МИНОБРНАУКИ РОССИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Самарский государственный технический университет»
(ФГБОУ ВО «СамГТУ»)

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по учебной работе
_____ / О.В. Юсупова
"_____" _____ 20___ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Б1.О.02.01 «Математика»

Код и направление подготовки (специальность)	04.03.01 Химия
Направленность (профиль)	Аналитическая химия
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Очная
Год начала подготовки	2023
Институт / факультет	Химико-технологический факультет (ХТФ)
Выпускающая кафедра	кафедра "Аналитическая и физическая химия"
Кафедра-разработчик	кафедра "Прикладная математика и информатика"
Объем дисциплины, ч. / з.е.	576 / 16
Форма контроля (промежуточная аттестация)	Экзамен

Самара 2023

Б1.О.02.01 «Математика»

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки (специальности) **04.03.01 Химия**, утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от № 671 от 17.07.2017 и соответствующего учебного плана.

Разработчик РПД:

Доцент, кандидат физико-математических наук, доцент (должность, степень, ученое звание)	Е.В Башкинова (ФИО)
Заведующий кафедрой	В.П. Радченко, доктор физико-математических наук, профессор (ФИО, степень, ученое звание)

СОГЛАСОВАНО:

Председатель методического совета факультета / института (или учебно-методической комиссии)	О.В Лаврентьева, кандидат химических наук, доцент (ФИО, степень, ученое звание)
Руководитель образовательной программы	Ю.В. Рублинецкая, доктор химических наук, доцент (ФИО, степень, ученое звание)
Заведующий выпускающей кафедрой	А.Ю. Богомолов, доктор химических наук, доцент (ФИО, степень, ученое звание)

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы 4
2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы 5
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся 6
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам), с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий 7
4.1 Содержание лекционных занятий 7
4.2 Содержание лабораторных занятий 16
4.3 Содержание практических занятий 16
4.4. Содержание самостоятельной работы 22
5. Перечень учебной литературы и учебно-методического обеспечения по дисциплине (модулю) 31
6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения 33
7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», профессиональных баз данных, информационно-справочных систем 33
8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю) 33
9. Методические материалы 34
10. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) 35

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Наименование категории (группы) компетенций	Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения (знать, уметь, владеть, соотнесенные с индикаторами достижения компетенции)
Общепрофессиональные компетенции			
Общепрофессиональные навыки	ОПК-3 Способен применять расчетно-теоретические методы для изучения свойств веществ и процессов с их участием с использованием современной вычислительной техники	ОПК-3.1 Применяет теоретические и полуэмпирические модели при решении задач химической направленности	Владеть инструментарием для решения задач математического моделирование в своей предметной области.
Физико-математическая и компьютерная грамотность при решении задач профессиональной деятельности	ОПК-4 Способен планировать работы химической направленности, обрабатывать и интерпретировать полученные результаты с использованием теоретических знаний и практических навыков решения математических и физических задач	ОПК-4.1 Использует базовые знания в области математики и физики при планировании работ химической направленности	Знать фундаментальные основы математического анализа; алгоритмы решения базовых задач основанные на применении дифференциального и интегрального исчислений, теорию рядов, теории дифференциальных уравнений, теорию функций комплексных переменных, теории вероятностей и математической статистики
		ОПК-4.2 Обрабатывает данные с использованием стандартных способов аппроксимации численных характеристик	Уметь использовать стандартные способы аппроксимации численных характеристик, группировать выборочные данные, определять точечные и интервальные оценки параметров распределения.
Универсальные компетенции			
Системное и критическое мышление	УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие	Знать общие характеристики математических методов и средств, используемых на различных этапах решения поставленных задач задачи

		УК-1.2 Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи	Уметь составить перечень элементов информации, необходимых для решения задачи; обосновать актуальность использования представленных элементов информации; ранжировать элементы информации по степени важности для решения задачи
		УК-1.5 Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки	Уметь выделять из предложенных вариантов те, которые могут быть использованы для решения поставленной задачи с обоснованием непригодности остальных вариантов, рассмотреть достоинства и недостатки каждого из выбранных вариантов; выбрать оптимальный вариант решения с обоснованием выбора

2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы: **обязательная часть**

Код компетенции	Предшествующие дисциплины	Параллельно осваиваемые дисциплины	Последующие дисциплины
ОПК-3		Введение в информационные технологии; Общая химия; Физика	Адаптивные информационно-коммуникационные технологии; Квантовая химия; Кристаллохимия; Подготовка к процедуре защиты и защита выпускной квалификационной работы; Производственная практика: технологическая практика; Уравнения математической физики; Химическая технология
ОПК-4		Общая химия; Основы аналитической химии; Строение вещества; Техника работы в химической лаборатории; Физика; Физическая химия	Высокомолекулярные соединения; Квантовая химия; Коллоидная химия; Основы аналитической химии; Подготовка к процедуре защиты и защита выпускной квалификационной работы; Производственная практика: технологическая практика; Теоретические основы инструментальных методов анализа; Уравнения математической физики; Физическая химия; Химическая технология

УК-1		Введение в информационные технологии; История России; Неорганическая химия; Общая химия; Основы аналитической химии; Строение вещества; Учебная практика: ознакомительная практика; Учебная практика: проектная практика; Физика; Физическая химия	Высокомолекулярные соединения; История и методология аналитической химии; Квантовая химия; Кристаллохимия; Машинное обучение и анализ данных; Методы и средства экспресс-анализа; Метрология, стандартизация и сертификация; Органическая химия; Основы аналитической химии; Основы хроматографии; Подготовка к процедуре защиты и защита выпускной квалификационной работы; Практико-ориентированный проект; Практикум: аналитический контроль; Производственная практика: научно-исследовательская работа; Производственная практика: преддипломная практика; Производственная практика: технологическая практика; Современные методы химической экспертизы; Социология и право; Спектральные методы анализа и исследования; Теоретические основы инструментальных методов анализа; Уравнения математической физики; Учебная практика: проектная практика; Физическая химия; Философия; Хемометрика и информационные технологии в химии; Химические основы биологических процессов; Электрохимические методы анализа и исследования

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Вид учебной работы	Всего часов / часов в электронной форме	1 семестр часов / часов в электронной форме	2 семестр часов / часов в электронной форме	3 семестр часов / часов в электронной форме
Аудиторная контактная работа (всего), в том числе:	320	112	112	96
Лекции	192	64	64	64
Практические занятия	128	48	48	32
Внеаудиторная контактная работа, КСР	42	16	16	10
Самостоятельная работа (всего), в том числе:	97	52	43	2
выполнение расчетно-графических работ	36	16	18	2
подготовка к коллоквиуму	8	4	4	0

подготовка к практическим занятиям	53	32	21	0
Контроль	117	36	45	36
Итого: час	576	216	216	144
Итого: з.е.	16	6	6	4

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам), с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

№ раздела	Наименование раздела дисциплины	Виды учебной нагрузки и их трудоемкость, часы				
		ЛЗ	ЛР	ПЗ	СРС	Всего часов
1	Линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия	32	0	20	26	78
2	Введение в математический анализ	14	0	6	8	28
3	Дифференциальное исчисление	22	0	12	8	42
4	Интегральное исчисление	34	0	26	27	87
5	Дифференциальные уравнения	16	0	10	7	33
6	Ряды	22	0	8	7	37
7	Теория функций комплексного переменного	16	0	10	8	34
8	Элементы функционального анализа	16	0	8	6	30
9	Теория вероятностей и математическая статистика	20	0	28	0	48
	КСР	0	0	0	0	42
	Контроль	0	0	0	0	117
	Итого	192	0	128	97	576

4.1 Содержание лекционных занятий

№ занятия	Наименование раздела	Тема лекции	**Содержание лекции** (перечень дидактических единиц: рассматриваемых подтем, вопросов)	Количество часов / часов в электронной форме
1 семестр				
1	Линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия	Определители	Определители 2 и 3 порядков. Основные свойства, минор и алгебраическое дополнение. Понятие об определителе n-порядка и его вычисление.	2
2	Линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия	Определители (продолжение)	Системы линейных уравнений. Метод Крамера.	2

3	Линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия	Матрицы	Матрицы. Их виды. Алгебра матриц. Обратная матрица. Теорема существования и единственности обратной матрицы.	2
4	Линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия	Решение систем линейных уравнений	Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрица. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Метод Гаусса.	2
5	Линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия	Векторы. Операции над векторами	Векторы. Линейные операции над векторами, их свойства. Базис в пространстве, орты, декартова система координат. Скалярное произведение. Свойства и вычисление. Ортогональность векторов.	2
6	Линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия	Векторное и смешанное произведения	Векторное произведение. Свойства и вычисление. Геометрический и механический смысл векторного произведения. Условия коллинеарности векторов. Смешанное произведение. Свойства и вычисление. Компланарность векторов	2
7	Линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия	Линейное пространство.	Линейное пространство. Определение и примеры. Линейная зависимость системы векторов. Определение и примеры.	2
8	Линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия	Основные теоремы о линейной зависимости	Основные теоремы о линейной зависимости	2
9	Линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия	Базис и размерность линейного пространства	Базис и размерность линейного пространства. Разложение вектора по базису. Примеры базисов.	2
10	Линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия	Базис и размерность линейного пространства (продолжение)	Понятие о бесконечномерном пространстве. Понятие Евклидова пространства. Неравенства Коши-Буняковского, треугольника.	2
11	Линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия	Уравнение плоскости	Уравнение плоскости, проходящей через данную точку с заданным вектором нормали. Общее уравнение плоскости.	2
12	Линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия	Уравнение плоскости (продолжение)	Угол между плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей	2
13	Линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия	Прямая в пространстве	Прямая в пространстве и на плоскости. Векторное, канонические и параметрические уравнения прямой.	2
14	Линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия	Прямая в пространстве (продолжение)	Гиперплоскости.	2
15	Линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия	Сопряженные и самосопряженные операторы	Сопряженный оператор. Самосопряженный оператор.	2

16	Линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия	Собственные значения и собственные векторы линейного оператора (продолжение)	Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.	2
17	Введение в математический анализ	Числовые функции одной и нескольких переменных	Числовые функции одной и нескольких переменных, вектор-функция скалярного аргумента. Числовая последовательность и ее предел.	2
18	Введение в математический анализ	Числовые функции одной и нескольких переменных (продолжение)	Определение метрического пространства. Предел отображения. Предел функции одной и нескольких переменных.	2
19	Введение в математический анализ	Понятие бесконечно малых (БМ) и бесконечно больших величин (ББ)	Понятие БМ и ББ величин, ограниченный и отделимый от нуля величин, их свойства. Простейшие свойства пределов.	2
20	Введение в математический анализ	Понятие бесконечно малых (БМ) и бесконечно больших величин (ББ) (продолжение)	Сравнение БМ и ББ. Выделение главной части БМ и ББ.	2
21	Введение в математический анализ	Понятие бесконечно малых (БМ) и бесконечно больших величин (ББ) (продолжение)	Предельный переход в неравенстве. Признаки существования пределов. Первый и второй замечательные пределы.	2
22	Введение в математический анализ	Непрерывность отображения и числовой функции одной и нескольких переменных.	Непрерывность отображения и числовой функции одной и нескольких переменных. Односторонние пределы функции в точке.	2
23	Введение в математический анализ	Непрерывность отображения и числовой функции одной и нескольких переменных. (продолжение)	Точки разрыва функции и их классификация. Свойства функций, непрерывных в точке и на отрезке	2
24	Дифференциальное исчисление	Дифференциал и производная функции одной переменной	Дифференциал отображения. Дифференциал и производная функции одной переменной. Сводка формул дифференцирования.	2
25	Дифференциальное исчисление	Вычисление производных и дифференциалов сложных функций нескольких переменных.	Полный дифференциал и частные производные числовой функции нескольких переменных. Вычисление производных и дифференциалов сложных функций нескольких переменных.	2
26	Дифференциальное исчисление	Вычисление производных и дифференциалов сложных функций нескольких переменных. (продолжение)	Вычисление производных неявных функций одной и нескольких переменных.	2

