

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе

\_\_\_\_\_ / О.В. Юсупова

" \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### Б1.О.03.01 «Математическая логика»

<b>Код и направление подготовки (специальность)</b>	01.03.02 Прикладная математика и информатика
<b>Направленность (профиль)</b>	Прикладная математика и информатика
<b>Квалификация</b>	Бакалавр
<b>Форма обучения</b>	Очная
<b>Год начала подготовки</b>	2022
<b>Институт / факультет</b>	Институт автоматизации и информационных технологий
<b>Выпускающая кафедра</b>	кафедра "Прикладная математика и информатика"
<b>Кафедра-разработчик</b>	кафедра "Прикладная математика и информатика"
<b>Объем дисциплины, ч. / з.е.</b>	72 / 2
<b>Форма контроля (промежуточная аттестация)</b>	Зачет

### **Б1.О.03.01 «Математическая логика»**

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки (специальности) **01.03.02 Прикладная математика и информатика**, утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от № 9 от 10.01.2018 и соответствующего учебного плана.

Разработчик РПД:

Доцент, кандидат физико-математических наук, доцент  
(должность, степень, ученое звание)

А.П Котенко

\_\_\_\_\_  
(ФИО)

Заведующий кафедрой

В.П. Радченко, доктор физико-математических наук, профессор

\_\_\_\_\_  
(ФИО, степень, ученое звание)

**СОГЛАСОВАНО:**

Председатель методического совета факультета / института (или учебно-методической комиссии)

Я.Г Стельмах, кандидат педагогических наук

\_\_\_\_\_  
(ФИО, степень, ученое звание)

Руководитель образовательной программы

В.П. Радченко, доктор физико-математических наук, профессор

\_\_\_\_\_  
(ФИО, степень, ученое звание)

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы .....	4
2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы .....	5
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся .....	6
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам), с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий .....	7
4.1 Содержание лекционных занятий .....	7
4.2 Содержание лабораторных занятий .....	8
4.3 Содержание практических занятий .....	8
4.4. Содержание самостоятельной работы .....	9
5. Перечень учебной литературы и учебно-методического обеспечения по дисциплине (модулю) .....	10
6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения .....	10
7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», профессиональных баз данных, информационно-справочных систем .....	11
8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю) .....	11
9. Методические материалы .....	11
10. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) .....	13

**1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Наименование категории (группы) компетенций	Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения (знать, уметь, владеть, соотнесенные с индикаторами достижения компетенции)
Общепрофессиональные компетенции			
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Знает основные понятия, факты, концепции, принципы теорий математических и (или) естественных; базовый математический аппарат связанный с прикладной математикой и информатикой	Знать основные понятия, факты, концепции, принципы математической логики и теории алгоритмов, связанные с прикладной математикой и информатикой.
		ОПК-1.2 Умеет выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук; применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности к решению конкретных задач	Уметь выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учётом основных понятий и общих закономерностей математической логики; применять фундаментальные знания, полученные в области математической логики и теории алгоритмов к решению конкретных задач профессиональной деятельности.
Универсальные компетенции			
Системное и критическое мышление	УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Знает принципы поиска, сбора и обобщения информации, методы анализа результатов	Знать принципы поиска, сбора и обобщения информации, методы анализа результатов на основе методов математической логики.

		УК-1.2 Умеет применять методики поиска, сбора, обработки информации, системный подход для решения поставленных задач	Уметь применять методики поиска, сбора, обработки информации, системный подход для решения профессиональных задач, осуществлять критический анализ и синтез информации с помощью математической логики и теории алгоритмов.
--	--	--	---

## 2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы: **базовая часть**

Код компетенции	Предшествующие дисциплины	Параллельно осваиваемые дисциплины	Последующие дисциплины
ОПК-1		Алгебра и геометрия; Математический анализ	Алгебра и геометрия; Вариационное исчисление; Выполнение и защита выпускной квалификационной работы; Дискретная математика; Дифференциальная геометрия и тензорная алгебра; Дифференциальные уравнения; История прикладной математики и информатики; Комплексный анализ; Математический анализ; Операционное исчисление; Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена; Производственная практика: научно-исследовательская работа (рассредоточенная); Теория вероятностей и математическая статистика; Уравнения математической физики; Учебная практика: научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы); Функциональный анализ

УК-1		<p>Алгебра и геометрия; Информационные технологии и программирование; Математический анализ; Правоведение; Учебная практика: проектная практика</p>	<p>Алгебра и геометрия; Вариационное исчисление; Выполнение и защита выпускной квалификационной работы; Дискретная математика; Дифференциальная геометрия и тензорная алгебра; Дифференциальные уравнения; История прикладной математики и информатики; Комплексный анализ; Математические модели механики сплошных сред; Математические основы методов защиты информации; Математический анализ; Математическое моделирование в естествознании; Методы оптимизации; Операционное исчисление; Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена; Производственная практика: научно-исследовательская работа; Производственная практика: научно-исследовательская работа (рассредоточенная); Производственная практика: преддипломная практика; Теория вероятностей и математическая статистика; Учебная практика: научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы); Учебная практика: проектная практика; Функциональный анализ</p>
------	--	---	---

**3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Вид учебной работы	Всего часов / часов в электронной форме	1 семестр часов / часов в электронной форме
<b>Аудиторная контактная работа (всего),</b> в том числе:	32	32
Лекции	16	16
Практические занятия	16	16
<b>Внеаудиторная контактная работа, КСР</b>	2	2
<b>Самостоятельная работа (всего),</b> в том числе:	38	38
выполнение задач, заданий, упражнений (в том числе разноуровневых)	12	12
подготовка к зачету	6	6

подготовка к лекциям	4	4
подготовка к практическим занятиям	12	12
составление конспектов	4	4
<b>Итого: час</b>	72	72
<b>Итого: з.е.</b>	2	2

#### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам), с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

№ раздела	Наименование раздела дисциплины	Виды учебной нагрузки и их трудоемкость, часы				
		ЛЗ	ЛР	ПЗ	СРС	Всего часов
1	Булевы функции	6	0	6	22	34
2	Аксиоматические формальные системы	4	0	4	4	12
3	Рекурсивные функции	4	0	4	6	14
4	Машины Тьюринга	2	0	2	6	10
	<b>КСР</b>	0	0	0	0	2
	<b>Итого</b>	16	0	16	38	72

