная геометрия : задачи и упражнения / В. П. Радченко, Н. Н. Попов; Самар.гос.техн.ун-т, Прикладная математика и информатика.- Самара, 2018.- 29 с..- Режим доступа: https://elib.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu||elib||3435	Электронный ресурс

Доступ обучающихся к ЭР НТБ СамГТУ (elib.samgtu.ru) осуществляется посредством электронной информационной образовательной среды университета и сайта НТБ СамГТУ по логину и паролю.

6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения

При проведении лекционных занятий используется мультимедийное оборудование.

Организовано взаимодействие обучающегося и преподавателя с использованием электронной ин-формационной образовательной среды университета.

№ п/п	Наименование	Производитель	Способ распространения
1	Яндекс Браузер (для чтения pdf-файлов)	Яндекс (Отечественный)	Свободно распространяемое

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», профессиональных баз данных, информационно-справочных систем

№ п/п	Наименование	Краткое описание	Режим доступа
1	Научная электронная библиотека	http://elibrary.ru/	Ресурсы открытого доступа
2	ТехЛит.ру	http://www.tehlit.ru/	Ресурсы открытого доступа
3	Электронная библиотека образовательных и научных изданий	http://www.iqlib.ru	Ресурсы открытого доступа
4	Электронно-библиотечная система IPRbooks	http://www.iprbookshop.ru/	Российские базы данных ограниченного доступа

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Лекционные занятия

Аудитории для лекционных занятий укомплектованы мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории (наборы демонстрационного оборудования (проектор, экран, компьютер / ноутбук), учебно-наглядные, учебно-методические пособия, тематические иллюстрации.

Практические занятия

Аудитории для практических занятий укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения (проектор, экран, компьютер/ноутбук).

Самостоятельная работа

Помещения для самостоятельной работы оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и доступом к электронной информационно-образовательной среде СамГТУ читальный зал НТБ СамГТУ (ауд. 200 корпус №8; ауд. 125 корпус № 1; ауд. 41, 31, 34, 35 Главный корпус библиотеки; ауд. 83а, 414, 416, 0209 12 корпус; ауд. 401 корпус №10

компьютерные классы (ауд. 208, 210 корпус №8)

9. Методические материалы

Методические рекомендации при работе на лекции

До лекции студент должен просмотреть учебно-методическую и научную литературу по теме лекции с тем, чтобы иметь представление о проблемах, которые будут разбираться в лекции.

Перед началом лекции обучающимся сообщается тема лекции, план, вопросы, подлежащие рассмотрению, доводятся основные литературные источники. Весь учебный материал, сообщаемый преподавателем, должен не просто прослушиваться. Он должен быть активно воспринят, т.е. услышан, осмыслен, понят, зафиксирован на бумаге и закреплен в памяти. Приступая к слушанию нового учебного материала, полезно мысленно установить его связь с ранее изученным. Следя за техникой чтения лекции (акцент на существенном, повышение тона, изменение ритма, пауза и т.п.), необходимо вслед за преподавателем уметь выделять основные категории, законы и определять их содержание, проблемы, предполагать их возможные решения, доказательства и выводы. Осуществляя такую работу, можно значительно облегчить себе понимание учебного материала, его конспектирование и дальнейшее изучение.

Конспектирование лекции позволяет обработать, систематизировать и лучше сохранить полученную информацию с тем, чтобы в будущем можно было восстановить в памяти основные, содержательные моменты. Типичная ошибка, совершаемая обучающимся, дословное конспектирование речи преподавателя. Как правило, при записи «слово в слово» не остается времени на обдумывание, анализ и синтез информации. Отбирая нужную информацию, главные мысли, проблемы, решения и выводы, необходимо сокращать текст, строить его таким образом, чтобы потом можно было легко в нем разобраться. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых можно будет делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. С окончанием лекции работа над конспектом не может считаться завершенной. Нужно еще восстановить отдельные места, проверить, все ли понятно, уточнить что-то на консультации и т.п. с тем, чтобы конспект мог быть использован в процессе подготовки к практическим занятиям, зачету, экзамену. Конспект лекции – незаменимый учебный документ, необходимый для самостоятельной работы.

Методические рекомендации при подготовке и работе на практическом занятии

Практические занятия по дисциплине проводятся в целях выработки практических умений и приобретения навыков в решении профессиональных задач.

Рекомендуется следующая схема подготовки к практическому занятию:

1. ознакомление с планом практического занятия, который отражает содержание предложенной темы;
2. проработка конспекта лекции;
3. чтение рекомендованной литературы;
4. подготовка ответов на вопросы плана практического занятия;
5. выполнение тестовых заданий, задач и др.

Подготовка обучающегося к практическому занятию производится по вопросам, разработанным для каждой темы практических занятий и (или) лекций. В процессе подготовки к практическим занятиям, необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной литературы.

Работа студентов во время практического занятия осуществляется на основе заданий, которые выдаются обучающимся в начале или во время занятия. На практических занятиях приветствуется активное участие в обсуждении конкретных ситуаций, способность на основе полученных знаний находить наиболее эффективные решения поставленных проблем, уметь находить полезный дополнительный материал по тематике занятий. Обучающимся необходимо обращать внимание на основные понятия, алгоритмы, определять практическую значимость рассматриваемых вопросов. На практических занятиях обучающиеся должны уметь выполнить расчет по заданным параметрам или выработать определенные решения по обозначенной проблеме. Задания могут быть групповые и индивидуальные. В зависимости от сложности предлагаемых заданий, целей занятия, общей подготовки обучающихся преподаватель может подсказать обучающимся алгоритм решения или первое действие, или указать общее направление рассуждений. Полученные результаты обсуждаются с позиций их адекватности или эффективности в рассмотренной ситуации.