27	Дифференциальное исчисление	Вычисление производных и дифференциалов сложных функций нескольких переменных.	Производные и дифференциалы высших порядков для числовой функции одной переменной.	2
28	Дифференциальное исчисление	Вычисление производных и дифференциалов сложных функций нескольких переменных. (продолжение)	Частные производные и полные дифференциалы высших порядков функции нескольких переменных	2
29	Дифференциальное исчисление	Свойства функций, дифференцируемых на интервале	Свойства функций, дифференцируемых на интервале (теоремы Ролля, Коши, Лагранжа). Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталя.	2
30	Дифференциальное исчисление	Формула Тейлора для числовой функции одной переменной.	Формула Тейлора для числовой функции одной переменной. Остаточный член формулы Тейлора в форме Лагранжа и в форме Пеано. Представление некоторых функций по формуле Тейлора.	2
31	Дифференциальное исчисление	Приложение формулы Тейлора к исследованию функций	Приложение формулы Тейлора к исследованию функций. Возрастание и убывание. Экстремумы функций. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба. Формула Тейлора для функции нескольких переменных	2
32	Дифференциальное исчисление	Формула Тейлора для функции нескольких переменных	Локальные экстремумы функции нескольких переменных. Условный экстремум функции нескольких переменных. Производная по направлению, градиент. Метод аппроксимации экспериментальных данных.	2
			Итого за семестр:	**64**
2 семестр				
33	Дифференциальное исчисление	Экстремум функции нескольких переменных	Приближенные методы поиска экстремума функции (релаксационный метод, градиентный, метод наискорейшего спуска).	2
34	Дифференциальное исчисление	Экстремум функции нескольких переменных (продолжение)	Метод множителей Лагранжа. Глобальные экстремумы функции нескольких переменных	2
35	Интегральное исчисление	Первообразная и неопределенный интеграл	Первообразная и неопределенный интеграл. Оператор интегрирования и его свойства. Таблица основных формул интегрирования. Замена переменных в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям.	2
36	Интегральное исчисление	Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.	Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Теорема о производной интеграла по верхнему пределу. Замена переменной в определенном интеграле и интегрирование по частям.	2

37	Интегральное исчисление	Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций. Признаки сходимости	Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций. Признаки сходимости несобственных интегралов. Главное значение несобственных интегралов. плоских областей, вычисление длины дуги плоской кривой.	2
38	Интегральное исчисление	Практическая схема применения определенных интегралов для решения прикладных задач	Практическая схема применения определенных интегралов для решения прикладных задач: вычисление площадей плоских областей, вычисление длины дуги плоской кривой.	2
39	Интегральное исчисление	Практическая схема применения определенных интегралов для решения прикладных задач (приложение)	Практическая схема применения определенных интегралов для решения прикладных задач: вычисление объема и площади поверхности тела вращения, вычисление объема тела с заданными площадями параллельных сечений, примеры физических приложений определенных интегралов.	2
40	Интегральное исчисление	Понятие о специальных функциях	Интегралы, не выражающиеся через элементарные функции. Понятие о специальных функциях: нормальная функция распределения, интегральный синус, косинус, логарифм.	2
41	Интегральное исчисление	Понятие о специальных функциях (продолжение)	Понятие об интегралах, зависящих от параметра. Гамма-функция и ее свойства.	2
42	Интегральное исчисление	Понятие интеграла по мере области.	Понятие интеграла по мере области. Свойства интегралов по мере области	2
43	Интегральное исчисление	Вычисление двойных интегралов	Геометрическая интерпретация двойных интегралов. Вычисление двойных интегралов в декартовой и полярной системах координат.	2
44	Интегральное исчисление	Вычисление тройных интегралов	Вычисление тройных интегралов в декартовой, цилиндрической и сферической системах координат.	2
45	Интегральное исчисление	Приложение кратных интегралов	Общая формула замены переменных в кратных интегралах. Поверхности второго порядка Приложение кратных интегралов	2
46	Интегральное исчисление	Приложение кратных интегралов (приложение)	Вычисление: площади плоской фигуры, объема трехмерного тела, объема цилиндрического тела	2
47	Интегральное исчисление	Вычисление криволинейных интегралов I и II рода.	Вычисление криволинейных интегралов I и II рода.	2
48	Интегральное исчисление	Вычисление криволинейных интегралов I и II рода. (продолжение)	Независимость криволинейного интеграла от формы кривой интегрирования. Формула Грина.	2

49	Интегральное исчисление	Интегралы по поверхности	Интегралы по поверхности 1-го типа. Ориентируемые поверхности. Интегралы по поверхности 2-го типа. Поток вектора через поверхность. Формула Остроградского	2
50	Интегральное исчисление	Интегралы по поверхности (продолжение)	Дивергенция векторного поля. Формула Стокса. Ротор векторного поля. Гамильтона	2
51	Интегральное исчисление	Интегралы по поверхности (продолжение)	Потенциальные векторные поля. Соленоидальные векторные поля. Оператор Гамильтона	2
52	Дифференциальные уравнения	Дифференциальные уравнения первого порядка	Обыкновенные дифференциальные уравнения. Основные понятия. Понятие об особом решении. Задача Коши для ДУ первого порядка.	2
53	Дифференциальные уравнения	Дифференциальные уравнения первого порядка (продолжение)	Геометрическое толкование ДУ первого порядка и его решений. Уравнения с разделяющимися переменными.	2
54	Дифференциальные уравнения	Дифференциальные уравнения первого порядка (продолжение)	Интегрирование линейных и однородных ДУ первого порядка Дифференциальное уравнение Бернулли. Интегрирование ДУ в полных дифференциалах.	2
55	Дифференциальные уравнения	Дифференциальные уравнения высших порядков.	Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши.	2
56	Дифференциальные уравнения	Дифференциальные уравнения высших порядков. (продолжение)	Понятие о краевых задачах. Интегрирование ДУ, допускающих понижение порядка.	2
57	Дифференциальные уравнения	Дифференциальные уравнения высших порядков. (продолжение)	Структура общего решения линейного однородного ДУ. Решение линейных однородных ДУ с постоянными коэффициентами.	2
58	Дифференциальные уравнения	Дифференциальные уравнения высших порядков. (продолжение)	Структура решения линейного неоднородного ДУ. Метод вариации произвольных постоянных Лагранжа.	2
59	Дифференциальные уравнения	Дифференциальные уравнения высших порядков. (продолжение)	Линейные неоднородные ДУ с постоянными коэффициентами и с правой частью определенного вида.	2
60	Ряды	Числовые ряды. Сходимость ряда.	Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Свойства сходящихся рядов. Примеры. Геометрическая прогрессия. Ряды с положительными членами.	2
61	Ряды	Числовые ряды. Сходимость ряда. (продолжение)	Теоремы сравнения. Признаки сходимости Даламбера и Коши. Интегральный признак сходимости ряда. Оценка остатка ряда с помощью интегрального признака.	2
62	Ряды	Числовые ряды. Абсолютная и условная сходимость.	Знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость.	2

63	Ряды	Функциональные ряды, область сходимости.	Функциональные ряды, область сходимости. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов.	2
64	Ряды	Степенные ряды.	Степенные ряды. Теорема Абеля.	2
			Итого за семестр:	**64**
3 семестр				
65	Ряды	Интервал и радиус сходимости степенного ряда.	Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Теоремы: о непрерывности суммы, о почленном интегрировании и дифференцировании функциональных и степенных рядов	2
66	Ряды	Ряд Тейлора.	Ряд Тейлора. Теорема о единственности разложения функции в степенной ряд.	2
67	Ряды	Ряд Тейлора. (продолжение)	Достаточные условия разложения функции в ряд Тейлора. Разложение по степеням элементарных функций	2
68	Ряды	Ряды Фурье	Ортогональная система функций. Разложение в обобщенный ряд Фурье по ортогональной системе функций. Тригонометрический ряд Фурье. Теорема Дирихле.	2
69	Ряды	Ряды Фурье (продолжение)	Разложение в ряд Фурье четных и нечетных функций. Разложение в ряд Фурье на полупериоде.	2
70	Ряды	Ряды Фурье (продолжение)	Понятие о практическом гармоническом анализе. Запись тригонометрического ряда в комплексной форме. Средняя квадратическая погрешность и минимальное свойство коэффициентов Фурье. Понятие об интеграле Фурье. Преобразование Фурье. Теорема Котельникова.	2
71	Теория функций комплексного переменного	Основные понятия о комплексных числах	Комплексные числа в алгебраической форме и действия над ними. Тригонометрическая и показательная форма комплексного числа. Арифметика комплексных чисел в тригонометрической и показательной форме записи. Теорема Муавра–Лапласа. Основная теорема алгебры	2
72	Теория функций комплексного переменного	Функция комплексной переменной.	Функция комплексной переменной. Отображение линии и областей. Предел и непрерывность. Производная функции комплексной переменной. Аналитические функции, условия Коши-Римана	2
73	Теория функций комплексного переменного	Элементарные функции комплексной переменной	Гармонические функции. Элементарные функции комплексной переменной: степенная, показательная, логарифмическая, тригонометрические и обратно тригонометрические	2

74	Теория функций комплексного переменного	Понятие об интеграле от функции комплексной переменной.	Понятие об интеграле от функции комплексной переменной. Теорема существования. Свойства интеграла.	2
75	Теория функций комплексного переменного	Понятие об интеграле от функции комплексной переменной. (продолжение)	Теорема Коши для односвязной и многосвязной областей. Формула Ньютона-Лейбница для аналитической функции.	2
76	Теория функций комплексного переменного	Интегральная формула Коши.	Интегральная формула Коши. Интегральная формула Коши для производных аналитической функции. Примеры применения теорем для интегрирования функции комплексной переменной.	2
77	Теория функций комплексного переменного	Вычеты аналитической функции, их вычисление.	Ряд Тейлора в комплексной плоскости. Ряд Лорана. Изолированные особые точки аналитической функции. Их классификация с помощью ряда Лорана.	2
78	Теория функций комплексного переменного	Вычеты аналитической функции, их вычисление. (продолжение)	Вычеты аналитической функции, их вычисление. Основные теоремы о вычетах. Примеры вычисления интегралов с помощью вычетов.	2
79	Элементы функционального анализа	Преобразования Лапласа. Свойства преобразования Лапласа.	Функция оригинал. Определение преобразования Лапласа. Свойства преобразования Лапласа.	2
80	Элементы функционального анализа	Преобразования Лапласа. Свойства преобразования Лапласа. (продолжение)	Сводка изображений простейших функций и свойств преобразования Лапласа. Свертка функций. Свойства свертки. Примеры. Теоремы Бореля. Интеграл Дюамеля	2
81	Элементы функционального анализа	Приемы обращения преобразования Лапласа	Определение. Нахождение оригиналов с помощью вычетов и леммы Жордана.	2
82	Элементы функционального анализа	Приемы обращения преобразования Лапласа (продолжение)	Теоремы разложения. Приемы обращения преобразования Лапласа	2
83	Элементы функционального анализа	Приложения операционного исчисления	Приложения операционного исчисления к решению линейных дифференциальных уравнений и систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.	2
84	Элементы функционального анализа	Приложения операционного исчисления (продолжение)	Приложения операционного исчисления к решению линейных дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом, с переменными коэффициентами интегральных и интегро-дифференциальных уравнений.	2
85	Элементы функционального анализа	Основные теоремы дискретного преобразования Лапласа.	Определение, свойства, формула обращения. Z-преобразования. Основные теоремы дискретного преобразования Лапласа.	2