#### 4.1 Содержание лекционных занятий

№ занятия	Наименование раздела	Тема лекции	Содержание лекции (перечень дидактических единиц: рассматриваемых подтем, вопросов)	Количество часов / часов в электронной форме
<b>1 семестр</b>				
1	Булевы функции	Таблицы истинности	Таблицы истинности основных булевых функций. Многозначные логики.	2
2	Булевы функции	Теорема Поста о полноте	Полнота и независимость систем булевых функций. Предполные классы Поста. Теорема Поста.	2
3	Булевы функции	Кванторы	Предикаты. Кванторы общности, существования, существования и единственности. Кванторы на конечных областях определения. Коммутативность кванторов.	2
4	Аксиоматические формальные системы	Системы пропозиционального исчисления	Алфавит, элементарные формулы, формулы, аксиомы, правила вывода, теоремы. Примеры аксиоматизации пропозиционального исчисления.	2
5	Аксиоматические формальные системы	Формальная арифметика	Собственные и специальные аксиомы. Аксиомы Пеано. Аксиоматическая формальная арифметика. Теорема Гёделя о неполноте.	2

6	Рекурсивные функции	Исходные, примитивно рекурсивные, общерекурсивные функции	Исходные рекурсивные функции. Операторы суперпозиции и рекурсии. Примитивно рекурсивные функции. Примеры п.р.ф. Примитивно рекурсивные предикаты. Примеры п.р.п. Оператор ограниченной минимизации. Оператор минимизации. Общерекурсивные функции. Примеры о.р.ф.	2
7	Рекурсивные функции	Частично рекурсивные функции. Тезис Чёрча	Частично рекурсивные функции. Примеры ч.р.ф. Гёделевские номера. Тезис Чёрча.	2
8	Машины Тьюринга	Машины Тьюринга	Определение машины Тьюринга-Поста. Примеры машин Поста п.р.ф.	2
<b>Итого за семестр:</b>				<b>16</b>
<b>Итого:</b>				<b>16</b>

## 4.2 Содержание лабораторных занятий

Учебные занятия не реализуются.

## 4.3 Содержание практических занятий

№ занятия	Наименование раздела	Тема практического занятия	Содержание практического занятия (перечень дидактических единиц: рассматриваемых подтем, вопросов)	Количество часов / часов в электронной форме
<b>1 семестр</b>				
1	Булевы функции	Таблицы истинности	Таблицы истинности основных булевых функций. Многозначные логики.	2
2	Булевы функции	Теорема Поста о полноте	Полнота и независимость систем булевых функций. Предполные классы Поста. Примеры (не)полных систем. Примеры (не)зависимых систем.	2
3	Булевы функции	Кванторы	Примеры предикатов. Применение кванторов общности, существования, единственности. Коммутативность кванторов на конечных областях определения предикатов.	2
4	Аксиоматические формальные системы	Системы пропозиционального исчисления	Примеры аксиоматизации пропозиционального исчисления.	2
5	Аксиоматические формальные системы	Формальная арифметика	Примеры собственных и специальных аксиом. Аксиомы Пеано. Аксиоматическая формальная арифметика.	2

6	Рекурсивные функции	И.р.ф., п.р.ф., п.р.п., о.р.ф.	Исходные рекурсивные функции. Примеры применения операторов суперпозиции и рекурсии. Прimitивно рекурсивные функции. Примеры п.р.ф. Прimitивно рекурсивные предикаты. Примеры п.р.п. Примеры применения оператора ограниченной минимизации. Примеры применения оператора минимизации. Общерекурсивные функции. Примеры о.р.ф.	2
7	Рекурсивные функции	Ч.р.ф.	Частично рекурсивные функции. Примеры ч.р.ф. Примеры вычисления Гёделевских номеров.	2
8	Машины Тьюринга	Машины Тьюринга	Примеры машин Поста.	2
<b>Итого за семестр:</b>				<b>16</b>
<b>Итого:</b>				<b>16</b>

#### 4.4. Содержание самостоятельной работы

Наименование раздела	Вид самостоятельной работы	Содержание самостоятельной работы (перечень дидактических единиц: рассматриваемых подтем, вопросов)	Количество часов
<b>1 семестр</b>			
Булевы функции	Выполнение задач и упражнений, составление конспектов, подготовка к лекциям и практическим занятиям, подготовка к зачёту.	Таблицы истинности основных булевых функций. Многочленные логики. Предполные классы Поста. Теорема Поста.	22
Аксиоматические формальные системы	Выполнение задач и упражнений, составление конспектов, подготовка к лекциям и практическим занятиям, подготовка к зачёту.	Примеры аксиоматизации пропозиционального исчисления. Собственные и специальные аксиомы.	4
Рекурсивные функции	Выполнение задач и упражнений, составление конспектов, подготовка к лекциям и практическим занятиям, подготовка к зачёту.	Исходные рекурсивные функции. Операторы суперпозиции и рекурсии. Примеры п.р.ф. Примеры п.р.п. Оператор ограниченной минимизации. Оператор минимизации. Примеры о.р.ф. Примеры ч.р.ф. Примеры вычисления Гёделевских номеров.	6

Машины Тьюринга	Выполнение задач и упражнений, составление конспектов, подготовка к лекциям и практическим занятиям, подготовка к зачёту.	Примеры машин Поста.	6
<b>Итого за семестр:</b>			<b>38</b>
<b>Итого:</b>			<b>38</b>

### **5. Перечень учебной литературы и учебно-методического обеспечения по дисциплине (модулю)**

№ п/п	Библиографическое описание	Ресурс НТБ СамГТУ (ЭБС СамГТУ, IPRbooks и т.д.)
Основная литература		
1	Гуц, А.К. Математическая логика и теория алгоритмов : [Учеб.пособие] / А. К. Гуц .- 2-е изд.,доп..- М., Либроком, 2009.- 117 с.	Электронный ресурс
2	Игошин, В.И. Математическая логика и теория алгоритмов : Учеб.пособие / В. И. Игошин .- 3-е изд.,стер..- М., Academia, 2008.- 447 с.	Электронный ресурс
Дополнительная литература		
3	Котенко, А.П. Математическая логика : учеб. пособие / А. П. Котенко; Самар.гос.техн.ун-т.- Самара, 2010.- 60 с.	Электронный ресурс
4	Лихтарников, Л.М. Математическая логика : курс лекций:задачник-практикум и решения:учеб.пособие / Л. М. Лихтарников, Т. Г. Сукачева .- 4-е изд., стер..- М., Лань, 2009.- 276 с.	Электронный ресурс

Доступ обучающихся к ЭР НТБ СамГТУ (elib.samgtu.ru) осуществляется посредством электронной информационной образовательной среды университета и сайта НТБ СамГТУ по логину и паролю.

### **6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения**

При проведении лекционных занятий используется мультимедийное оборудование.