Методические рекомендации по выполнению самостоятельной работы

Организация самостоятельной работы обучающихся ориентируется на активные методы овладения знаниями, развитие творческих способностей, переход от поточного к индивидуализированному обучению с учетом потребностей и возможностей обучающегося.

Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной литературой, материалами периодических изданий и Интернета является наиболее эффективным методом получения дополнительных знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала. Все новые понятия по изучаемой теме необходимо выучить наизусть и внести в глоссарий, который целесообразно вести с самого начала изучения курса.

Самостоятельная работа реализуется:

- непосредственно в процессе аудиторных занятий;
- на лекциях, практических занятиях;
- в контакте с преподавателем вне рамок расписания;
- на консультациях по учебным вопросам, в ходе творческих контактов, при ликвидации задолженностей, при выполнении индивидуальных заданий и т.д.;
- в библиотеке, дома, на кафедре при выполнении обучающимся учебных и практических задач.

Эффективным средством осуществления обучающимся самостоятельной работы является электронная информационно-образовательная среда университета, которая обеспечивает доступ к учебным планам, рабочим программам дисциплин (модулей), практик, к изданиям электронных библиотечных систем.

10. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств представлен в приложении № 1.

Приложение 1 к рабочей программе дисциплины
Б1.О.03.04 «Дифференциальная геометрия и тензорная алгебра»

Фонд оценочных средств
по дисциплине
Б1.О.03.04 «Дифференциальная геометрия и тензорная алгебра»

Код и направление подготовки (специальность)	01.03.02 Прикладная математика и информатика
Направленность (профиль)	Прикладная математика и информатика
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Очная
Год начала подготовки	2022
Институт / факультет	Институт автоматики и информационных технологий
Выпускающая кафедра	кафедра "Прикладная математика и информатика"
Кафедра-разработчик	кафедра "Прикладная математика и информатика"
Объем дисциплины, ч. / з.е.	108 / 3
Форма контроля (промежуточная аттестация)	Зачет

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Наименование категории (группы) компетенций	Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения (знать, уметь, владеть, соотнесенные с индикаторами достижения компетенции)
Общепрофессиональные компетенции			
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Знает основные понятия, факты, концепции, принципы теорий математических и (или) естественных; базовый математический аппарат связанный с прикладной математикой и информатикой	Знать основные понятия, факты, концепции, принципы дифференциальной геометрии и тензорной алгебры, базовый математический аппарат дифференциальной геометрии и тензорной алгебры, связанный с прикладной математикой и информатикой
		ОПК-1.2 Умеет выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук; применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности к решению конкретных задач	Уметь выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках дисциплины дифференциальной геометрии и тензорной алгебры, ; применять фундаментальные знания, полученные по дисциплине дифференциальная геометрия и тензорная алгебра, в профессиональной деятельности к решению конкретных задач.
Универсальные компетенции			
Системное и критическое мышление	УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Знает принципы поиска, сбора и обобщения информации, методы анализа результатов	Знать принципы поиска, сбора и обобщения информации, методы анализа результатов

		УК-1.2 Умеет применять методики поиска, сбора, обработки информации, системный подход для решения поставленных задач	Уметь применять методики поиска, сбора, обработки информации, системный подход для решения поставленных задач

Матрица соответствия оценочных средств запланированным результатам обучения

Код индикатора достижения компетенции	Результаты обучения	Оценочные средства	Текущий контроль успеваемости	Промежуточная аттестация
Индексные объекты				
ОПК-1.1 Знает основные понятия, факты, концепции, принципы теорий математических и (или) естественных; базовый математический аппарат связанный с прикладной математикой и информатикой	**Знать** основные понятия, факты, концепции, принципы дифференциальной геометрии и тензорной алгебры, базовый математический аппарат дифференциальной геометрии и тензорной алгебры, связанный с прикладной математикой и информатикой	Устный опрос	Да	Да
ОПК-1.2 Умеет выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук; применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности к решению конкретных задач	**Уметь** выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках дисциплины дифференциальной геометрии и тензорной алгебры, ; применять фундаментальные знания, полученные по дисциплине дифференциальная геометрия и тензорная алгебра, в профессиональной деятельности к решению конкретных задач.	Экзамен	Да	Да
		Контрольная работа	Да	Да
УК-1.1 Знает принципы поиска, сбора и обобщения информации, методы анализа результатов	**Знать** принципы поиска, сбора и обобщения информации, методы анализа результатов	Устный опрос	Да	Да