86	Элементы функционального анализа	Решение разностных уравнений	Решение разностных уравнений	2
87	Теория вероятностей и математическая статистика	Случайные события и их вероятности	Предмет теория вероятностей. Основные понятия и определения. Классическое и статистическое определение вероятности. Пространство элементарных событий, действия над событиями. Теоремы сложения вероятностей. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей (для зависимых и независимых событий).	2
88	Теория вероятностей и математическая статистика	Случайные события и их вероятности (продолжение)	Формула полной вероятности. Вероятность гипотез (формула Бейеса). Последовательность независимых испытаний. Схема испытаний Бернулли. Формула Бернулли. Интегральная и локальная теоремы Муавра – Лапласа. Простая цепь Маркова. Уравнения Маркова	2
89	Теория вероятностей и математическая статистика	Случайные события и их вероятности (продолжение)	Дискретные случайные величины. Ряд распределения. Функция распределения и ее свойства. Непрерывные случайные величины. Плотность вероятности и ее свойства. Числовые характеристики случайных величин: мода, медиана, математическое ожидание.	2
90	Теория вероятностей и математическая статистика	Случайные события и их вероятности (продолжение)	Способы задания закона распределения. Дисперсия случайной величины и ее свойства. Моменты случайной величины. Коэффициент асимметрии и эксцесс.	2
91	Теория вероятностей и математическая статистика	Случайные события и их вероятности (продолжение)	Важнейшие дискретные распределения. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона. Важнейшие непрерывные распределения. Равномерное распределение. Экспоненциальное и гамма-распределение, их использование в теории надежности. Нормальное распределение. Правило «трех сигма». Функция Лапласа.	2
92	Теория вероятностей и математическая статистика	Задачи математической статистики.	Задачи математической статистики. Начальная обработка данных. Вариационный ряд выборки и эмпирическая функция распределения.	2
93	Теория вероятностей и математическая статистика	Задачи математической статистики (продолжение)	Гистограмма и полигон частот. Выборочные моменты. Асимптотическое поведение выборочных моментов. Эмпирическая функция распределения.	2
94	Теория вероятностей и математическая статистика	Точные интервальные оценки. Проверка статистических гипотез.	Требования к точечным оценкам. Приближенные интервальные оценки. Точные интервальные оценки. Проверка статистических гипотез. Критерий Пирсона и Колмогорова. Оценки параметров распределения.	2

95	Теория вероятностей и математическая статистика	Двумерные случайные величины.	Двумерные случайные величины. Законы распределения. Числовые характеристики. Статистическое исследование двумерной случайной величины. Статистические законы и моменты.	2
96	Теория вероятностей и математическая статистика	Двумерные случайные величины. (продолжение)	Корреляционная зависимость. Кривые регрессии и их линейное приближение. Линейная корреляционная зависимость. Коэффициент корреляции, его свойства. Проверка значимости коэффициента корреляции.	2
			Итого за семестр:	**64**
			Итого:	**192**

4.2 Содержание лабораторных занятий

Учебные занятия не реализуются.

4.3 Содержание практических занятий

№ занятия	**Наименование раздела**	**Тема практического занятия**	**Содержание практического занятия** (перечень дидактических единиц: рассматриваемых подтем, вопросов)	**Количество часов / часов в электронной форме**
1 семестр				
1	Линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия	Тест.	Вводное занятие. Тест.	2
2	Линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия	Вычисление определителей. Действия с матрицами.	Вычисление определителей. Решение систем линейных уравнений методом Крамера. Действия с матрицами. Обратная матрица.	2
3	Линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия	Решение систем линейных уравнений	Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы. Ранг матрицы Вычисление ранга матрицы. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.	2
4	Линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия	Векторы. Векторное и смешанное произведения векторов.	Векторы. Линейные операции над векторами. Скалярное произведение векторов. Векторное и смешанное произведения векторов. Применение.	2
5	Линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия	Разложение вектора по базису.	Базис и размерность линейного пространства. Разложение вектора по базису. Неравенства Коши-Буняковского, треугольника.	2
6	Линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия	Полярная система координат.	Полярная система координат. Связь между полярными и декартовыми координатами Уравнения кривых в полярной системе координат. Параметрический способ задания плоской кривой.	2

7	Линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия	Уравнение плоскости. Уравнение прямой в пространстве	Нормальное уравнение плоскости в векторной и координатной формах. Общее уравнение плоскости. Уравнение связки плоскостей. Уравнение плоскости, проходящей через три точки. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей. Угол между плоскостями. Векторное, канонические и параметрические уравнения прямой. Пересечение прямой и плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Параллельность и перпендикулярность прямых. Взаимное расположение прямой и плоскости	2
8	Линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия	Кривые второго порядка. Приведение кривых второго порядка к каноническому виду	Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола. Приведение кривых второго порядка к каноническому виду	2
9	Линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия	Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.	Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Квадратичные формы, их приведение к каноническому виду	2
10	Линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия	Контрольная работа	Контрольная работа, проверка знаний по разделу "Линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия"	2
11	Введение в математический анализ	Вычисление пределов.	Вычисление пределов. Раскрытие неопределенностей: "0/0", "бесконечность делить на бесконечность", "бесконечность умножить на 0", "бесконечность минус бесконечность". Вычисление пределов. Раскрытие неопределенностей с помощью первого и второго замечательных пределов	2
12	Введение в математический анализ	Вычисление пределов (продолжение)	Вычисление пределов с помощью эквивалентных бесконечно малых (БМ) и бесконечно больших (ББ) величин. Сравнение БМ и ББ. Выделение главной части БМ и ББ.	2
13	Введение в математический анализ	Непрерывность числовой функции одной переменной. Классификация точек разрыва	Непрерывность числовой функции одной переменной. Классификация точек разрыва	2
14	Дифференциальное исчисление	Вычисление производных и дифференциалов числовой функции одной переменной. Вычисление производных и дифференциалов высших порядков функции нескольких переменных.	Вычисление производных и дифференциалов числовой функции одной переменной. Дифференцирование параметрически заданных функций. Частные производные, частные дифференциалы и полный дифференциал функции нескольких переменных. Вычисление производных сложных функций одной и нескольких переменных. Вычисление производных неявных функций одной и нескольких переменных.	2
15	Дифференциальное исчисление	Вычисление производных и дифференциалов высших порядков функции одной и нескольких переменных.	Вычисление производных и дифференциалов высших порядков функции одной переменной. Вычисление производных и дифференциалов высших порядков функции нескольких переменных.	2

16	Дифференциальное исчисление	Свойства функций, дифференцируемых на интервале. Правило Лопиталя.	Свойства функций, дифференцируемых на интервале. Правило Лопиталя. Раскрытие неопределенностей с помощью правила Лопиталя: "0/0", "бесконечность делить на бесконечность", "бесконечность умножить на 0", "бесконечность минус бесконечность", "один в степени бесконечность"	2
17	Дифференциальное исчисление	Формулы Тейлора и Маклорена для функции одной переменной. Приложения формулы Тейлора	Формула Тейлора. Разложение функций по формулам Тейлора и Маклорена. Вычисление пределов. Исследование функций и построение графиков	2
18	Дифференциальное исчисление	Экстремумы функции нескольких переменных. Приближение функций многочленами. Производная по направлению, градиент	Локальный экстремум функции нескольких переменных. Условный экстремум функции нескольких переменных. Глобальный экстремум функции нескольких переменных. Интерполирование функций. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Среднеквадратичные приближения алгебраическими многочленами. Метод наименьших квадратов. Производная по направлению, градиент	2
19	Дифференциальное исчисление	Контрольная работа,	Контрольная работа, проверка знаний по разделу "Дифференциальное исчисление"	2
20	Интегральное исчисление	Непосредственное интегрирование.	Непосредственное интегрирование. интегрирование с помощью метода внесения части функции под знак дифференциала	2
21	Интегральное исчисление	Замена переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям	Замена переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям	2
22	Интегральное исчисление	Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование тригонометрических функций	Интегрирование выражений, содержащих квадратный трехчлен. Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование тригонометрических функций	2
23	Интегральное исчисление	Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница	Замена переменной в определенном интеграле и интегрирование по частям	2
24	Интегральное исчисление	Вычисление и оценки несобственных интегралов	Вычисление и оценки несобственных интегралов	2
			Итого за семестр:	**48**
2 семестр				
25	Интегральное исчисление	Приложения определенного интеграла	Приложения определенного интеграла: вычисление площадей плоских областей, вычисление длины дуги плоской кривой, вычисление объема и площади поверхности тела вращения, вычисление объема тела с заданными площадями параллельных сечений	2
26	Интегральное исчисление	Вычисление двойных интегралов в декартовых и полярных координатах. Вычисление тройных интегралов в декартовых, цилиндрических и сферических координатах	Вычисление двойных интегралов в декартовых и полярных координатах. Вычисление тройных интегралов в декартовых, цилиндрических и сферических координатах	2

27	Интегральное исчисление	Приложения интегралов по мере	Приложения интегралов по мере области. Вычисление: площади плоской фигуры, объема трехмерного тела, объема цилиндрического тела, площади поверхности трехмерного тела, массы неоднородного тела (стержень, пластина, трехмерное тело)	2
28	Интегральное исчисление	Вычисление криволинейных интегралов первого и второго рода	Вычисление криволинейных интегралов первого и второго рода	2
29	Интегральное исчисление	Поверхностные интегралы 1-го и 2-го рода	Вычисление поверхностных интегралов 1-го и 2-го рода	2
30	Интегральное исчисление	Поток векторного поля. Дивергенция. Формула Гаусса-Остроградского	Поток векторного поля. Дивергенция. Формула Гаусса-Остроградского	2
31	Интегральное исчисление	Ротор векторного поля. Формула Стокса. Циркуляция векторного поля.	Ротор векторного поля. Формула Стокса. Циркуляция векторного поля.	2
32	Интегральное исчисление	Контрольная работа	Контрольная работа, проверка знаний по теме "Первообразная и интеграл "	2
33	Дифференциальные уравнения	Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными, однородные дифференциальные уравнения	Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными, однородные дифференциальные уравнения	2
34	Дифференциальные уравнения	Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнение Бернулли Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах.	Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнение Бернулли Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах.	2
35	Дифференциальные уравнения	Дифференциальные уравнения высших порядков	Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с правой частью определенного вида. Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений методом вариации произвольных постоянных.	2
36	Дифференциальные уравнения	Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений	Метод последовательных приближений для решения ОДУ первого порядка. Метод Эйлера решения ОДУ первого порядка, его геометрическая интерпретация. Алгоритм метода Рунге-Кутта	2
37	Дифференциальные уравнения	Контрольная работа	Контрольная работа, проверка знаний по разделу "Дифференциальные уравнения"	2
38	Ряды	Признаки сходимости числовых рядов.	Числовые ряды с положительными членами. Необходимый признак сходимости. Достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами. Абсолютная и условная сходимость. Знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница	2
39	Ряды	Функциональные ряды Степенные ряды. Нахождение области сходимости ряда	Функциональные ряды (примеры сходимости). Степенные ряды. Нахождение области сходимости ряда. Разложение функций в ряд Тейлора и Маклорена. Применение рядов: вычисление значений функции, вычисление интегралов, решение дифференциальных уравнений	2