Организовано взаимодействие обучающегося и преподавателя с использованием электронной информационной образовательной среды университета.

№ п/п	Наименование	Производитель	Способ распространения
1	Acrobat Reader	Adobe Inc. (Зарубежный)	Свободно распространяемое
2	Astra Linux	ГК Astra Linux (ООО «РусБИТех-Астра») (Отечественный)	Свободно распространяемое

3	LibreOffice	ГК Astra Linux (ООО «РусБИТех-Астра») (Отечественный)	Свободно распространяемое
---	-------------	---	---------------------------

## 7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», профессиональных баз данных, информационно-справочных систем

№ п/п	Наименование	Краткое описание	Режим доступа
1	Электронная библиотека образовательных и научных изданий	<a href="http://www.iqlib.ru">http://www.iqlib.ru</a>	Ресурсы открытого доступа
2	Электронная библиотека Самарской областной универсальной научной библиотеки	<a href="http://www.lib.smr.ru">www.lib.smr.ru</a>	Ресурсы открытого доступа
3	Электронная библиотека трудов сотрудников СамГТУ	<a href="http://lib.samgtu.ru">http://lib.samgtu.ru</a>	Ресурсы открытого доступа
4	электронная библиотека трудов сотрудников СамГТУ	<a href="http://irbis.samgtu.local/">http://irbis.samgtu.local/</a>	Ресурсы открытого доступа

## 8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

### Лекционные занятия

Материалы курса, размещённые на Яндекс.Диске.

МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

- компьютерные презентации;
- компьютерный класс.

### Практические занятия

Материалы курса, размещённые на Яндекс.Диске.

МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

- компьютерные презентации;
- компьютерный класс с выходом в Интернет.

### Самостоятельная работа

Индивидуальные домашние задания, размещённые в АИС СамГТУ.

МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Тестирование:

- база тестов, разработанная на кафедре ПМИ;
- база тестов Центра тестирования Минобразования РФ;
- программное обеспечение для работы с базами тестов.

Прочее:

- рабочее место преподавателя, оснащённое компьютером с доступом в Интернет;
- рабочие места студентов, оснащённые компьютерами с доступом в Интернет, предназначенные для работы в электронной образовательной среде.

## 9. Методические материалы

### Методические рекомендации при работе на лекции

До лекции студент должен просмотреть учебно-методическую и научную литературу по теме лекции с тем, чтобы иметь представление о проблемах, которые будут разбираться в лекции.

Перед началом лекции обучающимся сообщается тема лекции, план, вопросы, подлежащие

рассмотрению, доводятся основные литературные источники. Весь учебный материал, сообщаемый преподавателем, должен не просто прослушиваться. Он должен быть активно воспринят, т.е. услышан, осмыслен, понят, зафиксирован на бумаге и закреплён в памяти. Приступая к слушанию нового учебного материала, полезно мысленно установить его связь с ранее изученным. Следя за техникой чтения лекции (акцент на существенном, повышение тона, изменение ритма, пауза и т.п.), необходимо вслед за преподавателем уметь выделять основные категории, законы и определять их содержание, проблемы, предполагать их возможные решения, доказательства и выводы. Осуществляя такую работу, можно значительно облегчить себе понимание учебного материала, его конспектирование и дальнейшее изучение.

Конспектирование лекции позволяет обработать, систематизировать и лучше сохранить полученную информацию с тем, чтобы в будущем можно было восстановить в памяти основные, содержательные моменты. Типичная ошибка, совершаемая обучающимся, дословное конспектирование речи преподавателя. Как правило, при записи «слово в слово» не остается времени на обдумывание, анализ и синтез информации. Отбирая нужную информацию, главные мысли, проблемы, решения и выводы, необходимо сокращать текст, строить его таким образом, чтобы потом можно было легко в нем разобраться. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых можно будет делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. С окончанием лекции работа над конспектом не может считаться завершённой. Нужно еще восстановить отдельные места, проверить, все ли понятно, уточнить что-то на консультации и т.п. с тем, чтобы конспект мог быть использован в процессе подготовки к практическим занятиям, зачету, экзамену. Конспект лекции – незаменимый учебный документ, необходимый для самостоятельной работы.

## Методические рекомендации при подготовке и работе на практическом занятии

Практические занятия по дисциплине проводятся в целях выработки практических умений и приобретения навыков в решении профессиональных задач.

Рекомендуется следующая схема подготовки к практическому занятию:

1. ознакомление с планом практического занятия, который отражает содержание предложенной темы;
2. проработка конспекта лекции;
3. чтение рекомендованной литературы;
4. подготовка ответов на вопросы плана практического занятия;
5. выполнение тестовых заданий, задач и др.

Подготовка обучающегося к практическому занятию производится по вопросам, разработанным для каждой темы практических занятий и (или) лекций. В процессе подготовки к практическим занятиям, необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной литературы.

Работа студентов во время практического занятия осуществляется на основе заданий, которые выдаются обучающимся в начале или во время занятия. На практических занятиях приветствуется активное участие в обсуждении конкретных ситуаций, способность на основе полученных знаний находить наиболее эффективные решения поставленных проблем, уметь находить полезный дополнительный материал по тематике занятий. Обучающимся необходимо обращать внимание на основные понятия, алгоритмы, определять практическую значимость рассматриваемых вопросов. На практических занятиях обучающиеся должны уметь выполнить расчет по заданным параметрам или выработать определенные решения по обозначенной проблеме. Задания могут быть групповые и индивидуальные. В зависимости от сложности предлагаемых заданий, целей занятия, общей подготовки обучающихся преподаватель может подсказать обучающимся алгоритм решения или первое действие, или указать общее направление рассуждений. Полученные результаты обсуждаются с позиций их адекватности или эффективности в рассмотренной ситуации.

## Методические рекомендации по выполнению

# самостоятельной работы

Организация самостоятельной работы обучающихся ориентируется на активные методы овладения знаниями, развитие творческих способностей, переход от поточного к индивидуализированному обучению с учетом потребностей и возможностей обучающегося.

Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной литературой, материалами периодических изданий и Интернета является наиболее эффективным методом получения дополнительных знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала. Все новые понятия по изучаемой теме необходимо выучить наизусть и внести в глоссарий, который целесообразно вести с самого начала изучения курса.

Самостоятельная работа реализуется:

- непосредственно в процессе аудиторных занятий;
- на лекциях, практических занятиях;
- в контакте с преподавателем вне рамок расписания;
- на консультациях по учебным вопросам, в ходе творческих контактов, при ликвидации задолженностей, при выполнении индивидуальных заданий и т.д.;
- в библиотеке, дома, на кафедре при выполнении обучающимся учебных и практических задач.