УК-1.2 Умеет применять методики поиска, сбора, обработки информации, системный подход для решения поставленных задач	**Уметь** применять методики поиска, сбора, обработки информации, системный подход для решения поставленных задач	Экзамен	Да	Да
Тензоры и их свойства				
ОПК-1.1 Знает основные понятия, факты, концепции, принципы теорий математических и (или) естественных; базовый математический аппарат связанный с прикладной математикой и информатикой	**Знать** основные понятия, факты, концепции, принципы дифференциальной геометрии и тензорной алгебры, базовый математический аппарат дифференциальной геометрии и тензорной алгебры, связанный с прикладной математикой и информатикой	Контрольная работа	Да	Да
ОПК-1.2 Умеет выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук; применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности к решению конкретных задач	**Уметь** выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках дисциплины дифференциальной геометрии и тензорной алгебры, ; применять фундаментальные знания, полученные по дисциплине дифференциальная геометрия и тензорная алгебра, в профессиональной деятельности к решению конкретных задач.	Экзамен	Да	Да
УК-1.1 Знает принципы поиска, сбора и обобщения информации, методы анализа результатов	**Знать** принципы поиска, сбора и обобщения информации, методы анализа результатов	Устный опрос	Да	Да
УК-1.2 Умеет применять методики поиска, сбора, обработки информации, системный подход для решения поставленных задач	**Уметь** применять методики поиска, сбора, обработки информации, системный подход для решения поставленных задач	Устный опрос	Да	Да
Тензорная алгебра и аффинные координаты				

ОПК-1.1 Знает основные понятия, факты, концепции, принципы теорий математических и (или) естественных; базовый математический аппарат связанный с прикладной математикой и информатикой	**Знать** основные понятия, факты, концепции, принципы дифференциальной геометрии и тензорной алгебры, базовый математический аппарат дифференциальной геометрии и тензорной алгебры, связанный с прикладной математикой и информатикой	Контрольная работа	Да	Да
ОПК-1.2 Умеет выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук; применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности к решению конкретных задач	**Уметь** выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках дисциплины дифференциальной геометрии и тензорной алгебры, ; применять фундаментальные знания, полученные по дисциплине дифференциальная геометрия и тензорная алгебра, в профессиональной деятельности к решению конкретных задач.	Экзамен	Да	Да
УК-1.1 Знает принципы поиска, сбора и обобщения информации, методы анализа результатов	**Знать** принципы поиска, сбора и обобщения информации, методы анализа результатов	Устный опрос	Да	Да
УК-1.2 Умеет применять методики поиска, сбора, обработки информации, системный подход для решения поставленных задач	**Уметь** применять методики поиска, сбора, обработки информации, системный подход для решения поставленных задач	Устный опрос	Да	Да
Тензорная алгебра и криволинейные координат				
ОПК-1.1 Знает основные понятия, факты, концепции, принципы теорий математических и (или) естественных; базовый математический аппарат связанный с прикладной математикой и информатикой	**Знать** основные понятия, факты, концепции, принципы дифференциальной геометрии и тензорной алгебры, базовый математический аппарат дифференциальной геометрии и тензорной алгебры, связанный с прикладной математикой и информатикой	Контрольная работа	Да	Да

ОПК-1.2 Умеет выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук; применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности к решению конкретных задач	**Уметь** выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках дисциплины дифференциальной геометрии и тензорной алгебры, ; применять фундаментальные знания, полученные по дисциплине дифференциальная геометрия и тензорная алгебра, в профессиональной деятельности к решению конкретных задач.	Экзамен	Да	Да
УК-1.1 Знает принципы поиска, сбора и обобщения информации, методы анализа результатов	**Знать** принципы поиска, сбора и обобщения информации, методы анализа результатов	Устный опрос	Да	Да
УК-1.2 Умеет применять методики поиска, сбора, обработки информации, системный подход для решения поставленных задач	**Уметь** применять методики поиска, сбора, обработки информации, системный подход для решения поставленных задач	Устный опрос	Да	Да
Дифференциальная геометрия				
ОПК-1.1 Знает основные понятия, факты, концепции, принципы теорий математических и (или) естественных; базовый математический аппарат связанный с прикладной математикой и информатикой	**Знать** основные понятия, факты, концепции, принципы дифференциальной геометрии и тензорной алгебры, базовый математический аппарат дифференциальной геометрии и тензорной алгебры, связанный с прикладной математикой и информатикой	Контрольная работа	Да	Да

ОПК-1.2 Умеет выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук; применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности к решению конкретных задач	**Уметь** выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках дисциплины дифференциальной геометрии и тензорной алгебры, ; применять фундаментальные знания, полученные по дисциплине дифференциальная геометрия и тензорная алгебра, в профессиональной деятельности к решению конкретных задач.	Экзамен	Да	Да
УК-1.1 Знает принципы поиска, сбора и обобщения информации, методы анализа результатов	**Знать** принципы поиска, сбора и обобщения информации, методы анализа результатов	Устный опрос	Да	Да
УК-1.2 Умеет применять методики поиска, сбора, обработки информации, системный подход для решения поставленных задач	**Уметь** применять методики поиска, сбора, обработки информации, системный подход для решения поставленных задач	Устный опрос	Да	Да

1. ТИПОВЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ИЛИ ИНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ОПОП

Перечень подлежащих оценке результатов обучения (показателей проявления компетенций: владений, умений, знаний) при использовании предусмотренных рабочей программой дисциплины оценочных средств представлены в табл. 2.

-Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Индексные обозначения. Объекты первого, второго и любого порядков. Условие (соглашение о суммировании).
2. Действия над объектами.
3. Симметричные и антисимметричные объекты второго и третьего порядков.
4. Антисимметричный объект третьего порядка. Символы Кронекера.
5. Определители объектов второго порядка.
6. Алгебраическое дополнение элемента определителя. Разложение определителя по элементам строки (столбца).
7. Решение систем линейных уравнений.
8. Положительно определенная квадратичная форма. Характеристическое уравнение. Теорема о корнях характеристического уравнения.
9. Линейные формы и их свойства. Примеры линейных форм.
10. Билинейные формы и их свойства. Примеры билинейных форм. Матрица билинейной формы.
11. Полилинейные формы и их свойства. Матрица полилинейной формы. Инвариантность полилинейной формы относительно систем координат.
12. Линейные преобразования. Обратное линейное преобразование. Суперпозиция линейных преобразований.
13. Инварианты, контравариантные и ковариантные векторы. Тензоры нулевого и первого порядков.
14. Тензоры второго и более высокого порядков, их построение.
15. Сложение, умножение и свертывание тензоров.
16. Обратный тензорный признак.
17. Псевдотензоры, истинные тензоры. Действия над псевдотензорами (сложение, умножение, свертывание, обратный тензорный признак).
18. Общие преобразования, свойства, структура.
19. Тензоры относительно общего преобразования.
20. Афинные координаты и тензоры относительно аффинной системы.
21. Базисные точки и геометрическая интерпретация аффинных координат.
22. Расстояние между двумя точками и метрический тензор в аффинной системе координат.
23. -объект в аффинной системе координат, длина ковариантного и контравариантного векторов.
24. Угол между двумя векторами в аффинной системе координат.
25. Ассоциированные тензоры. Операция поднимания и опускания индекса.
26. Скалярное произведение векторов в афинной системе координат, формы его представления, проекция вектора A^r на направление λ^r.
27. Векторное произведение векторов в аффинной системе координат.
28. Криволинейные координаты, координатные линии и поверхности. Связь двух криволинейных систем.

29. Тензорные поля. Линейный элемент и метрический тензор в криволинейной системе координат.
30. ε-объект, длины векторов A^r и A_r в криволинейной системе координат, единичный вектор.
31. Угол между двумя направлениями в криволинейной системе координат, ортогональность направлений.
32. Параллельное векторное поле. Символы Кристоффеля.
33. Производная от тензора нулевого порядка.
34. Абсолютная производная вектора.
35. Ковариантная производная вектора.
36. Абсолютная производная тензора.
37. Ковариантная производная тензора.
38. Правила дифференцирования тензоров (производная суммы и произведения тензоров).
39. Лемма Риччи, тензорные константы.
40. Дивергенция и вихрь вектора. Лапласиан.
41. Кривые в пространстве, касательный вектор, главная нормаль и бинормаль кривой.
42. Формулы Френе.

Контрольная работа

Билет №1

1. Сколько различных составляющих имеет объект δ_{ij}^{rs}.

2. Найти компоненты вектора

$e_{ijk}B^{ji}$

3. Показать, что если объект α^{rs} удовлетворяет условию $a_{rs}\alpha^{ts}=\delta_r^t$, то α^{rs} – алгебраическое дополнение элемента a_{rs}, деленное на $\det A$.

4. Даны: объект второго порядка

$a_{ij}=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ и объект первого порядка $x_i=(3,\ -1,\ \ 0)$. Найти $a_{ij}x_i$

Билет № 2

1. Сколько членов содержится в сумме $a^{ijk}b_{ki}c_j$.

2. Найти компоненты вектора

$c_{ij}b^j-c_{ji}b^j$.

3. Показать, что если все $A_r^i=0,$ то

$a_r^i a_s^j=a_r^j a_s^i$.

4. Дан объект второго порядка

$$a_{ij} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 5 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Найти $a_{ij} + 0{,}5 \cdot \delta_{ij} a_{nn}$

Билет № 3

1. Найти порядок объекта

$a_k^i b_{ij}^k c_r^j$.

2. Написать в развернутой форме

$b_{ij} a^i a^j$, если $b_{ij} = -b_{ji}$.

3. Вычислить $a_m^r A_r^m$

4. Даны: объект второго порядка

$$a_{ij} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$ и объект первого порядка $x_i = (-2,\ 1,\ \ 2)$. Найти $a_{ij} x_j$.

Найти $a_{ij} - 2 \cdot \delta_{ij} a_{rr}$.

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

	. Вычислить $\delta_j^i \delta_i^k \delta_k^j$	**А.** 1. **Б.** 2. **В.** 3. **Г.** 0. **Д.** 6.
	Найти вторую компоненту вектора $e_{ijk} B^{ik}$, если B^{ik} – симметричный объект	**А.** 0. **Б.** $2B^{13}$. **В.** $B^{13} - B^{23}$. **Г.** $B^{11} - B^{22}$. **Д.** B^{13}.
	Вычислить $e_{ijk} e^{ikj}$.	**А.** 3. **Б.** –3. **В.** –6. **Г.** 6. **Д.** 1.
	Найти первую компоненту вектора $e_{ijk} B^{ji}$.	**А.** $B^{23} + B^{32}$. **Б.** $B^{23} - B^{32}$. **В.** $-B^{23} + B^{32}$. **Г.** 0. **Д.** $-B^{23} - B^{32}$.
	Определить порядок объекта $b_{nk}^m c_{pq}^n$.	**А.** 6. **Б.** 5. **В.** 4. **Г.** 3. **Д.** 2.
	Определить порядок объекта $b_j^{ij} c_{kp}^k$	**А.** 6. **Б.** 5. **В.** 4. **Г.** 3. **Д.** 2.
	Вычислить $\delta_j^i \delta_r^r \delta_i^j$	**А.** 3. **Б.** 6. **В.** 9. **Г.** 1. **Д.** 4.
	Определить порядок объекта $a_s^{pr} b_{pq}^s$	**А.** 6. **Б.** 5. **В.** 4. **Г.** 3 **Д.** 2.