40	Ряды	Тригонометрический ряд Фурье	Разложение функций в обобщенный ряд Фурье по ортогональной системе функций. Тригонометрический ряд Фурье. Разложение в ряд Фурье четных и нечетных функций. Разложение функций в ряд Фурье на полупериоде	2
41	Ряды	Контрольная работа	Контрольная работа, проверка знаний по разделу "Ряды"	2
42	Теория функций комплексного переменного	Комплексные числа и действия над ними	Комплексные числа в алгебраической форме и действия над ними. Тригонометрическая и показательная форма комплексного числа. Арифметика комплексных чисел в тригонометрической и показательной форме записи. Теорема Муавра–Лапласа	2
43	Теория функций комплексного переменного	Функции комплексного переменного.	Функции комплексного переменного. Отображение линии и областей. Предел и непрерывность функции. Производная функции комплексной переменной. Условия Коши-Римана	2
44	Теория функций комплексного переменного	Основные элементарные функции комплексного переменного. Интегрирование функции комплексного переменного.	Основные элементарные функции комплексного переменного. Интегрирование функции комплексного переменного. Интегральная формула Коши.	2
45	Теория функций комплексного переменного	Разложение функции в ряд Тейлора и Лорана. Вычеты аналитической функции комплексного переменного	Разложение функции в ряд Тейлора и Лорана. Нахождение области сходимости степенных рядов с комплексными членами. Изолированные особые точки аналитической функции. Их классификация с помощью ряда Лорана. Изолированные особые точки аналитической функции. Вычеты аналитической функции. Применение вычетов к вычислению интегралов от функции комплексного переменного.	2
46	Теория функций комплексного переменного	Контрольная работа	Контрольная работа, проверка знаний по разделу "теория функций комплексного переменного"	2
47	Элементы функционального анализа	Преобразование Лапласа и его свойства. Формула обращения для преобразования Лапласа. Дискретное преобразование Лапласа.	Преобразование Лапласа и его свойства. Применение теорем для нахождения изображения по заданному оригиналу. Свертка функций. Теоремы Бореля. Интеграл Дюамеля. Формула обращения для преобразования Лапласа. Нахождение оригиналов с помощью свойств преобразования Лапласа. Нахождение оригиналов с помощью вычетов. Дискретное преобразование Лапласа. Нахождение оригиналов и изображений с использованием таблицы. Решение разностных уравнений.	2
48	Элементы функционального анализа	Решение ДУ операционным методом.	Решение ДУ операционным методом. Решение систем линейных уравнений операционным методом. Решение дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом, интегральных и интегро-дифференциальных уравнений операционным методом	2
			Итого за семестр:	**48**
3 семестр				

49	Элементы функционального анализа	Дифференциальные уравнения с частными производными 1-го порядка	Решение простейших дифференциальных уравнений с частными производными 1-го порядка. Дифференциальные уравнения с частными производными 1-го порядка, линейные относительно частных производных	2
50	Элементы функционального анализа	Дифференциальные уравнения с частными производными 2-го порядка	Приведение линейных дифференциальных уравнений в частных производных 2-го порядка с постоянными коэффициентами к каноническому виду.	2
51	Теория вероятностей и математическая статистика	Основные теоремы теории вероятностей	Условная вероятность. Независимость событий. Независимость системы событий. Сумма и произведение событий. Теорема сложения вероятностей. Теорема умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса	2
52	Теория вероятностей и математическая статистика	Случайные величины	Дискретные случайные величины. Функция распределения. Распределение вероятностей. Плотность распределения. Числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, мода, медиана, коэффициент асимметрии, эксцесс, начальный и центральный моменты	2
53	Теория вероятностей и математическая статистика	Случайные величины	Непрерывные случайные величины. Функция распределения. Распределение вероятностей. Плотность распределения. Числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, мода, медиана, коэффициент асимметрии, эксцесс, начальный и центральный моменты	2
54	Теория вероятностей и математическая статистика	Законы распределения.	Законы распределения. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона. Равномерное распределение. Показательное распределение. Нормальное распределение. Плотность распределения. Функция Лапласа. Формулы Муавра-Лапласа. Контрольная работа по темам Основные теоремы теории вероятностей и Случайные величины.	2
55	Теория вероятностей и математическая статистика	Основные понятия математической статистики.	Основные понятия математической статистики. Обработка данных, полученных в результате наблюдений. Выборки. Гистограмма и полигон частот. Выборка. Гистограмма. Понятие выборки. Гистограмма и полигон частот. Эмпирическая функция распределения	2
56	Теория вероятностей и математическая статистика	Статистические оценки параметров распределения	Статистические оценки параметров распределения	2
57	Теория вероятностей и математическая статистика	Статистическая проверка гипотез.	Статистическая проверка гипотез. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности по критерию Пирсона	2

58	Теория вероятностей и математическая статистика	Статистическая проверка гипотез.	Проверка статистических гипотез о параметрах распределения генеральной совокупности	2
59	Теория вероятностей и математическая статистика	Система двух случайных величин.	Система двух случайных величин. Функция распределения и совместная плотность распределения. Числовые характеристики системы двух непрерывных случайных величин.	2
60	Теория вероятностей и математическая статистика	Система двух случайных величин.	Система двух случайных величин. Функция распределения и совместная плотность распределения. Числовые характеристики системы двух дискретных случайных величин.	2
61	Теория вероятностей и математическая статистика	Элементы корреляционно-регрессионного анализа	Корреляционная зависимость. Кривые регрессии и их линейное приближение. Линейная корреляционная зависимость.	2
62	Теория вероятностей и математическая статистика	Элементы корреляционно-регрессионного анализа	Коэффициент корреляции, его свойства. Проверка значимости коэффициента корреляции	2
63	Теория вероятностей и математическая статистика	Элементы корреляционно-регрессионного анализа	Проверка гипотезы о виде закона распределения. Критерии знаков. Критерий Вилкоксона	2
64	Теория вероятностей и математическая статистика	Контрольная работа	Контрольная работа, проверка знаний по разделу "Теория вероятностей и математическая статистика"	2
			Итого за семестр:	**32**
			Итого:	**128**

4.4. Содержание самостоятельной работы

Наименование раздела	**Вид самостоятельной работы**	**Содержание самостоятельной работы** (перечень дидактических единиц: рассматриваемых подтем, вопросов)	**Количество часов**
1 семестр			

Линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия	подготовка к практическим занятиям	подготовка к практическим занятиям: проработка материала по лекциям и рекомендованной учебной литературе; выполнение домашних заданий. Определители 2-го и 3-го порядка. Их основные свойства. Минор и алгебраическое дополнение. Разложение определителя по элементам строки или столбца. Понятие об определителе n-го порядка. Его вычисление. Системы линейных уравнений. Формулы Крамера. Матрицы, их виды. Операции над матрицами и их свойства. Обратная матрица. Ее вычисление. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Метод Гаусса. Векторы. Линейные операции над векторами и их свойства. Орты, декартова система координат. Разложение вектора по ортам. Скалярное произведение векторов. Его свойства и вычисление в декартовых координатах. Условие ортогональности векторов. Векторное произведение векторов. Его свойства и вычисление в декартовых координатах. Условие коллинеарности векторов. Смешанное произведение векторов. Его свойства и вычисление в декартовых координатах. Условие компланарности трех векторов. Уравнение плоскости в нормальной, векторной и координатной форме. Общее уравнение плоскости. Понятие гиперплоскости. Условие параллельности и перпендикулярности плоскостей. Векторное, каноническое и параметрическое уравнение прямой. Прямая как линия пересечения двух плоскостей. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Изменение матрицы линейного оператора при преобразовании базиса. Преобразование ортонормированного базиса в ортонормированный. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Приведение общего уравнения кривых второго порядка к каноническому виду. Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола	8

Линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия	выполнение расчетно-графических работ	выполнение расчетно-графических работ: выполнение индивидуальных заданий по темам Вычисление определителя. Действия с матрицами. Решение систем уравнений. Разложение вектора по заданному базису. Уравнения прямой и плоскости. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Приведение общего уравнения кривых второго порядка к каноническому виду.	14

Линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия	подготовка к коллоквиуму	подготовка к коллоквиуму: повторить основные определения и формулы по вопросам: Понятие о матриц. Определители второго и третьего порядков. Основные свойства определителей. Минор и алгебраическое дополнение. Понятие об определителе любого порядка. Разложение определителя по элементам строки или столбца. Решение систем линейных уравнений с помощью определителей. Формулы Крамера. Действия с матрицами. Обратная матрица. Матричный метод решения систем линейных уравнений. Ранг матрицы и его вычисление с помощью элементарных преобразований. Теорема Кронекера – Капели. . Простейшие сведения о векторах. Сложение векторов. Умножение вектора на число. Базис и координаты вектора. Проекция вектора на вектор. Разложение вектора в ортогональном базисе. Направляющие косинусы вектора. Скалярное произведение. . Векторное произведение. Смешанное произведение. Понятие о линейном пространстве. Линейная независимость системы векторов. Базис и размерность линейного пространства. Аксиоматическое определение скалярного произведения. Евклидово пространство. Плоскость и гиперплоскость. Прямая линия. Линейные операторы. Матрица линейного оператора в заданном базисе. Нулевой, тождественный, проективный и гомотетичный операторы. Геометрический смысл матрицы линейного оператора. Действия с операторами. Сопряженный оператор. Сопряженная матрица. Самосопряженные операторы. Симметричные матрицы. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Изменение матрицы линейного оператора при преобразовании базиса. Преобразование ортонормированного базиса в ортонормированный. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Приведение общего уравнения кривых второго порядка к каноническому виду. Приведение общего уравнения поверхностей второго порядка к каноническому виду.	4

Введение в математический анализ	подготовка к практическим занятиям	подготовка к практическим занятиям: проработка материала по лекциям и рекомендованной учебной литературе; выполнение домашних заданий по темам Предел последовательности, предел функции Бесконечно малые, бесконечно большие, ограниченные и отделимые от нуля величины. Их основные свойства. Основные свойства пределов. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших. Эквивалентные бесконечно малые и бесконечно большие. Их свойства. Таблица эквивалентных бесконечно малых. Первый и второй замечательные пределы. Их следствия. Непрерывность отображения. Непрерывность числовой функции Односторонние пределы. Точки разрыва и их классификация.	8
Дифференциальное исчисление	подготовка к практическим занятиям	подготовка к практическим занятиям: проработка материала по лекциям и рекомендованной учебной литературе; выполнение домашних заданий по темам: Дифференциал и производная числовой функции одной переменной. Сводка правил для вычисления производной. Полный дифференциал и частные производные числовой. функции нескольких переменных. Вычисление производных и дифференциалов сложных функций. Вычисление производных неявных функций. Производные и дифференциалы высших порядков для числовой функции одной переменной. Частные производные и полные дифференциалы высших порядков. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталя.. Формула Тейлора. . Остаточный член формулы Тейлора в форме Лагранжа. Представление некоторых функций по формуле Тейлора. Приложения формулы Исследование функций.: возрастание и убывание функции, экстремумы функции, выпуклость и вогнутость кривой, точки перегиба кривой. Локальные экстремумы функции нескольких переменных. Производная скалярного поля по направлению. Градиент. Условные экстремумы числовой функции нескольких переменных Глобальные экстремумы числовой функции нескольких переменных.	8

Интегральное исчисление	подготовка к практическим занятиям	подготовка к практическим занятиям: проработка материала по лекциям и рекомендованной учебной литературе; Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование иррациональных выражений Замена переменной в определенном интеграле и интегрирование по частям. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование иррациональных выражений Замена переменной в определенном интеграле и интегрирование по частям. Вычисление и оценки несобственных интегралов.	8
Интегральное исчисление	выполнение расчетно-графических работ	выполнение расчетно-графических работ. Таблица основных формул интегрирования. Замена переменных в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование иррациональных выражений	2
		Итого за семестр:	**52**
2 семестр			