Эффективным средством осуществления обучающимся самостоятельной работы является электронная информационно-образовательная среда университета, которая обеспечивает доступ к учебным планам, рабочим программам дисциплин (модулей), практик, к изданиям электронных библиотечных систем.

## **10. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств представлен в приложении № 1.

**Фонд оценочных средств  
по дисциплине  
Б1.О.03.01 «Математическая логика»**

<b>Код и направление подготовки (специальность)</b>	01.03.02 Прикладная математика и информатика
<b>Направленность (профиль)</b>	Прикладная математика и информатика
<b>Квалификация</b>	Бакалавр
<b>Форма обучения</b>	Очная
<b>Год начала подготовки</b>	2022
<b>Институт / факультет</b>	Институт автоматизации и информационных технологий
<b>Выпускающая кафедра</b>	кафедра "Прикладная математика и информатика"
<b>Кафедра-разработчик</b>	кафедра "Прикладная математика и информатика"
<b>Объем дисциплины, ч. / з.е.</b>	72 / 2
<b>Форма контроля (промежуточная аттестация)</b>	Зачет

**Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю),  
соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной  
программы**

Наименование категории (группы) компетенций	Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения (знать, уметь, владеть, соотнесенные с индикаторами достижения компетенции)
Общепрофессиональные компетенции			
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Знает основные понятия, факты, концепции, принципы теорий математических и (или) естественных; базовый математический аппарат связанный с прикладной математикой и информатикой	Знать основные понятия, факты, концепции, принципы математической логики и теории алгоритмов, связанные с прикладной математикой и информатикой.
		ОПК-1.2 Умеет выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук; применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности к решению конкретных задач	Уметь выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учётом основных понятий и общих закономерностей математической логики; применять фундаментальные знания, полученные в области математической логики и теории алгоритмов к решению конкретных задач профессиональной деятельности.
Универсальные компетенции			
Системное и критическое мышление	УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Знает принципы поиска, сбора и обобщения информации, методы анализа результатов	Знать принципы поиска, сбора и обобщения информации, методы анализа результатов на основе методов математической логики.

		УК-1.2 Умеет применять методики поиска, сбора, обработки информации, системный подход для решения поставленных задач	Уметь применять методики поиска, сбора, обработки информации, системный подход для решения профессиональных задач, осуществлять критический анализ и синтез информации с помощью математической логики и теории алгоритмов.
--	--	--	---

### Матрица соответствия оценочных средств запланированным результатам обучения

Код индикатора достижения компетенции	Результаты обучения	Оценочные средства	Текущий контроль успеваемости	Промежуточная аттестация
<b>Булевы функции</b>				
ОПК-1.1 Знает основные понятия, факты, концепции, принципы теорий математических и (или) естественных; базовый математический аппарат связанный с прикладной математикой и информатикой	<b>Знать</b> основные понятия, факты, концепции, принципы математической логики и теории алгоритмов, связанные с прикладной математикой и информатикой.	Тест.	Да	Да
ОПК-1.2 Умеет выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук; применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности к решению конкретных задач	<b>Уметь</b> выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учётом основных понятий и общих закономерностей математической логики; применять фундаментальные знания, полученные в области математической логики и теории алгоритмов к решению конкретных задач профессиональной деятельности.	Тест.	Да	Да
УК-1.1 Знает принципы поиска, сбора и обобщения информации, методы анализа результатов	<b>Знать</b> принципы поиска, сбора и обобщения информации, методы анализа результатов на основе методов математической логики.	Тест.	Да	Да

УК-1.2 Умеет применять методики поиска, сбора, обработки информации, системный подход для решения поставленных задач	<b>Уметь</b> применять методики поиска, сбора, обработки информации, системный подход для решения профессиональных задач, осуществлять критический анализ и синтез информации с помощью математической логики и теории алгоритмов.	Тест.	Да	Да
<b>Аксиоматические формальные системы</b>				
ОПК-1.1 Знает основные понятия, факты, концепции, принципы теорий математических и (или) естественных; базовый математический аппарат связанный с прикладной математикой и информатикой	<b>Знать</b> основные понятия, факты, концепции, принципы математической логики и теории алгоритмов, связанные с прикладной математикой и информатикой.	Тест.	Да	Да
ОПК-1.2 Умеет выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук; применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности к решению конкретных задач	<b>Уметь</b> выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учётом основных понятий и общих закономерностей математической логики; применять фундаментальные знания, полученные в области математической логики и теории алгоритмов к решению конкретных задач профессиональной деятельности.	Тест.	Да	Да
УК-1.1 Знает принципы поиска, сбора и обобщения информации, методы анализа результатов	<b>Знать</b> принципы поиска, сбора и обобщения информации, методы анализа результатов на основе методов математической логики.	Тест.	Да	Да
УК-1.2 Умеет применять методики поиска, сбора, обработки информации, системный подход для решения поставленных задач	<b>Уметь</b> применять методики поиска, сбора, обработки информации, системный подход для решения профессиональных задач, осуществлять критический анализ и синтез информации с помощью математической логики и теории алгоритмов.	Тест.	Да	Да
<b>Рекурсивные функции</b>				

ОПК-1.1 Знает основные понятия, факты, концепции, принципы теорий математических и (или) естественных; базовый математический аппарат связанный с прикладной математикой и информатикой	<b>Знать</b> основные понятия, факты, концепции, принципы математической логики и теории алгоритмов, связанные с прикладной математикой и информатикой.	Тест.	Да	Да
ОПК-1.2 Умеет выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук; применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности к решению конкретных задач	<b>Уметь</b> выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учётом основных понятий и общих закономерностей математической логики; применять фундаментальные знания, полученные в области математической логики и теории алгоритмов к решению конкретных задач профессиональной деятельности.	Тест.	Да	Да
УК-1.1 Знает принципы поиска, сбора и обобщения информации, методы анализа результатов	<b>Знать</b> принципы поиска, сбора и обобщения информации, методы анализа результатов на основе методов математической логики.	Тест.	Да	Да
УК-1.2 Умеет применять методики поиска, сбора, обработки информации, системный подход для решения поставленных задач	<b>Уметь</b> применять методики поиска, сбора, обработки информации, системный подход для решения профессиональных задач, осуществлять критический анализ и синтез информации с помощью математической логики и теории алгоритмов.	Тест.	Да	Да
<b>Машины Тьюринга</b>				
ОПК-1.1 Знает основные понятия, факты, концепции, принципы теорий математических и (или) естественных; базовый математический аппарат связанный с прикладной математикой и информатикой	<b>Знать</b> основные понятия, факты, концепции, принципы математической логики и теории алгоритмов, связанные с прикладной математикой и информатикой.	Тест.	Да	Да