	Определить порядок объекта $a_{nk}^{m} b_{m}^{rk}$	**А.** 6. **Б.** 5. **В.** 4. **Г.** 3. **Д.** 2.
	Найти компоненту f_2 вектора $f_i = c_{ij} b^j - c_{ji} b^j$, если c_{ij} – антисимметричный объект	**А.** $c_{12} b^1 + c_{32} b^3$. **Б.** $2c_{12} b^1 + 2c_{32} b^3$. **В.** $2\left(c_{21} b^1 + c_{23} b^3\right)$. **Г.** 0. **Д.** $c_{21} b^1 + c_{23} b^3$.
	Какие из высказываний верны: a) Антисимметричный объект третьего порядка имеет только три различные составляющие; b) Символ Кронекера δ_{mn}^{rs} является псевдотензором; c) Для ортогональной декартовой системы имеет место $g_{mn} = g^{mn}$.	**А.** a) и b). **Б.** все **В.** b) и c). **Г.** a) и c). **Д.** только a).
	Найти g_{13} для цилиндрической системы координат $y^1 = x^1 \cos x^2$, $y^2 = x^1 \sin x^2$, $y^3 = x^3$,	**А.** $\cos x^2$. **Б.** $x^1 \sin x^2$. **В.** 0. **Г.** $\sin x^2$. **Д.** $x^3 \cos x^2 \sin x^2$.
	Найти угол между осями OY^2 и OY^3 сферической системы координат $y^1 = x^1 \sin x^2 \cos x^3$, $y^2 = x^1 \sin x^2 \sin x^3$, $y^3 = x^1 \cos x^2$.	**А.** $\frac{\pi}{4}$. **Б.** $arctg\left(x^1\right)^2$. **В.** $arctg\left(\sin^2 x^2\right)$. **Г.** $arctg\left(\sin^2 x^3\right)$. **Д.** $\frac{\pi}{2}$.
	Какие из этих формул определяют ковариантную производную X_r: a) $X^r_{,\,n} = \frac{\partial X^r}{\partial x^n} - \Gamma^r_{mn} X^m$; b) $X^r_{,\,s} = \frac{\partial X^r}{\partial x^s} + \Gamma^r_{ns} X^n$; c) $X^r_{,\,s} = \frac{\partial X^r}{\partial x^s} + \Gamma_{r,ms} X^m$.	**А.** a). **Б.** b). **В.** c). **Г.** b) и c). **Д.** ни одна.
	Найти Γ^2_{12} в цилиндрической системе координат $y^1 = x^1 \cos x^2$, $y^2 = x^1 \sin x^2$, $y^3 = x^3$	**А.** $\frac{1}{x^1}$. **Б.** $-x^1$. **В.** x^1. **Г.** x^3. **Д.** $2x^1$.
	Какие из соотношений верны: a) $\Gamma^r_{mn} = g^{rp} \Gamma_{p,mn}$; b) $\Gamma_{p,mn} = g_{sp} \Gamma^s_{mn}$; c) $\Gamma^s_{pq} = g^{sp} \Gamma_{q,kp}$.	**А.** a). **Б.** b). **В.** c). **Г.** a) и b). **Д.** b) и c).

	Какие из высказываний верны: a) Ковариантная производная метрического тензора равна нулю тождественно; b) Для сферической системы координат x^1 - поверхность есть сфера с центром в начале координат; c) Координаты пространственной кривой зависят от двух параметров.	**А.** все. **Б.** a) и b) **В.** b) и c). **Г.** a) и c).. **Д.** a).
	Какие из высказываний верны: a) Объект третьего порядка содержит 27 составляющих; b) Ковариантный вектор задается формулой $\bar{a}_r = C_r^s a_s$, где C_r^s - коэффициенты линейного преобразования; c) Для декартовой системы $g_{11} = g_{22} = g_{33} = 0$.	**А.** a) и b). **Б.** только a). **В.** a) и c). **Г.** b) и c). **Д.** все.
	Найти g_{11} для сферической системы $y^1 = x^1 \sin x^2 \cos x^3$, $y^2 = x^1 \sin x^2 \sin x^3$, $y^3 = x^1 \cos x^2$.	**А.** $\left(x^1\right)^2$. **Б.** 0. **В.** 1. **Г.** $\left(x^1 \sin x^2\right)^2$. **Д.** $\left(x^1 \cos x^2\right)^2$.
	Найти угол между осями OY^1 и OY^2 параболической системы координат $y^1 = x^1 x^2 \cos x^3$, $y^2 = x^1 x^2 \sin x^3$, $y^3 = \frac{1}{2}\left(\left(x^1\right)^2 - \left(x^2\right)^2\right)$.	**А.** $\frac{\pi}{3}$. **Б.** $arctg \frac{x^2 - x^1}{x^1 x^2}$. **В.** $arctg \frac{x^1 x^2}{\sin x^3}$. **Г.** $\frac{\pi}{2}$. **Д.** $arctg \frac{x^1 x^2}{x^2 - x^1}$.
	Какие из формул определяют абсолютную производную X^r по t: a) $\frac{\delta X^r}{\delta t} = \frac{dX^r}{dt} + \Gamma_{mn}^r X^m \frac{dx^m}{dt}$; b) $\frac{\delta X^r}{\delta t} = \frac{dX^r}{dt} + g^{rp} \Gamma_{p,mn} X^m \frac{dx^m}{dt}$; c) $\frac{\delta X^r}{\delta t} = \frac{dX^r}{dt} - \Gamma_{mn}^r X^m \frac{dx^m}{dt}$.	**А.** a). **Б.** b). **В.** c). **Г.** a) и b). **Д.** b) и c).
	Найти $\Gamma_{1,22}$ для системы координат $y^1 = x^1 x^2$, $y^2 = \frac{1}{2}\left(\left(x^2\right)^2 - \left(x^1\right)^2\right)$, $y^3 = x^3$.	**А.** $-x^1$. **Б.** x^2. **В.** x^1. **Г.** $\left(x^1\right)^2 + \left(x^2\right)^2$. **Д.** $-x^2$.
	Какие из соотношений верны: a) $\Gamma_{s,rt} + \Gamma_{t,sr} = \frac{\partial g_{rs}}{dx^t}$; b) $\Gamma_{s,rt} + \Gamma_{r,ts} = \frac{\partial g_{rs}}{dx^t}$; c) $\Gamma_{p,mn} + \Gamma_{m,pn} = \frac{\partial g_{pm}}{dx^n}$.	**А.** a). **Б.** b). **В.** c). **Г.** a) и b). **Д.** b) и c).