Интегральное исчисление	подготовка к коллоквиуму	Проработка материала по лекциям и рекомендованной учебной литературе. Первообразная и неопределенный интеграл. Таблица основных интегралов. Свойства неопределенных интегралов. Замена переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. Понятие определенного интеграла как предела. Основные свойства определенного интеграла. Оценки определенного интеграла. Теорема о среднем значении. Теорема о производной интеграла по верхнему пределу. Формула Ньютона–Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле. Вычисление определенного интеграла по частям. Вычисление площадей плоских фигур. Вычисление длины дуги плоской кривой. Вычисление объема тела вращения. Вычисление площади поверхности тела вращения. Вычисление объема тела с заданными площадями параллельных сечений. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования. Несобственные интегралы от разрывных функций. Теоремы сравнения о сходимости несобственных интегралов. Понятие абсолютной и условной сходимостей несобственных интегралов. Понятие об интеграле по мере области. Свойства интегралов по мере области. Геометрическая интерпретация двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах. Вычисление тройного интеграла в цилиндрических координатах. Вычисление тройного интеграла в сферических координатах. Приложения интегралов по мере. Криволинейный интеграл по длине дуги кривой (I рода). Способы вычисления криволинейного интеграла I рода. Криволинейный интеграл по координатам (II рода). Механический смысл криволинейного интеграла II рода. Интегралы по поверхности 1-го типа. Ориентируемые поверхности. Интегралы по поверхности 2-го типа. Поток вектора через поверхность. Формула Остроградского. Дивергенция векторного поля. Формула Стокса. Ротор векторного поля. Потенциальные векторные поля. Соленоидальные векторные поля. Оператор Гамильтона	4

Интегральное исчисление	выполнение расчетно-графических работ	выполнение расчетно-графических работ. Замена переменной в определенном интеграле и интегрирование по частям. Вычисление и оценки несобственных интегралов. Приложения определенного интеграла	6
Интегральное исчисление	подготовка к практическим занятиям	подготовка к практическим занятиям: проработка материала по лекциям и рекомендованной учебной литературе; Приложения определенного интеграла Вычисление двойных интегралов в декартовых и полярных координатах. Вычисление тройных интегралов в декартовых, цилиндрических и сферических координатах Приложения интегралов по мере. Вычисление криволинейных интегралов первого и второго рода. Поверхностные интегралы 1-го рода. Поверхностные интегралы 2-го рода. Поток векторного поля. Дивергенция. Формула Гаусса-Остроградского. Ротор векторного поля. Формула Стокса. Циркуляция векторного поля.	7
Дифференциальные уравнения	подготовка к практическим занятиям	подготовка к практическим занятиям: проработка материала по лекциям и рекомендованной учебной литературе; выполнение домашних заданий. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными, однородные дифференциальные уравнения. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнение Бернулли. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах. Уравнения не разрешенные относительно производной. Уравнение Лагранжа. Уравнение Клеро. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с правой частью определенного вида. Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений методом вариации произвольных постоянных.	7

Ряды	подготовка к практическим занятиям	подготовка к практическим занятиям: проработка материала по лекциям и рекомендованной учебной литературе; выполнение домашних заданий. Числовые ряды с положительными членами. Необходимый признак сходимости. Достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами. Абсолютная и условная сходимость. Знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница. Функциональные ряды (примеры сходимости). Степенные ряды. Нахождение области сходимости ряда. Разложение функций в ряд Тейлора и Маклорена. Применение рядов: вычисление значений функции, вычисление интегралов, решение дифференциальных уравнений. Разложение в обобщенный ряд Фурье по ортогональной системе функций. Тригонометрический ряд Фурье. Разложение в ряд Фурье четных и нечетных функций. Разложение в ряд Фурье на полупериоде.	7
Теория функций комплексного переменного	выполнение расчетно-графических работ.	выполнение расчетно-графических работ. выполнение индивидуальных заданий по темам: Функции комплексного переменного. Производная функции комплексной переменной. Условия Коши-Римана. Основные элементарные функции комплексного переменного. Интегрирование функции комплексного переменного. Интегральная формула Коши. Вычеты аналитической функции. Применение вычетов к вычислению интегралов от функции комплексного переменного	8
Элементы функционального анализа	выполнение расчетно-графических работ.	выполнение расчетно-графических работ. выполнение индивидуальных заданий по темам: Нахождение функции –оригинала, нахождение изображения.	4
		Итого за семестр:	**43**
3 семестр			
Элементы функционального анализа	выполнение расчетно-графических работ.	выполнение расчетно-графических работ. выполнение индивидуальных заданий по темам: Применение операционного исчисления для решения дифференциального уравнения.	2
		Итого за семестр:	**2**
		Итого:	**97**

5. Перечень учебной литературы и учебно-методического обеспечения по дисциплине (модулю)

№ п/п	Библиографическое описание	Ресурс НТБ СамГТУ (ЭБС СамГТУ, IPRbooks и т.д.)
Основная литература		
1	Берман, Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа : учеб.пособие / Г. Н. Берман.- СПб, Лань, 2016.- 490 с.	Электронный ресурс
2	Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учеб. пос. для бакалавров / В. Е. Гмурман .- 11-е изд., перераб. и доп..- М., Юрайт, 2013.- 404 с.	Электронный ресурс
3	Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. пос. для бакалавров / В. Е. Гмурман .- 12-е изд..- М., Юрайт, 2013.- 479 с.	Электронный ресурс
4	Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии : учеб.пособие / Д.В.Клетеник;под ред. Н.В.Ефимова .- 17-е изд., стер..- СПб., Лань, 2010.- 223 с.	Электронный ресурс
5	Кузнецов, В.А. Математика-8 для студентов вузов: теория вероятностей : учеб. пособие / В. А. Кузнецов, Ю. П. Самарин; Самар.гос.техн.ун-т.- Самара, 2001.- 131 с.	Электронный ресурс
6	Кузнецов, В.А. Математика-9 для студентов вузов : Мат. статистика: учеб. пособие / В. А. Кузнецов, Ю. П. Самарин; Самар.гос.техн.ун-т.- Самара, 2002.- 115 с.	Электронный ресурс
7	Самарин, Ю.П. Математика-2 для студентов вузов. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : : учеб.пособие / Ю. П. Самарин, Г. А. Сахабиева; Самар.гос.техн.ун-т.- Самара, 2000.- 92 с.	Электронный ресурс
8	Самарин, Ю.П. Математика-3 для студентов вузов.Введение в математический анализ : Учеб.пособие / Ю. П. Самарин, Г. А. Сахабиева; Самар.гос.техн.ун-т.- Самара, 2000.- 46 с.	Электронный ресурс
9	Самарин, Ю.П. Математика-4 для студентов вузов.Дифференциальное исчисление : Учеб.пособие / Ю. П. Самарин, Г. А. Сахабиева; Самар.гос.техн.ун-т.- Самара, 2000.- 82 с.	Электронный ресурс
10	Самарин, Ю.П. Математика-5 для студентов вузов.Интегральное исчисление для функции одной переменной : Учеб.пособие / Ю. П. Самарин, Г. А. Сахабиева; Самар.гос.техн.ун-т.- Самара, 2000.- 54 с.	Электронный ресурс
11	Самарин, Ю.П. Математика-6 для студентов вузов. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы; элементы теории поля : Учеб.пособие / Ю.П.Самарин,Г.А.Сахабиева;Самар.гос.техн.ун-т.- Самара, 2000.- 61 с.	Электронный ресурс
12	Самарин, Ю.П. Математика-7 для студентов вузов.Ряды : Учеб.пособие / Ю.П.Самарин,Г.А.Сахабиева;Самарск.гос.техн.ун-т.- Самара, 2000.- 73 с.	Электронный ресурс
Дополнительная литература		
13	Мышкис, А. Д. Лекции по высшей математике : учеб. пособие [Текст] .- изд. 5-е, перераб. и доп..- Москва, Лань, 2007.- 688 с.	Электронный ресурс

14	Самарин, Ю.П. Дифференциальные уравнения : Учеб.пособие / Ю.П.Самарин,Г.А.Павлова;Гос.образоват.учреждение высш.проф.образования Самар.гос.техн.ун-т.- Самара, 2004.- 231 с.	Электронный ресурс
15	Самарин, Ю.П. Математика-1 для студентов вузов : Элементы теории множеств.Элементы мат.логики:Учеб.пособие / Ю. П. Самарин, Г. А. Сахабиева; Самар.гос.техн.ун-т.- Самара, 2000.- 26 с.	Электронный ресурс
Учебно-методическое обеспечение		
16	Заусаев, А.А. Определенный интеграл и его приложения : Практикум по высш.математике / Гос.образоват.учреждение высш.проф.образования Самар.гос.техн.ун-т;[Сост.:А.А.Заусаев,Е.Н.Огородников,М.Н.Саушкин].- Самара, 2008.- 55 с.	Электронный ресурс
17	Интегрирование функции одной переменной : учеб.пособие / Самар.гос.техн.ун-т; сост.: Е. Н. Огородников, А. А. Заусаев.- Самара, 2013.- 145 с.	Электронный ресурс
18	Комплексные числа : практикум по высш. математике / Самар.гос.техн.ун-т, Прикладная математика и информатика; сост.: С. Н. Кубышкина, Е. Ю. Арланова.- Самара, 2011.- 28 с..- Режим доступа: https://elib.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu||elib||43	Электронный ресурс
19	Кубышкина, С.Н. Введение в анализ. Дифференцирование функций : учеб.-метод. пособие / С. Н. Кубышкина, Е. Ю. Арланова; Самар.гос.техн.ун-т, Прикладная математика и информатика.- Самара, 2015.- 59 с..- Режим доступа: https://elib.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu||elib||2252	Электронный ресурс
20	Кубышкина, С.Н. Дифференциальные уравнения для технических направлений : практикум / С. Н. Кубышкина, Е. Ю. Арланова; Самар.гос.техн.ун-т .- 2-е изд., доп. и перераб..- Самара, 2017.- 68 с.	Электронный ресурс
21	Кубышкина, С.Н. Дифференциальные уравнения для технических направлений : практикум / С. Н. Кубышкина, Е. Ю. Арланова; Самар.гос.техн.ун-т, Прикладная математика и информатика .- 2-е изд., испр. и доп..- Самара, 2017.- 68 с..- Режим доступа: https://elib.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu||elib||2838	Электронный ресурс
22	Кубышкина, С.Н. Тренировочные тесты по курсу математики. Ч. 1 : учеб.-метод. пособие / С. Н. Кубышкина, Е. Ю. Арланова, Е. А. Тарасова; Самар.гос.техн.ун-т, Прикладная математика и информатика.- Самара, 2018.- 73 с..- Режим доступа: https://elib.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu||elib||3376	Электронный ресурс
23	Кубышкина, С.Н. Тренировочные тесты по курсу математики. Ч. 2 : учеб.-метод. пособие / С. Н. Кубышкина, Е. Ю. Арланова, Е. А. Тарасова; Самар.гос.техн.ун-т, Прикладная математика и информатика.- Самара, 2019.- 62 с..- Режим доступа: https://elib.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu||elib||3741	Электронный ресурс
24	Просвиркина , Е.А. Матрицы и определители : практикум / Е. А. Просвиркина , С. Н. Кубышкина; Самар.гос.техн.ун-т.- Самара, 2014.- 64 с.	Электронный ресурс

Доступ обучающихся к ЭР НТБ СамГТУ (elib.samgtu.ru) осуществляется посредством электронной информационной образовательной среды университета и сайта НТБ СамГТУ по логину и паролю.