<p>ОПК-1.2 Умеет выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук; применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности к решению конкретных задач</p>	<p><b>Уметь</b> выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учётом основных понятий и общих закономерностей математической логики; применять фундаментальные знания, полученные в области математической логики и теории алгоритмов к решению конкретных задач профессиональной деятельности.</p>	<p>Тест.</p>	<p>Да</p>	<p>Да</p>
<p>УК-1.1 Знает принципы поиска, сбора и обобщения информации, методы анализа результатов</p>	<p><b>Знать</b> принципы поиска, сбора и обобщения информации, методы анализа результатов на основе методов математической логики.</p>	<p>Тест.</p>	<p>Да</p>	<p>Да</p>
<p>УК-1.2 Умеет применять методики поиска, сбора, обработки информации, системный подход для решения поставленных задач</p>	<p><b>Уметь</b> применять методики поиска, сбора, обработки информации, системный подход для решения профессиональных задач, осуществлять критический анализ и синтез информации с помощью математической логики и теории алгоритмов.</p>	<p>Тест.</p>	<p>Да</p>	<p>Да</p>

А.П. КОТЕНКО

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА

*Учебное пособие*

Самара  
2020

## Индивидуальные задания и задачи контрольных работ

1. Известно, что  $x \rightarrow y$  имеет значение 1. Что можно сказать о значениях  $z \rightarrow (x \rightarrow y)$ ,  $\overline{x \rightarrow y} \rightarrow y$ ,  $(x \rightarrow y) \rightarrow z$ ?

Ответ:  $x \rightarrow y = 1$ ,  $z \rightarrow (x \rightarrow y) \equiv z \rightarrow 1 = 1$  – всегда;

$\overline{x \rightarrow y} \rightarrow y \equiv \bar{1} \rightarrow y \equiv 0 \rightarrow y = 1$  – всегда;

$$(x \rightarrow y) \rightarrow z \equiv 1 \rightarrow z = \begin{cases} 1 \leftarrow z = 1, \\ 0 \leftarrow z = 0. \end{cases}$$

2. Составить таблицы истинности для формул:

1)  $(A_1 \rightarrow \bar{A}_2) \wedge (\bar{A}_1 \vee A_2)$ ;

Ответ:  $(1, 1, 0, 0)^T$ .

2)  $(A_1 \rightarrow (A_2 \rightarrow A_3)) \rightarrow ((A_1 \rightarrow A_2) \rightarrow (A_1 \rightarrow A_3))$ ;

Ответ:  $(1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)^T$ .

3)  $(A_1 \leftrightarrow A_2) \rightarrow (A_1 \wedge A_2)$ ;

Ответ:  $(0, 1, 1, 1)^T$ .

4)  $(A_1 \wedge (A_2 \rightarrow A_1)) \vee \bar{A}_1$ ;

Ответ:  $(1, 1, 1, 1)^T$ .

5)  $(A_1 \wedge (A_2 \vee \bar{A}_1)) \wedge (\bar{A}_2 \rightarrow A_1) \vee A_2$ ;

Ответ:  $(0, 1, 0, 1)^T$ .

6)  $\overline{A_1 \rightarrow A_2 \wedge A_1 \rightarrow A_1 \vee A_3}$ ;

Ответ:  $(1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)^T$ .

7)  $(A_1 \wedge (A_2 \vee \bar{A}_1)) \wedge ((\bar{A}_2 \rightarrow A_1) \vee A_2)$ ;

Ответ:  $(0, 0, 0, 1)^T$ .

8)  $(A_1 \rightarrow A_2) \vee (A_1 \rightarrow (A_2 \wedge A_1))$ ;

Ответ:  $(1, 1, 0, 1)^T$ .

3. Доказать выполнимость формул

1)  $\overline{A \rightarrow \overline{A}}$ ;

Ответ: принимает значение 1 при  $A=1$ .

2)  $(A_1 \rightarrow A_2 \wedge A_3) \wedge \overline{A_2 \vee A_3} \rightarrow A_1$ ;

Ответ: принимает значение 1 при  $A_1=0$  и  $A_2=A_3=1$ .

3)  $(A_1 \rightarrow A_2) \rightarrow (A_2 \rightarrow A_1)$ ;

Ответ: принимает значение 1 при  $A_1=A_2=1$ .

4. Каковы должны быть высказывания  $A_1$ ,  $A_2$  и  $A_3$ , чтобы формула

$$\overline{(\overline{A_1 \vee A_1} \wedge A_2)} \rightarrow A_3$$

была истинной.

Ответ: формула тождественно истинна.

5. Доказать тавтологичность формул

1)  $A_1 \rightarrow (A_2 \rightarrow A_1 \wedge A_2)$ ;

2)  $(A_1 \rightarrow A_2) \rightarrow ((A_1 \rightarrow \overline{A_2}) \rightarrow \overline{A_1})$ ;

3)  $(A_1 \rightarrow A_3) \rightarrow ((A_2 \rightarrow A_3) \rightarrow (A_1 \vee A_2 \rightarrow A_3))$ ;

4)  $(A_2 \rightarrow A_3) \rightarrow (A_1 \vee A_2 \rightarrow A_1 \vee A_3)$ ;

5)  $(\overline{A_1} \rightarrow \overline{A_2}) \rightarrow ((\overline{A_1} \rightarrow A_2) \rightarrow A_1)$ ;

6)  $\overline{A_1} \rightarrow (A_1 \rightarrow A_2)$ ;

7)  $(A_1 \rightarrow A_2) \rightarrow ((A_2 \rightarrow A_3) \rightarrow (A_1 \rightarrow A_3))$ ;

8)  $A \rightarrow \overline{\overline{A}}$ .

6. При каких значениях  $A_1$ ,  $A_2$  и  $A_3$  ложны формулы

1)  $((A_1 \rightarrow A_2 \wedge A_3) \rightarrow (\overline{A_2} \rightarrow \overline{A_1})) \rightarrow \overline{A_2}$ ;

Ответ: при  $A_2=1$  и любых  $A_1$  и  $A_3$ .

2)  $((A_1 \vee A_2) \vee A_3) \rightarrow ((A_1 \vee A_2) \wedge (A_1 \vee A_3))$ ;

Ответ: при  $A_1=A_2=0$  и  $A_3=1$ .