	Какие из высказываний верны: a) Символы Кристоффеля в аффинной системе координат равны нулю; b) Если a_s^r есть истинный тензор, то $\left\|a_s^r\right\|$ - псевдоскаляр веса 1; c) Если A - длина вектора A^r, то $A^2 = A^r A_r$.	**А.** a) и b). **Б.** a) и c). **В.**все. **Г.** b) и c). **Д.** a).
	Какие из высказываний верны: a) Антисимметричный объект третьего порядка имеет только шесть отличных от нуля составляющих; b) Объект e_{rst} является псевдотензором веса (-1); c) Для ортогональной системы $g_{11} = g_{22} = g_{33} = 1$.	**А.** a) и b). **Б.** все **В.** b) и c). **Г.** a) и c). **Д.** только b).
	Найти g_{22} для сферической системы $y^1 = x^1 \sin x^2 \cos x^3$, $y^2 = x^1 \sin x^2 \sin x^3$, $y^3 = x^1 \cos x^2$.	**А.** $\left(x^1\right)^2$. **Б.** $\left(x^1\right)^2 \cos^2 x^2$. **В.** $\left(x^1\right)^2 \sin^2 x^2$. **Г.** $x^1 \cos x^2 \sin x^3$. **Д.** 0.
	Найти угол между осями OY^1 и OY^3 системы координат $y^1 = x^1 x^2$, $y^2 = \frac{1}{2}\left(\left(x^2\right)^2 - \left(x^1\right)^2\right)$, $y^3 = x^3$.	**А.** $\frac{\pi}{4}$. **Б.** $\frac{\pi}{2}$. **В.** $arctg\frac{x^2 - x^1}{x^1 x^2}$. **Г.** $arctg\frac{x^1 x^2}{x^2 - x^1}$. **Д.** $arctg\, x^3$.
	Какие из этих формул определяют абсолютную производную X_r по t: a) $\frac{\delta X_r}{\delta t} = \frac{dX_r}{dt} + \Gamma_{rn}^m X_m \frac{dx^n}{dt}$; b) $\frac{\delta X_r}{\delta t} = \frac{dX_r}{dt} - \Gamma_{rn}^m X_m \frac{dx^n}{dt}$; c) $\frac{\delta X_r}{\delta t} = \frac{dX_r}{dt} - \Gamma_{mr}^n X^m \frac{dx^n}{dt}$.	**А.** a). **Б.** b). **В.** c). **Г.** ни одна. **Д.** b) и c).
	Найти Γ_{12}^1 для параболической системы координат $y^1 = x^1 x^2 \cos x^3$, $y^2 = x^1 x^2 \sin x^3$, $y^3 = \frac{1}{2}\left(\left(x^1\right)^2 - \left(x^2\right)^2\right)$	**А.** x^2. **Б.** $\frac{1}{x^2}$. **В.** x^1. **Г.** 1. **Д.** $\frac{1}{x^1}$.
	Какие из соотношений верны: a) $X_{m,n} + X_{n,m} = \frac{\partial X_m}{\partial x^n} + \frac{\partial X_n}{\partial x^m}$; b) $X_{r,s} + X_{s,r} = \frac{\partial X_s}{\partial x^r} - \frac{\partial X_r}{\partial x^s}$; c) $X_{m,n} - X_{n,m} = \frac{\partial X_m}{\partial x^n} - \frac{\partial X_n}{\partial x^m}$.	**А.** a). **Б.** b). **В.** c). **Г.** Ни одно. **Д.** все.