6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении

образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения

При проведении лекционных занятий используется мультимедийное оборудование.

Организовано взаимодействие обучающегося и преподавателя с использованием электронной ин-формационной образовательной среды университета.

№ п/п	Наименование	Производитель	Способ распространения
1	Acrobat Reader	Adobe, Inc. (Зарубежный)	Свободно распространяемое
2	LibreOffice Writer	входит в дистрибутив Astra Linux (Отечественный)	Свободно распространяемое
3	Astra Linux	ГК Astra Linux (ООО «РусБИТех-Астра») (Отечественный)	Свободно распространяемое

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», профессиональных баз данных, информационно-справочных систем

№ п/п	Наименование	Краткое описание	Режим доступа
1	Прикладная математика	http://www.lineyka.inf.ua/applied_math	Ресурсы открытого доступа
2	СамГТУ кафедра «Прикладная математика и информатика»	http://pm.samgtu.ru/node/6	Ресурсы открытого доступа
3	Математика	http://www.mathematics.ru/	Ресурсы открытого доступа
4	Высшая математика	http://www.lineyka.inf.ua/higher_math	Ресурсы открытого доступа
5	Прикладная математика: справочник математических формул, примеры и задачи с решениями	http://www.pm298.ru/	Ресурсы открытого доступа

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Лекционные занятия

Аудитории для лекционных занятий укомплектованы мебелью и техническими средствами обучения: наборы демонстрационного оборудования (проектор, экран, компьютер / ноутбук),звукоусиливающее оборудование (микрофон, усилитель, колонки)

Практические занятия

Аудитории для практических занятий укомплектованы специализированной мебелью.

Самостоятельная работа

Помещения для самостоятельной работы оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и доступом к электронной информационно-образовательной среде СамГТУ:

-читальный зал НТБ СамГТУ (ауд. 200 корпус№8; ауд. 125 корпус № 1; ауд. 41, 31, 34, 35; Главный корпус библиотеки, ул. Первомайская, 18; ауд. 83а, 414, 416, 0209 12 корпус; ауд. 401 корпус №10);

-компьютерные классы (ауд. 208, 210 корпус №8). Адрес: ул. Молодогвардейская, 244.

9. Методические материалы

Методические рекомендации при работе на лекции

До лекции студент должен просмотреть учебно-методическую и научную литературу по теме лекции с тем, чтобы иметь представление о проблемах, которые будут разбираться в лекции.

Перед началом лекции обучающимся сообщается тема лекции, план, вопросы, подлежащие рассмотрению, доводятся основные литературные источники. Весь учебный материал, сообщаемый преподавателем, должен не просто прослушиваться. Он должен быть активно воспринят, т.е. услышан, осмыслен, понят, зафиксирован на бумаге и закреплен в памяти. Приступая к слушанию нового учебного материала, полезно мысленно установить его связь с ранее изученным. Следя за техникой чтения лекции (акцент на существенном, повышение тона, изменение ритма, пауза и т.п.), необходимо вслед за преподавателем уметь выделять основные категории, законы и определять их содержание, проблемы, предполагать их возможные решения, доказательства и выводы. Осуществляя такую работу, можно значительно облегчить себе понимание учебного материала, его конспектирование и дальнейшее изучение.

Конспектирование лекции позволяет обработать, систематизировать и лучше сохранить полученную информацию с тем, чтобы в будущем можно было восстановить в памяти основные, содержательные моменты. Типичная ошибка, совершаемая обучающимся, дословное конспектирование речи преподавателя. Как правило, при записи «слово в слово» не остается времени на обдумывание, анализ и синтез информации. Отбирая нужную информацию, главные мысли, проблемы, решения и выводы, необходимо сокращать текст, строить его таким образом, чтобы потом можно было легко в нем разобраться. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых можно будет делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. С окончанием лекции работа над конспектом не может считаться завершенной. Нужно еще восстановить отдельные места, проверить, все ли понятно, уточнить что-то на консультации и т.п. с тем, чтобы конспект мог быть использован в процессе подготовки к практическим занятиям, зачету, экзамену. Конспект лекции – незаменимый учебный документ, необходимый для самостоятельной работы.

Методические рекомендации при подготовке и работе на практическом занятии

Практические занятия по дисциплине проводятся в целях выработки практических умений и приобретения навыков в решении профессиональных задач.

Рекомендуется следующая схема подготовки к практическому занятию:

1. ознакомление с планом практического занятия, который отражает содержание предложенной темы;
2. проработка конспекта лекции;
3. чтение рекомендованной литературы;
4. подготовка ответов на вопросы плана практического занятия;
5. выполнение тестовых заданий, задач и др.

Подготовка обучающегося к практическому занятию производится по вопросам, разработанным для каждой темы практических занятий и (или) лекций. В процессе подготовки к практическим занятиям, необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной

литературы.

Работа студентов во время практического занятия осуществляется на основе заданий, которые выдаются обучающимся в начале или во время занятия. На практических занятиях приветствуется активное участие в обсуждении конкретных ситуаций, способность на основе полученных знаний находить наиболее эффективные решения поставленных проблем, уметь находить полезный дополнительный материал по тематике занятий. Обучающимся необходимо обращать внимание на основные понятия, алгоритмы, определять практическую значимость рассматриваемых вопросов. На практических занятиях обучающиеся должны уметь выполнить расчет по заданным параметрам или выработать определенные решения по обозначенной проблеме. Задания могут быть групповые и индивидуальные. В зависимости от сложности предлагаемых заданий, целей занятия, общей подготовки обучающихся преподаватель может подсказать обучающимся алгоритм решения или первое действие, или указать общее направление рассуждений. Полученные результаты обсуждаются с позиций их адекватности или эффективности в рассмотренной ситуации.

Методические рекомендации по выполнению самостоятельной работы

Организация самостоятельной работы обучающихся ориентируется на активные методы овладения знаниями, развитие творческих способностей, переход от поточного к индивидуализированному обучению с учетом потребностей и возможностей обучающегося.

Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной литературой, материалами периодических изданий и Интернета является наиболее эффективным методом получения дополнительных знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала. Все новые понятия по изучаемой теме необходимо выучить наизусть и внести в глоссарий, который целесообразно вести с самого начала изучения курса.

Самостоятельная работа реализуется:

- непосредственно в процессе аудиторных занятий;
- на лекциях, практических занятиях;
- в контакте с преподавателем вне рамок расписания;
- на консультациях по учебным вопросам, в ходе творческих контактов, при ликвидации задолженностей, при выполнении индивидуальных заданий и т.д.;
- в библиотеке, дома, на кафедре при выполнении обучающимся учебных и практических задач.

Эффективным средством осуществления обучающимся самостоятельной работы является электронная информационно-образовательная среда университета, которая обеспечивает доступ к учебным планам, рабочим программам дисциплин (модулей), практик, к изданиям электронных библиотечных систем.

10. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств представлен в приложении № 1.

Приложение 1 к рабочей программе дисциплины
Б1.О.02.01 «Математика»

Фонд оценочных средств
по дисциплине
Б1.О.02.01 «Математика»

Код и направление подготовки (специальность)	04.03.01 Химия
Направленность (профиль)	Аналитическая химия
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Очная
Год начала подготовки	2023
Институт / факультет	Химико-технологический факультет (ХТФ)
Выпускающая кафедра	кафедра "Аналитическая и физическая химия"
Кафедра-разработчик	кафедра "Прикладная математика и информатика"
Объем дисциплины, ч. / з.е.	576 / 16
Форма контроля (промежуточная аттестация)	Экзамен

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Наименование категории (группы) компетенций	Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения (знать, уметь, владеть, соотнесенные с индикаторами достижения компетенции)
Общепрофессиональные компетенции			
Общепрофессиональные навыки	ОПК-3 Способен применять расчетно-теоретические методы для изучения свойств веществ и процессов с их участием с использованием современной вычислительной техники	ОПК-3.1 Применяет теоретические и полуэмпирические модели при решении задач химической направленности	Владеть инструментарием для решения задач математического моделирование в своей предметной области.
Физико-математическая и компьютерная грамотность при решении задач профессиональной деятельности	ОПК-4 Способен планировать работы химической направленности, обрабатывать и интерпретировать полученные результаты с использованием теоретических знаний и практических навыков решения математических и физических задач	ОПК-4.1 Использует базовые знания в области математики и физики при планировании работ химической направленности	Знать фундаментальные основы математического анализа; алгоритмы решения базовых задач основанные на применении дифференциального и интегрального исчислений, теорию рядов, теории дифференциальных уравнений, теорию функций комплексных переменных, теории вероятностей и математической статистики
		ОПК-4.2 Обрабатывает данные с использованием стандартных способов аппроксимации численных характеристик	Уметь использовать стандартные способы аппроксимации численных характеристик, группировать выборочные данные, определять точечные и интервальные оценки параметров распределения.
Универсальные компетенции			
Системное и критическое мышление	УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие	Знать общие характеристики математических методов и средств, используемых на различных этапах решения поставленных задач задачи

		УК-1.2 Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи	Уметь составить перечень элементов информации, необходимых для решения задачи; обосновать актуальность использования представленных элементов информации; ранжировать элементы информации по степени важности для решения задачи
		УК-1.5 Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки	Уметь выделять из предложенных вариантов те, которые могут быть использованы для решения поставленной задачи с обоснованием непригодности остальных вариантов, рассмотреть достоинства и недостатки каждого из выбранных вариантов; выбрать оптимальный вариант решения с обоснованием выбора

Матрица соответствия оценочных средств запланированным результатам обучения

Код индикатора достижения компетенции	Результаты обучения	Оценочные средства	Текущий контроль успеваемости	Промежуточная аттестация
Линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия				
ОПК-3.1 Применяет теоретические и полуэмпирические модели при решении задач химической направленности	**Владеть** инструментарием для решения задач математического моделирование в своей предметной области.	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
ОПК-4.1 Использует базовые знания в области математики и физики при планировании работ химической направленности	**Знать** фундаментальные основы математического анализа; алгоритмы решения базовых задач основанные на применении дифференциального и интегрального исчислений, теорию рядов, теории дифференциальных уравнений, теорию функций комплексных переменных, теории вероятностей и математической статистики	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
		Вопросы и задачи к экзамену	Нет	Да
		Контрольная работа	Да	Нет
		колликвиум, вопросы	Да	Да
ОПК-4.2 Обрабатывает данные с использованием стандартных способов аппроксимации численных характеристик	**Уметь** использовать стандартные способы аппроксимации численных характеристик, группировать выборочные данные, определять точечные и интервальные оценки параметров распределения.	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да

УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие	**Знать** общие характеристики математических методов и средств, используемых на различных этапах решения поставленных задач задачи	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
		Вопросы и задачи к экзамену	Нет	Да
		Контрольная работа	Да	Нет
		колликвиум, вопросы	Да	Да
УК-1.2 Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи	**Уметь** составить перечень элементов информации, необходимых для решения задачи; обосновать актуальность использования представленных элементов информации; ранжировать элементы информации по степени важности для решения задачи	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
		Контрольная работа	Да	Нет
УК-1.5 Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки	**Уметь** выделять из предложенных вариантов те, которые могут быть использованы для решения поставленной задачи с обоснованием непригодности остальных вариантов, рассмотреть достоинства и недостатки каждого из выбранных вариантов; выбрать оптимальный вариант решения с обоснованием выбора	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
		Контрольная работа	Да	Нет
Введение в математический анализ				
ОПК-3.1 Применяет теоретические и полуэмпирические модели при решении задач химической направленности	**Владеть** инструментарием для решения задач математического моделирование в своей предметной области.	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
ОПК-4.1 Использует базовые знания в области математики и физики при планировании работ химической направленности	**Знать** фундаментальные основы математического анализа; алгоритмы решения базовых задач основанные на применении дифференциального и интегрального исчислений, теорию рядов, теории дифференциальных уравнений, теорию функций комплексных переменных, теории вероятностей и математической статистики	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
		Вопросы и задачи к экзамену	Нет	Да
ОПК-4.2 Обрабатывает данные с использованием стандартных способов аппроксимации численных характеристик	**Уметь** использовать стандартные способы аппроксимации численных характеристик, группировать выборочные данные, определять точечные и интервальные оценки параметров распределения.	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие	**Знать** общие характеристики математических методов и средств, используемых на различных этапах решения поставленных задач задачи	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
		Вопросы и задачи к экзамену	Нет	Да
УК-1.2 Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи	**Уметь** составить перечень элементов информации, необходимых для решения задачи; обосновать актуальность использования представленных элементов информации; ранжировать элементы информации по степени важности для решения задачи	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да