3)  $(A_1 \vee A_2) \rightarrow ((\overline{A_1} \wedge A_2) \vee (A_1 \wedge A_2))$ ;

Ответ: при  $A_1=1$  и  $A_2=0$ .

7. Сколько имеется различных двуместных логических операций?

Ответ: 16.

8. Доказать равносильность формул:

- 1)  $\overline{A_1 \rightarrow A_2}$  и  $A \wedge \overline{B}$ ;
- 2)  $A_1 \wedge (A_1 \vee A_3) \wedge (A_2 \vee A_3)$  и  $(A_1 \wedge A_2) \vee (A_1 \wedge A_3)$ ;
- 3)  $A_1 \vee (A_2 \wedge A_1)$  и  $A_1$ ;
- 4)  $(A_1 \wedge A_2) \vee ((A_1 \vee A_2) \wedge (\overline{A_1} \vee \overline{A_2}))$  и  $A_1 \vee A_2$ .

9. Найти все существенные переменные функций

1)  $(x \wedge y) \vee (\overline{y} \wedge z)$ ;

Ответ: все переменные.

2)  $(x \wedge y) \vee x$ ;

Ответ:  $x$  – существенная переменная,  $y$  – фиктивная.

3)  $(x \rightarrow (y \rightarrow z)) \rightarrow ((x \rightarrow y) \rightarrow (x \rightarrow z))$ ;

Ответ: все переменные фиктивные.

10. Привести к ДНФ и КНФ:

1)  $((A_1 \rightarrow A_2) \rightarrow (A_3 \rightarrow A_1)) \rightarrow (\overline{A_2} \rightarrow \overline{A_3})$ ;

Ответ:  $\overline{A_1}A_3 \vee A_2 \vee \overline{A_3}$  – ДНФ,  $\overline{A_1} \vee A_2 \vee \overline{A_3}$  – КНФ.

2)  $((A_1 \rightarrow A_2) \rightarrow \overline{A_1}) \rightarrow \overline{A_2} \rightarrow \overline{A_3}$ ;

Ответ:  $\overline{A_2}A_3 \vee A_3$  – ДНФ,  $(\overline{A_2} \vee A_3) \wedge A_3$  – КНФ.

3)  $(A_1 \rightarrow (A_2 \rightarrow A_3)) \rightarrow ((A_1 \rightarrow \overline{A_3}) \rightarrow (A_1 \rightarrow \overline{A_2}))$ ;

Ответ:  $A_1A_2\overline{A_3} \vee A_1A_3 \vee \overline{A_1} \vee \overline{A_2}$  – ДНФ,  $\overline{A_1} \vee \overline{A_2} \vee \overline{A_3}$  – КНФ.

11. Найти СДНФ следующих формул:

1)  $(\overline{A_1} \rightarrow \overline{A_2}) \rightarrow ((A_2 \wedge A_3) \rightarrow (A_1 \wedge A_3))$ ;

Ответ:  $A_1A_2A_3 \vee A_1A_2\overline{A_3} \vee A_1\overline{A_2}A_3 \vee A_1\overline{A_2}\overline{A_3} \vee \overline{A_1}A_2A_3 \vee \overline{A_1}A_2\overline{A_3} \vee \overline{A_1}\overline{A_2}A_3 \vee \overline{A_1}\overline{A_2}\overline{A_3}$ .

2)  $((A_1 \rightarrow A_2) \rightarrow \overline{A_1}) \rightarrow (A_1 \rightarrow (A_1 \wedge A_2))$ ;

Ответ:  $A_1A_2 \vee \overline{A_1}A_2 \vee \overline{A_1}\overline{A_2}$ .

3)  $\overline{(A_1 \wedge A_2)} \rightarrow \overline{A_1} \wedge \overline{(A_1 \wedge A_2)} \rightarrow \overline{A_2}$ ;

Ответ:  $A_1A_2$ .

$$4) (\overline{A_1} \rightarrow A_2) \rightarrow \overline{\overline{A_3} \rightarrow \overline{A_1}};$$

$$\text{Ответ: } \overline{A_1} \overline{A_2} A_3 \vee \overline{A_1} A_2 \overline{A_3} \vee A_1 A_2 A_3 \vee A_1 \overline{A_2} A_3.$$

12. Найти СКНФ следующих формул:

$$1) (A_1 \rightarrow A_2) \rightarrow (\overline{A_3 \vee A_1} \rightarrow A_2);$$

$$\text{Ответ: } A_1 \vee A_2 \vee A_3.$$

$$2) \overline{(A_1 \wedge A_2)} \rightarrow A_1 \vee (A_1 \wedge (A_2 \vee A_3));$$

$$\text{Ответ: } (A_1 \vee A_2 \vee A_3)(\overline{A_1 \vee A_2 \vee A_3})(A_1 \vee \overline{A_2} \vee A_3)(\overline{A_1 \vee \overline{A_2} \vee A_3})(\overline{A_1 \vee A_2 \vee A_3}).$$

$$3) \overline{A_1 \wedge (A_2 \vee A_3)} \rightarrow (A_1 \wedge A_2) \vee A_3;$$

$$\text{Ответ: } (A_1 \vee A_2 \vee A_3)(\overline{A_1 \vee \overline{A_2} \vee A_3})(\overline{A_1 \vee A_2 \vee A_3}).$$

$$4) (A_1 \vee \overline{A_2} \rightarrow A_1 \wedge A_3) \rightarrow \overline{\overline{A_1} \rightarrow \overline{A_1} \vee A_2 \wedge \overline{A_3}};$$

$$\text{Ответ: } A_1 \vee \overline{A_2} \vee \overline{A_3}.$$

13. Найти СДНФ тавтологии, содержащей:

1) одну переменную;

$$\text{Ответ: } x \vee \overline{x}.$$

2) две переменные;

$$\text{Ответ: } xy \vee \overline{xy} \vee x\overline{y} \vee \overline{x}\overline{y}.$$

3) три переменные;

$$\text{Ответ: } xyz \vee \overline{xyz} \vee x\overline{y}z \vee x\overline{y}\overline{z} \vee \overline{x}yz \vee \overline{x}\overline{y}z \vee \overline{x}\overline{y}\overline{z}.$$

14. Найти СКНФ тождественно ложной формулы, содержащей:

1) одну переменную;

$$\text{Ответ: } x \wedge \overline{x}.$$

2) две переменные;

$$\text{Ответ: } (x \vee y)(\overline{x} \vee y)(x \vee \overline{y})(\overline{x} \vee \overline{y}).$$

3) три переменные;

Ответ:

$$(x \vee y \vee z)(\overline{x} \vee y \vee z)(x \vee \overline{y} \vee z)(x \vee y \vee \overline{z})(\overline{x} \vee \overline{y} \vee z)(x \vee \overline{y} \vee \overline{z})(\overline{x} \vee y \vee \overline{z})(\overline{x} \vee \overline{y} \vee \overline{z}).$$

15. Построить формулу трёх переменных, истинную тогда и только тогда, когда ровно две переменные ложны.