	Какие из высказываний верны: a) Символ Кристоффеля является тензором; b) Скалярное произведение двух векторов задает билинейную форму; c) Для цилиндрической системы координат $y^1 = x^1 \cos x^2$, $y^2 = x^1 \sin x^2$, $y^3 = x^3$, x^2 – поверхность, есть плоскость, проходящая через ось y^3.	**А.** a) и b). **Б.** a) и c). **В.** b). **Г.** c). **Д.** b) и c).
	Вычислить δ^{rms}_{jms}.	**А.** $2\delta^r_j$. **Б.** δ^r_j. **В.** $\frac{\delta^r_j}{2}$. **Г.** 2. **Д.** 1.
	Найти компоненту f_3 вектора $f_k = D_{ikj}a^i a^j$, если D антисимметричный по i и j.	**А.** 0. **Б.** $D_{132}a^1a^2 + D_{133}a^1a^3$. **В.** $2\left(D_{123}a^1a^2 + D_{132}a^1a^3 + D_{123}a^2a^3\right)$. **Г.** $D_{231}a^1a^2 + D_{132}a^1a^2$. $D_{131}\left(a^1\right)^2 + D_{232}\left(a^2\right)^2$.
	Какие из высказываний верны: a) В абсолютно симметричном объекте третьего порядка содержится девять различных составляющих; b) Если все составляющие псевдотензора равны нулю в одной системе переменных, то они будут равны нулю и в любой другой системе; c) Скалярное произведение векторов A^r и B^r определяется формулой $\left(A^r B^r\right) = g_{mn}A^m B^n$.	**А.** a) и b). **Б.** все. **В.** b) и c). **Г.** a) и c). **Д.** только c)..
	Найти g_{33} для параболической системы координат $y^1 = x^1x^2\cos x^3$, $y^2 = x^1x^2\sin x^3$, $y^3 = \frac{1}{2}\left(\left(x^1\right)^2 - \left(x^2\right)^2\right)$.	**А.** 0. **Б.** $\left(x^1x^2\right)^2$. **В.** $x^1 - x^2$. **Г.** $\left(x^1x^2\right)^2\cos x^3$. **Д.** $\left(x^1x^2\right)^2\sin x^3$.
	Найти угол между осями OY^1 и OY^2 цилиндрической системы координат $y^1 = x^1\cos x^2$, $y^2 = x^1\sin x^2$, $y^3 = x^3$.	**А.** $\frac{\pi}{2}$. **Б.** $arctg\,\frac{x^1\sin x^2}{x^3}$. **В.** $\frac{\pi}{4}$. **Г.** $arctg\,x^1\cos x^2$. **Д.** $arctg\,x^1\sin x^2$.
	Какие из формул определяют параллельное векторное поле: a) $\frac{\partial X^r}{\partial x^s} + \Gamma^r_{ms}X^m = 0$; b) $\frac{\partial X^r}{\partial x^s} - \Gamma^r_{ms}X^m = 0$; c) $\frac{\delta X^r}{\delta t} = 0$.	**А.** a) и c). **Б.** b) и c). **В.** только a). **Г.** только b). **Д.** только c).

	Найти Γ_{31}^2 для цилиндрической системы координат $y^1 = x^1 \cos x^2$, $y^2 = x^1 \sin x^2$, $y^3 = x^3$..	**А.** x^1. **Б.** $-\frac{1}{x^1}$. **В.** $-x^1$. **Г.** $\frac{1}{x^1}$. **Д.** 0.
	Какие из этих формул определяют дивергенцию вектора X^r: a) $g^{mn}X_{m,n}$; b) $g_{mn}X^m_{,n}$; c) $X^s_{,s}$.	**А.** a). **Б.** b). **В.** c). **Г.** a) и c). **Д.** b) и c).
	Какие из высказываний верны: a) Абсолютная производная тензора в аффинной системе координат совпадает с частной производной; b) Символы Кронекера являются истинными тензорами; c) Расстояние от начала координат до базисной точки в аффинной системе координат равно 1.	**А.** a) и b). **Б.** b) и c). **В.**a). **Г.** b). **Д.** a) и c).

Примеры билетов для сдачи экзамена

Самарский государственный технический университет

Кафедра «Прикладная математика и информатика»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ
по дисциплине
“ Дифференциальная геометрия и тензорный анализ ”
4 семестр

1. Линейные формы и их свойства. Примеры линейных форм.
2. Формулы Френе.
3. Представить в полной записи:
$a^i_{jk}b_i c^k$.

4.Доказать, что если θ_{12} - угол между направлениями OX_1 и OX_2 в аффинной системе координат, то $\sin^2\theta_{12} = \frac{gg^{33}}{g_{22}g_{11}}$.

5.Найти координатные поверхности цилиндрической системы координат

$$\begin{cases} y^1 = x^1\cos x^2 & а) x^1 = const \\ y^2 = x^1 \sin x^2 & б) x^2 = const \\ y^3 = x^3 & в) x^3 = const \end{cases}$$

Составил: Попов Н.Н. Утвердил: зав. каф. ПМиИ Радченко В.П.
Дата:

Самарский государственный технический университет

Кафедра
«Прикладная математика и информатика»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ
по дисциплине
“ Дифференциальная геометрия и тензорный анализ ”
4 се местр

1. Билинейные формы и их свойства. Примеры билинейных форм. Матрица билинейной
   формы.
2. Работа и энергия. Уравнение Лагранжа второго рода.
3. Вычислить $a^i b^j s_{ij}$, если $a^i = (1,1,0); b^j = (0,1,1), S_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Доказать, что если θ_{13} - угол между OX_1 и OX_3 в аффинной системе координат, то

$$\sin^2 \theta_{13} = \frac{gg^{22}}{g_{11}g_{33}}$$

5. Найти координатные поверхности для сферической системы координат

$$\begin{cases} y^1 = x^1 \sin x^2 \cos x^3 & а) x^1 = const \\ y^2 = x^1 \sin x^2 \sin x^3 & б) x^2 = const \\ y^3 = x^1 \cos x^2 & в) x^3 = const \end{cases}$$

Составил: Попов Н.Н. Утвердил: зав. каф. ПМиИ Радченко В.П. Дата: _____

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ. ОПИСАНИЕ ШКАЛ ОЦЕНИВАНИЯ

Учебная дисциплина формирует компетенции в соответствии с талб. 2, процедура оценивания представлена в табл. 3 и реализуется поэтапно:

1-й этап процедуры оценивания: оценивание уровня достижения каждого из запланированных результатов обучения – дескрипторов (знаний, умений, владений) в соответствии со шкалами и критериями, установленными картами компетенций ОПОП (Приложение 1 ОПОП). Экспертной оценке преподавателя подлежит сформированность отдельных дескрипторов, для оценивания которых предназначена данная оценочная процедура текущего контроля и промежуточной аттестации согласно матрице соответствия оценочных средств результатам обучения (табл.2).