УК-1.5 Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки	**Уметь** выделять из предложенных вариантов те, которые могут быть использованы для решения поставленной задачи с обоснованием непригодности остальных вариантов, рассмотреть достоинства и недостатки каждого из выбранных вариантов; выбрать оптимальный вариант решения с обоснованием выбора	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
Дифференциальное исчисление				
ОПК-3.1 Применяет теоретические и полуэмпирические модели при решении задач химической направленности	**Владеть** инструментарием для решения задач математического моделирование в своей предметной области.	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
ОПК-4.1 Использует базовые знания в области математики и физики при планировании работ химической направленности	**Знать** фундаментальные основы математического анализа; алгоритмы решения базовых задач основанные на применении дифференциального и интегрального исчислений, теорию рядов, теории дифференциальных уравнений, теорию функций комплексных переменных, теории вероятностей и математической статистики	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
		Вопросы и задачи к экзамену	Нет	Да
		Контрольная работа	Да	Нет
ОПК-4.2 Обрабатывает данные с использованием стандартных способов аппроксимации численных характеристик	**Уметь** использовать стандартные способы аппроксимации численных характеристик, группировать выборочные данные, определять точечные и интервальные оценки параметров распределения.	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие	**Знать** общие характеристики математических методов и средств, используемых на различных этапах решения поставленных задач задачи	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
		Вопросы и задачи к экзамену	Нет	Да
		Контрольная работа	Да	Нет
УК-1.2 Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи	**Уметь** составить перечень элементов информации, необходимых для решения задачи; обосновать актуальность использования представленных элементов информации; ранжировать элементы информации по степени важности для решения задачи	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
		Контрольная работа	Да	Нет
УК-1.5 Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки	**Уметь** выделять из предложенных вариантов те, которые могут быть использованы для решения поставленной задачи с обоснованием непригодности остальных вариантов, рассмотреть достоинства и недостатки каждого из выбранных вариантов; выбрать оптимальный вариант решения с обоснованием выбора	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
		Контрольная работа	Да	Нет
Интегральное исчисление				

ОПК-3.1 Применяет теоретические и полуэмпирические модели при решении задач химической направленности	**Владеть** инструментарием для решения задач математического моделирование в своей предметной области.	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
ОПК-4.1 Использует базовые знания в области математики и физики при планировании работ химической направленности	**Знать** фундаментальные основы математического анализа; алгоритмы решения базовых задач основанные на применении дифференциального и интегрального исчислений, теорию рядов, теории дифференциальных уравнений, теорию функций комплексных переменных, теории вероятностей и математической статистики	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
		Вопросы и задачи к экзамену	Нет	Да
		Контрольная работа	Да	Нет
		колликвиум, вопросы	Да	Да
ОПК-4.2 Обрабатывает данные с использованием стандартных способов аппроксимации численных характеристик	**Уметь** использовать стандартные способы аппроксимации численных характеристик, группировать выборочные данные, определять точечные и интервальные оценки параметров распределения.	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие	**Знать** общие характеристики математических методов и средств, используемых на различных этапах решения поставленных задач задачи	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
		Вопросы и задачи к экзамену	Нет	Да
		Контрольная работа	Да	Нет
		колликвиум, вопросы	Да	Да
УК-1.2 Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи	**Уметь** составить перечень элементов информации, необходимых для решения задачи; обосновать актуальность использования представленных элементов информации; ранжировать элементы информации по степени важности для решения задачи	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
		Контрольная работа	Да	Нет
УК-1.5 Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки	**Уметь** выделять из предложенных вариантов те, которые могут быть использованы для решения поставленной задачи с обоснованием непригодности остальных вариантов, рассмотреть достоинства и недостатки каждого из выбранных вариантов; выбрать оптимальный вариант решения с обоснованием выбора	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
		Контрольная работа	Да	Нет
Дифференциальные уравнения				
ОПК-3.1 Применяет теоретические и полуэмпирические модели при решении задач химической направленности	**Владеть** инструментарием для решения задач математического моделирование в своей предметной области.	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да

ОПК-4.1 Использует базовые знания в области математики и физики при планировании работ химической направленности	**Знать** фундаментальные основы математического анализа; алгоритмы решения базовых задач основанные на применении дифференциального и интегрального исчислений, теорию рядов, теории дифференциальных уравнений, теорию функций комплексных переменных, теории вероятностей и математической статистики	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
		Вопросы и задачи к экзамену	Нет	Да
		Контрольная работа	Да	Нет
ОПК-4.2 Обрабатывает данные с использованием стандартных способов аппроксимации численных характеристик	**Уметь** использовать стандартные способы аппроксимации численных характеристик, группировать выборочные данные, определять точечные и интервальные оценки параметров распределения.	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие	**Знать** общие характеристики математических методов и средств, используемых на различных этапах решения поставленных задач задачи	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
		Вопросы и задачи к экзамену	Нет	Да
		Контрольная работа	Да	Нет
УК-1.2 Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи	**Уметь** составить перечень элементов информации, необходимых для решения задачи; обосновать актуальность использования представленных элементов информации; ранжировать элементы информации по степени важности для решения задачи	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
		Контрольная работа	Да	Нет
УК-1.5 Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки	**Уметь** выделять из предложенных вариантов те, которые могут быть использованы для решения поставленной задачи с обоснованием непригодности остальных вариантов, рассмотреть достоинства и недостатки каждого из выбранных вариантов; выбрать оптимальный вариант решения с обоснованием выбора	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
		Контрольная работа	Да	Нет
Ряды				
ОПК-3.1 Применяет теоретические и полуэмпирические модели при решении задач химической направленности	**Владеть** инструментарием для решения задач математического моделирование в своей предметной области.	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
ОПК-4.1 Использует базовые знания в области математики и физики при планировании работ химической направленности	**Знать** фундаментальные основы математического анализа; алгоритмы решения базовых задач основанные на применении дифференциального и интегрального исчислений, теорию рядов, теории дифференциальных уравнений, теорию функций комплексных переменных, теории вероятностей и математической статистики	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
		Вопросы и задачи к экзамену	Нет	Да
		Контрольная работа	Да	Нет

ОПК-4.2 Обрабатывает данные с использованием стандартных способов аппроксимации численных характеристик	**Уметь** использовать стандартные способы аппроксимации численных характеристик, группировать выборочные данные, определять точечные и интервальные оценки параметров распределения.	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие	**Знать** общие характеристики математических методов и средств, используемых на различных этапах решения поставленных задач задачи	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
		Вопросы и задачи к экзамену	Нет	Да
		Контрольная работа	Да	Нет
УК-1.2 Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи	**Уметь** составить перечень элементов информации, необходимых для решения задачи; обосновать актуальность использования представленных элементов информации; ранжировать элементы информации по степени важности для решения задачи	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
		Контрольная работа	Да	Нет
УК-1.5 Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки	**Уметь** выделять из предложенных вариантов те, которые могут быть использованы для решения поставленной задачи с обоснованием непригодности остальных вариантов, рассмотреть достоинства и недостатки каждого из выбранных вариантов; выбрать оптимальный вариант решения с обоснованием выбора	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
		Контрольная работа	Да	Нет
Теория функций комплексного переменного				
ОПК-3.1 Применяет теоретические и полуэмпирические модели при решении задач химической направленности	**Владеть** инструментарием для решения задач математического моделирование в своей предметной области.	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
ОПК-4.1 Использует базовые знания в области математики и физики при планировании работ химической направленности	**Знать** фундаментальные основы математического анализа; алгоритмы решения базовых задач основанные на применении дифференциального и интегрального исчислений, теорию рядов, теории дифференциальных уравнений, теорию функций комплексных переменных, теории вероятностей и математической статистики	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
		Вопросы и задачи к экзамену	Нет	Да
		Контрольная работа	Да	Нет
ОПК-4.2 Обрабатывает данные с использованием стандартных способов аппроксимации численных характеристик	**Уметь** использовать стандартные способы аппроксимации численных характеристик, группировать выборочные данные, определять точечные и интервальные оценки параметров распределения.	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да

УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие	**Знать** общие характеристики математических методов и средств, используемых на различных этапах решения поставленных задач задачи	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
		Вопросы и задачи к экзамену	Нет	Да
		Контрольная работа	Да	Нет
УК-1.2 Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи	**Уметь** составить перечень элементов информации, необходимых для решения задачи; обосновать актуальность использования представленных элементов информации; ранжировать элементы информации по степени важности для решения задачи	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
		Контрольная работа	Да	Нет
УК-1.5 Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки	**Уметь** выделять из предложенных вариантов те, которые могут быть использованы для решения поставленной задачи с обоснованием непригодности остальных вариантов, рассмотреть достоинства и недостатки каждого из выбранных вариантов; выбрать оптимальный вариант решения с обоснованием выбора	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
		Контрольная работа	Да	Нет
Элементы функционального анализа				
ОПК-3.1 Применяет теоретические и полуэмпирические модели при решении задач химической направленности	**Владеть** инструментарием для решения задач математического моделирование в своей предметной области.	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
ОПК-4.1 Использует базовые знания в области математики и физики при планировании работ химической направленности	**Знать** фундаментальные основы математического анализа; алгоритмы решения базовых задач основанные на применении дифференциального и интегрального исчислений, теорию рядов, теории дифференциальных уравнений, теорию функций комплексных переменных, теории вероятностей и математической статистики	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
		Вопросы и задачи к экзамену	Нет	Да
ОПК-4.2 Обрабатывает данные с использованием стандартных способов аппроксимации численных характеристик	**Уметь** использовать стандартные способы аппроксимации численных характеристик, группировать выборочные данные, определять точечные и интервальные оценки параметров распределения.	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие	**Знать** общие характеристики математических методов и средств, используемых на различных этапах решения поставленных задач задачи	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
		Вопросы и задачи к экзамену	Нет	Да
УК-1.2 Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи	**Уметь** составить перечень элементов информации, необходимых для решения задачи; обосновать актуальность использования представленных элементов информации; ранжировать элементы информации по степени важности для решения задачи	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да

УК-1.5 Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки	**Уметь** выделять из предложенных вариантов те, которые могут быть использованы для решения поставленной задачи с обоснованием непригодности остальных вариантов, рассмотреть достоинства и недостатки каждого из выбранных вариантов; выбрать оптимальный вариант решения с обоснованием выбора	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
Теория вероятностей и математическая статистика				
ОПК-3.1 Применяет теоретические и полуэмпирические модели при решении задач химической направленности	**Владеть** инструментарием для решения задач математического моделирование в своей предметной области.	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
ОПК-4.1 Использует базовые знания в области математики и физики при планировании работ химической направленности	**Знать** фундаментальные основы математического анализа; алгоритмы решения базовых задач основанные на применении дифференциального и интегрального исчислений, теорию рядов, теории дифференциальных уравнений, теорию функций комплексных переменных, теории вероятностей и математической статистики	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
		Вопросы и задачи к экзамену	Нет	Да
		Контрольная работа	Да	Нет
ОПК-4.2 Обрабатывает данные с использованием стандартных способов аппроксимации численных характеристик	**Уметь** использовать стандартные способы аппроксимации численных характеристик, группировать выборочные данные, определять точечные и интервальные оценки параметров распределения.	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие	**Знать** общие характеристики математических методов и средств, используемых на различных этапах решения поставленных задач задачи	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
		Вопросы и задачи к экзамену	Нет	Да
		Контрольная работа	Да	Нет
УК-1.2 Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи	**Уметь** составить перечень элементов информации, необходимых для решения задачи; обосновать актуальность использования представленных элементов информации; ранжировать элементы информации по степени важности для решения задачи	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
		Контрольная работа	Да	Нет
УК-1.5 Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки	**Уметь** выделять из предложенных вариантов те, которые могут быть использованы для решения поставленной задачи с обоснованием непригодности остальных вариантов, рассмотреть достоинства и недостатки каждого из выбранных вариантов; выбрать оптимальный вариант решения с обоснованием выбора	Выполнение расчетно-графических работ	Да	Да
		Контрольная работа	Да	Нет

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие процесс формирования компетенций в ходе освоения образовательной программы.