Ответ:  $f(x, y, z) = x\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z$ .

16. Построить функцию большинства (меньшинства) трёх переменных.

Ответ:  $f(x, y, z) = xy\bar{z} \vee x\bar{y}z \vee \bar{x}yz$  — функция большинства;  
 $f(x, y, z) = x\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z$  — функция меньшинства.

17. Построить функцию  $f$  трёх переменных  $x$ ,  $y$  и  $z$ , удовлетворяющую системе

$$\begin{cases} x \wedge f \equiv x \wedge y, \\ x \vee f \equiv x \vee z. \end{cases}$$

Ответ:  $f(x, y, z) = xyz \vee xy\bar{z} \vee \bar{x}yz \vee \bar{x}\bar{y}z$ .

18. Доказать самодвойственность функции  $xy \vee xz \vee yz$ .

19. Сколько есть самодвойственных функций  $n$  переменных?

Ответ:  $2^{2^{n-1}}$ .

20. Представить полиномом Жегалкина:

1) основные логические операции;

Ответ:  $xy = x \cdot y$ ,  $x \vee y = xy \oplus x \oplus y$ ,  $\bar{x} = x \oplus 1$ ,  $x \rightarrow y = xy \oplus x \oplus 1$ ,

$x \leftrightarrow y = x \oplus y \oplus 1$ .

2)  $x \vee y \vee z$ ;

Ответ:  $xyz \oplus xy \oplus xz \oplus yz \oplus x \oplus y \oplus z$ .

3)  $xy \vee yz \vee xz$ ;

Ответ:  $xy \oplus xz \oplus yz$ .

4)  $x\bar{y}\bar{z} \vee x\bar{y}z \vee \bar{x}yz \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}$ ;

Ответ:  $x \oplus y \oplus z \oplus 1$ .

21. Доказать, что все переменные полинома Жегалкина существуют.

22. Линейны ли функции

1)  $\overline{(x \rightarrow y)} \oplus \bar{x}y$ ;

Ответ: нет.

2)  $xy \vee \bar{x}\bar{y} \vee z$ ;

Ответ: нет.

3)  $x\bar{y}(x \leftrightarrow y)$ ;

Ответ: да.

4)  $(x \vee yz) \oplus \bar{x}yz$ ;

Ответ: да.

23. Найти число всех линейных функций  $n$  переменных.

Ответ:  $2^{n+1}$ .

24. Найти число таких линейных функций  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , что  $f(0, 0, \dots, 0) = f(1, 1, \dots, 1) = 1$ .

Ответ:  $2^{n-1}$ .

25. Монотонны ли функции

1)  $xy \vee xz \vee \bar{x}z$ ;

Ответ: да.

2)  $x \rightarrow (x \rightarrow y)$ ;

Ответ: нет.

3)  $\overline{x \vee y} \leftrightarrow \bar{x} \vee \bar{y}$ ;

Ответ: нет.

4)  $\overline{x \vee y} \leftrightarrow \bar{x}\bar{y}$ ;

Ответ: да.

5)  $xy \vee x \vee \bar{x}z$ ;

Ответ: да.

26. Перечислить все монотонные функции двух переменных.

Ответ: 0, 1,  $x$ ,  $y$ ,  $xy$ ,  $x \vee y$ .

27. Доказать полноту системы функций

- 1)  $\{xy, \bar{x}\}$ ;
- 2)  $\{x \vee y, \bar{x}\}$ ;
- 3)  $\{\overline{x \vee y}\}$ ;
- 4)  $\{x \oplus y, x \vee y, 1\}$ ;
- 5)  $\{x \rightarrow y, 0\}$ .

28. Реализовать релейно-контактными схемами функции

- 1)  $(y \vee z) \rightarrow x\bar{y}$ ;
- 2)  $x\bar{y} \leftrightarrow yx$ ;
- 3)  $x \oplus y \oplus z$ .

29. Какие вхождения переменных свободны, а какие связаны в формулах

- 1)  $\forall x_0(P(x_0, x_1) \rightarrow \forall x_1 Q(x_1))$ ;

Ответ:  $x_0$  – связанная переменная,  $x_1$  – свободная.

- 2)  $\overline{\exists x_2 Q(x_2, x_2)} \wedge R(f(x_1, x_3))$ ;

Ответ:  $x_2$  – связанная переменная,  $x_1$  и  $x_3$  – свободные.

30. Пусть  $S^3(x, y, z) = (x + y = z)$ ,  $P^3(x, y, z) = (x * y = z)$ ,  $x, y, z \in \mathbb{N}$ . Привести формулу с одной свободной переменной, истинную тогда и только тогда, когда:

- 1)  $x=0$ ;

Ответ:  $\forall y S(x, y, y)$ .

- 2)  $x=2$ ;

Ответ:  $\exists z (\forall y P(z, y, y) \wedge S(z, z, x))$ .

- 3)  $x$  – чётно;

Ответ:  $\exists y S(y, y, x)$ .

31. На множестве  $M$  определены одноместные предикаты  $F(x)$  и  $G(x)$ . Каким условиям удовлетворяют их области истинности, если истинны:

- 1)  $\forall x (F(x) \rightarrow G(x)) \wedge \exists x (\overline{F(x)} \wedge G(x))$ ;

Ответ:  $I_F \subset I_G$ .

$$2) \overline{\exists x(F(x) \wedge G(x))} \wedge \exists x(F(x) \rightarrow G(x));$$

Ответ:  $I_F = \emptyset$ ,  $I_G$  – любое подмножество  $M$ .

32. Выполнимы ли формулы:

$$1) \exists xP(x);$$

Ответ: выполнима, если  $P(x)$  не тождественно ложный предикат.

$$2) \exists x \forall y (Q(x, x) \wedge \overline{Q(x, y)});$$

Ответ: не выполнима.

$$3) \exists x \forall y (Q(x, y) \rightarrow \forall z R(x, y, z));$$

Ответ: выполнима на  $\aleph$ .

33. Будут ли тождественно истинны формулы

$$1) \exists xP(x) \rightarrow \forall xP(x);$$

Ответ: нет.

$$2) \forall xP(x) \rightarrow \exists xP(x);$$

Ответ: да.

$$3) \exists xP(x) \vee \exists xQ(x) \leftrightarrow \exists x(P(x) \vee Q(x));$$

Ответ: да.

$$4) \exists x \forall y P(x, y) \rightarrow \forall y \exists x P(x, y)$$

Ответ: да.