2-й этап процедуры оценивания: интегральная оценка достижения обучающимся запланированных результатов обучения по итогам отдельных видов текущего контроля и промежуточной аттестации.

Таблица 3

Характеристика процедуры промежуточной аттестации по дисциплине

№	Наименование оценочного средства	Периодичность и способ проведения процедуры оценивания	Методы оценивания	Виды выставляемых оценок	Способ учета индивидуальных достижений, обучающихся
	Домашние задания	Систематически на практических занятиях в семестр по окончании изучения каждого раздела */ письменно*	экспертный	баллы	рабочая книжка преподавателя
2	Контрольная работа	По окончании изучения разделов */ письменно*	экспертный	по пятибальной шкале	рабочая книжка преподавателя
3	экзамен	1 раз по окончании изучения дисциплины письменно-тест /устно вопросы	экспертная	по пятибалльной шкале,	рабочая книжка преподавателя, ведомость, зачетная книжка, электронная система университета

Шкала и процедура оценивания сформированности компетенций

На этапе промежуточной аттестации используется система оценки успеваемости обучающихся, которая позволяет преподавателю оценить уровень освоения материала обучающимися. Критерии оценивания сформированности планируемых результатов обучения (дескрипторов) представлены в карте компетенции ОПОП.

Форма оценки знаний: оценка - 5 «отлично»; 4 «хорошо»; 3 «удовлетворительно»; 2 «неудовлетворительно». Практические занятия, практика оцениваются: «зачет», «незачет». Возможно использование балльно-рейтинговой оценки.

Шкала оценивания:

«Зачет» – выставляется, если сформированность заявленных дескрипторов компетенций на *55%* и более оценивается не ниже «удовлетворительно» при условии отсутствия критерия «неудовлетворительно». Выставляется, когда обучающийся показывает хорошие знания изученного учебного материала; самостоятельно, логично и последовательно излагает и интерпретирует материалы учебного курса; полностью раскрывает смысл предлагаемого вопроса; владеет основными терминами и понятиями

изученного курса; показывает умение переложить теоретические знания на предполагаемый практический опыт.

«Отлично» – выставляется, если сформированность заявленных дескрипторов компетенций 90% более (в соответствии с картами компетенций ОПОП) оценивается критериями «хорошо» и «отлично», при условии отсутствия оценки «неудовлетворительно»: студент показал прочные знания основных положений фактического материала, умение самостоятельно решать конкретные практические задачи повышенной сложности, свободно использовать справочную литературу, делать обоснованные выводы из результатов анализа конкретных ситуаций;

«Хорошо» – выставляется, если сформированность заявленных дескрипторов компетенций на *70%* и более (в соответствии с картами компетенций ОПОП) оценивается критериями «хорошо» и «отлично», при условии отсутствия оценки «неудовлетворительно», допускается оценка «удовлетворительно»: обучающийся показал прочные знания основных положений фактического материала, умение самостоятельно решать конкретные практические задачи, предусмотренные рабочей программой, ориентироваться в рекомендованной справочной литературе, умеет правильно оценить полученные результаты анализа конкретных ситуаций;

«Удовлетворительно» – выставляется, если сформированность заявленных дескрипторов компетенций *55%* и более (в соответствии с картами компетенций ОПОП) оценивается критериями «удовлетворительно», «хорошо» и «отлично»: обучающийся показал знание основных положений фактического материала, умение получить с помощью преподавателя правильное решение конкретной практической задачи из числа предусмотренных рабочей программой, знакомство с рекомендованной справочной литературой;

«Неудовлетворительно» «Незачет» – выставляется, если сформированность заявленных дескрипторов компетенций менее чем *55%* (в соответствии с картами компетенций ОПОП) оценивается критериями «удовлетворительно», «хорошо» и «отлично»: при ответе обучающегося выявились существенные пробелы в знаниях основных положений фактического материала, неумение с помощью преподавателя получить правильное решение конкретной практической задачи из числа предусмотренных рабочей программой учебной дисциплины.

Ответы и решения обучающихся оцениваются по следующим общим критериям: распознавание проблем; определение значимой информации; анализ проблем; аргументированность; использование стратегий; творческий подход; выводы; общая грамотность.

Соответствие критериев оценивания сформированности планируемых результатов обучения (дескрипторов) системам оценок представлено в табл. 4

Таблица 4

Интегральная оценка

Критерии	Традиционная оценка	Балльно-рейтинговая оценка
5	5	90 - 100
4	4	70-89
3	3	55-69
2 и 1	2, Незачет	0-54
5, 4, 3	Зачет	55-100

Обучающиеся обязаны сдавать все задания в сроки, установленные преподавателем. Оценка «Удовлетворительно» по дисциплине, может выставляться и при неполной сформированности компетенций в ходе освоения отдельной учебной дисциплины, если их формирование предполагается продолжить на более поздних этапах обучения, в ходе изучения других учебных дисциплин.