34. Доказать тождественную истинность формул

$$1) \overline{\exists xP(x)} \rightarrow \overline{\forall xP(x)};$$

$$2) \forall x(P(x) \rightarrow \overline{Q(x)}) \rightarrow \overline{(\exists xP(x) \wedge \forall xQ(x))};$$

$$3) \forall x(P(x) \rightarrow \overline{Q(x)}) \rightarrow \overline{(\forall xP(x) \wedge \exists xQ(x))}.$$

35. Доказать общезначимость формул

$$1) \forall x(P(x) \rightarrow Q(x)) \rightarrow (\forall xP(x) \rightarrow \forall xQ(x));$$

$$2) \forall x(P(x) \rightarrow Q(x)) \rightarrow (\exists xP(x) \rightarrow \exists xQ(x));$$

36. Доказать тождественную ложность формулы

$$\exists x \exists y ((P(x) \rightarrow P(y)) \wedge (P(x) \rightarrow \overline{P(y)}) \wedge P(x)).$$

37. Записать на языке логики предикатов определения:
- 1) Два вещественных числа  $x$  и  $y$  называются равными  $x=y$ , если не выполнено ни одно из соотношений  $x>y$  или  $y>x$ .  
 Ответ:  $\forall x \in R \forall y \in R (\overline{(x > y)} \vee \overline{(y > x)})$ .
  - 2) Множество  $A \subset \mathfrak{R}$  называется ограниченным сверху, если существует такое вещественное число  $x$ , что для всех чисел  $a \in A$  выполнено условие  $a \leq x$ .  
 Ответ:  $\forall a \in A \exists x \in R (a \leq x)$ .
  - 3) Множество  $A \subset \mathfrak{R}$  называется ограниченным снизу, если существует такое вещественное число  $x$ , что для всех чисел  $a \in A$  выполнено условие  $a \geq x$ .  
 Ответ:  $\forall a \in A \exists x \in R (a \geq x)$ .
  - 4) Последовательность  $\{x_n\}$  называется сходящейся, если существует такое число  $x$ , что для любого  $\varepsilon > 0$  найдётся такой номер  $N = N(\varepsilon)$ , что при всех  $n > N$  имеет место неравенство  $|x_n - x| < \varepsilon$ .  
 Ответ:  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0 \exists N = N(\varepsilon) > 0 \forall n \in \mathfrak{N} ((n > N) \rightarrow |x_n - x| < \varepsilon)$ .
38. Доказать, что если примитивно рекурсивна функция  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , то примитивно рекурсивны:
- 1)  $g(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(x_2, x_3, \dots, x_n, x_1)$  – циклическая перестановка аргументов;
  - 2)  $g(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}) = f(x_1, x_1, x_2, \dots, x_{n-1})$  – отождествление аргументов.
39. Доказать примитивную рекурсивность функций:
- 1)  $f(x) = x + n$ ;
  - 2)  $f(x) = n$ ;
  - 3)  $f(x, y) = x + y$ .
40. Доказать, что функция, перечисляющая по порядку числа Фибоначчи

$$\begin{cases} f(0) = 0, \\ f(1) = 1, \\ f(n+2) = f(n) + f(n+1) \end{cases}$$

примитивно рекурсивна.

41. Доказать частичную рекурсивность нигде не определённой функции, то есть функции с пустой областью определения.

42. Построить машину Тьюринга для вычисления функции

$$\overline{\text{sgn}x} = \begin{cases} 1 \leftarrow x = 0, \\ 0 \leftarrow x \neq 0. \end{cases} \text{ Исходное состояние } q_101110 \text{ или } q_100000.$$

Ответ:

	0	1
q <sub>1</sub>	q <sub>2</sub> R	-
q <sub>2</sub>	q <sub>0</sub> 1L	q <sub>3</sub> R
q <sub>3</sub>	q <sub>4</sub> L	0R
q <sub>4</sub>	L	q <sub>0</sub> 0L

43. Построить машину Тьюринга для вычисления функции  $x+y$ .

Ответ:

	0	1
q <sub>1</sub>	q <sub>2</sub> R	-
q <sub>2</sub>	q <sub>3</sub> 1R	R
q <sub>3</sub>	q <sub>4</sub> L	R
q <sub>4</sub>	-	q <sub>5</sub> 0L
q <sub>5</sub>	q <sub>0</sub>	L

44. Какую функцию вычисляет машина Тьюринга с программой

$$\{q_10 \rightarrow q_20R, q_11 \rightarrow q_01, q_20 \rightarrow q_01, q_21 \rightarrow q_2R\}?$$

Ответ:  $f(x)=x+1$ .

45. Построить машину Тьюринга для функций  $I_n^m(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , где  $1 \leq m \leq n$ .

46. Показать правильную вычислимость функции  $h(x)=f(g(x))$ , если правильно вычислимы функции  $f(x)$  и  $g(x)$ .
47. Показать правильную вычислимость функции  $f(x)=\mu_y (g(x,y)=0)$ , если правильно вычислима функция  $g(x,y)$ .

### **Перечень вопросов для подготовки к зачёту:**

1. Операции над высказываниями.
2. Формулы алгебры логики.
3. равносильные группы формул и равносильные преобразования.
4. Алгебра Буля.
5. Функции алгебры логики.
6. Разложение булевых функций по переменным.
7. ДНФ и КНФ.
8. Закон двойственности.
9. Проблема разрешимости.
10. Полиномы Жегалкина.
11. Полнота и замкнутость функций алгебры логики.
12.  $k$ -значные логики.
13. Схемы из функциональных элементов.
14. Оценка сложности релейно-контактных схем.
15. Реализация булевых функций схемами и формулами.
16. Система аксиом и правила вывода исчисления высказываний.
17. Доказуемость формул.
18. Связь формул алгебры высказываний и исчисления высказываний.
19. Определение предикатов и логических операций над ними.
20. Кванторные операции.
21. Формулы логики предикатов.
22. равносильные формулы логики предикатов.
23. Общезначимость и выполнимость формул логики предикатов.
24. Случай конечных областей.
25. Синтаксис языка исчисления предикатов.
26. Аксиомы и правила вывода.
27. Непротиворечивость и независимость.
28. Характерные черты алгоритма.
29. Вычислимые, примитивно, частично и общерекурсивные функции.
30. Примитивная рекурсия.
31. Операция минимизации.
32. Примитивная рекурсивность основных арифметических функций.
33. Конечные автоматы.