Формы текущего контроля успеваемости

Учебной программой дисциплины предусмотрено самостоятельное изучение следующих тем:

- «Элементы теории множеств»
- «Элементы математической логики»
- «Разложение многочлена на множители»
- «Разложение рациональной дроби на простейшие»
- «Приложение определенного интеграла»
- «Приближенные методы Эйлера и Рунге-Кутта решения дифференциальных уравнений»

Для поиска материалов по темам для самостоятельного изучения студент использует учебники, дополнительную литературу, ресурсы сети Интернет и проч.

Самостоятельное изучение материала предполагает написание конспектов. Оценивание конспектов производится по системе зачёт/незачёт.

Задания практических занятий

Предполагается, что к каждому практическому занятию (ПЗ) студенты готовятся по следующей схеме: изучение основных положений темы, разобранной на лекциях; поиск дополнительного материала по учебникам, дополнительной литературе, ресурсам сети Интернет и проч.; изучение алгоритмов решений типовых задач; выполнение предложенных домашние задания.

Работа с дополнительной учебной и научной литературой включает в себя составление плана текста; конспектирование; самостоятельную проверку представленных математических утверждений, работу со справочниками; конспектирование научных статей заданной тематики.

Выполнение заданий ПЗ производится во время аудиторных ПЗ и оценивается по пятибалльной шкале.

Пример заданий ПЗ с разработкой.

ПЗ №3 (1 семестр). Векторы. Скалярное произведение векторов (с разработкой занятия).

1. Линейные операции над векторами.
2. Вычисление скалярного произведения векторов.
3. Применение скалярно произведения векторов к расчётам в физике и геометрии.

Линейные операции над векторами. Теоретические сведения

Вектором называется направленный отрезок $\overrightarrow{AB}$ (рис. 1).

Рис. 1

Вектор характеризуется следующими элементами:

1) *начальной точкой* («точкой приложения» - точка A);
2) *направлением*;
3) *длиной* («модулем вектора» - длина отрезка AB ($|\boldsymbol{a}| = |\overrightarrow{AB}|$)).

Вектор, начало и конец которого совпадают, называется *нулевым вектором* и обозначается $\boldsymbol{\theta}$. Его направление не определено.

Радиус-вектором точки M называется вектор $\overrightarrow{OM}$, идущий от начала координат к данной точке M.

Векторы называют одинаково направленными (или сонаправленными), если они расположены на параллельных прямых и направлены в одну сторону. Векторы считаются *равными*, если они имеют одинаковые длины и одинаковые направления.

Вектор, длина которого равна единице, называется *единичным вектором*, или *ортом.* Единичный вектор, сонаправленный с данным вектором $\boldsymbol{a}$, называется *ортом вектора* $\boldsymbol{a}$ и обозначается $\boldsymbol{a}^0$.

Векторы $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$, лежащие на параллельных прямых или на одной и той же прямой, называются *коллинеарными* ($\boldsymbol{a} \parallel \boldsymbol{b}$).

Три или большее количество векторов называются *компланарными*, если они параллельны одной и той же плоскости (в частности лежат в одной плоскости). Нулевой вектор считается компланарным любой системе компланарных между собой векторов.

Линейной комбинацией векторов $\boldsymbol{e}_1$, $\boldsymbol{e}_2$, $\boldsymbol{e}_3$ называется вектор, равный сумме произведений этих векторов на некоторые действительные числа λ_1, λ_2, λ_3: $\boldsymbol{a} = \lambda_1\boldsymbol{e}_1 + \lambda_2\boldsymbol{e}_2 + \lambda_3\boldsymbol{e}_3$

Базисом на плоскости называется любая пара неколлинеарных векторов $\boldsymbol{e}_1$, $\boldsymbol{e}_2$, лежащих в этой плоскости.

Базис позволяет представить вектор в виде линейной комбинации базисных векторов: $\boldsymbol{a} = \lambda_1\boldsymbol{e}_1 + \lambda_2\boldsymbol{e}_2$.

Данное равенство называют *разложением вектора* $\boldsymbol{a}$ *по базису* $\boldsymbol{e}_1$, $\boldsymbol{e}_2$, а числа λ_1, λ_2 - *координатами* вектора $\boldsymbol{a}$ в базисе $\boldsymbol{e}_1$, $\boldsymbol{e}_2$.

Можно доказать, что такое разложение является единственным, т.е. числа λ_1, λ_2 определяются однозначно.

Базисом в пространстве называется совокупность любых трех некомпланарных векторов $\boldsymbol{e}_1$, $\boldsymbol{e}_2$, $\boldsymbol{e}_3$.

Замечание. Три вектора $\boldsymbol{e}_1 = (e_{11}; e_{12}; e_{13})$, $\boldsymbol{e}_2 = (e_{21}; e_{22}; e_{23})$ и $\boldsymbol{e}_3 = (e_{31}; e_{32}; e_{33})$ образуют базис пространства, если определитель, составленный из их координат, отличен от нуля:

$$\begin{vmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{12} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \end{vmatrix} \neq 0.$$

Базис в пространстве обладает свойством, аналогичным свойству базиса на плоскости: любой вектор $\boldsymbol{a}$ пространства можно представить в виде линейной комбинации базисных векторов $\boldsymbol{e}_1$, $\boldsymbol{e}_2$, $\boldsymbol{e}_3$ и притом единственным образом: $\boldsymbol{a} = \lambda_1\boldsymbol{e}_1 + \lambda_2\boldsymbol{e}_2 + \lambda_3\boldsymbol{e}_3$.

Данное равенство называют *разложением вектора* $\boldsymbol{a}$ *по базису* $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2, \vec{e}_3$ а числа λ_1, λ_2, λ_3 - *координатами* вектора $\boldsymbol{a}$ в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2, \vec{e}_3$.

Если заранее ясно, о каком базисе идет речь, то пишут кратко: $\boldsymbol{a} = (\lambda_1; \lambda_2; \lambda_3)$.

Базис $\boldsymbol{e}_1$, $\boldsymbol{e}_2$, $\boldsymbol{e}_3$ называется *ортонормированным,* если векторы $\boldsymbol{e}_1$, $\boldsymbol{e}_2$, $\boldsymbol{e}_3$ попарно перпендикулярны и имеют единичную длину. В этом случае приняты обозначения $\boldsymbol{e}_1 = \boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{e}_2 = \boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{e}_3 = \boldsymbol{k}$.

Вектор $\boldsymbol{a}$ в прямоугольной декартовой системе координат, может быть представлен в виде

$$\boldsymbol{a} = a_x\boldsymbol{i} + a_y\boldsymbol{j} + a_z\boldsymbol{k}. \qquad (1)$$

Такое представление вектора $\boldsymbol{a}$ называется его *разложением по осям координат*, или *разложением по ортам* $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$.

Или,

$$\boldsymbol{a} = (a_x; a_y; a_z). \qquad (2)$$

Если точка $A(x_1; y_1; z_1)$ - начало вектора, а $B(x_2; y_2; z_2)$ - его конец, то координаты вектора $\boldsymbol{a} = \overrightarrow{AB}$ равны разностям соответствующих координат точек A и B:

$$\boldsymbol{a} = \overrightarrow{AB}(x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1). \qquad (3)$$

Длина(модуль) вектора $\boldsymbol{a}$ определяется по формуле

$$|\boldsymbol{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}. \qquad (4)$$

Линейными называют операции сложения, вычитания векторов и умножения вектора на число:

а) *суммой двух векторов* $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ называется вектор $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$, соединяющий начало вектора $\boldsymbol{a}$ с концом вектора $\boldsymbol{b}$ при условии, что вектор $\boldsymbol{b}$ приложен к концу вектора $\boldsymbol{a}$.

Для геометрического представления суммы векторов используют правила «треугольника» и «параллелограмма», представленные на рис. 2 и 3 соответственно.

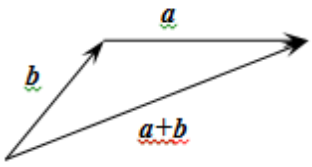

Рис. 2

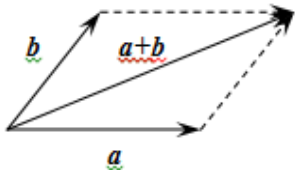

Рис. 3

Суммой нескольких векторов является вектор, соединяющий начало первого слагаемого вектора с концом последнего при условии, что начало каждого последующего вектора совмещено с концом предыдущего– правило«многоугольника».

Если при сложении нескольких векторов конец последнего вектора совпадает с началом первого вектора, то суммой векторов будет являться нулевой вектор $\boldsymbol{\theta}$.

Правило сложения векторов обладает следующими свойствами:

1. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}$ (*переместительное свойство);*
2. $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$ *(сочетательное свойство);*
3. *существует нулевой вектор* $\boldsymbol{\theta}$ *такой, что* $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{\theta}=\boldsymbol{a}$ *для любого вектора* $\boldsymbol{a}$;
4. *для каждого вектора* $\boldsymbol{a}$ *существует противоположный ему вектор* $(-\boldsymbol{a})$ *такой, что* $\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{a})=\boldsymbol{\theta}$;

б) *разностью* $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ *вектора* $\boldsymbol{a}$ *и вектора* $\boldsymbol{b}$ называется такой вектор $\boldsymbol{c}$, который в сумме с вектором $\boldsymbol{b}$ дает вектор $\boldsymbol{a}$.

Из данного определения и из правила треугольника сложения векторов вытекает следующее *правило построения разности* $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$: разность $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ приведенных к общему началу векторов $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ представляет собой вектор, идущий из конца вычитаемого вектора $\boldsymbol{b}$ в конец уменьшаемого вектора $\boldsymbol{a}$. Таким образом, вектор $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ является второй диагональю параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ (6.первую диагональ образует сумма $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$), и направлен от конца вектора $\boldsymbol{b}$ к концу вектора $\boldsymbol{a}$;

в) *произведением вектора* $\boldsymbol{a}$ *на вещественное число* λ называется вектор $\boldsymbol{b}$, коллинеарный вектору $\boldsymbol{a}$, имеющий длину, равную $|\boldsymbol{b}|=|\lambda||\boldsymbol{a}|$, и имеющий направление, совпадающее с направлением вектора $\boldsymbol{a}$ (в случае $\lambda>0$) и противоположное направлению вектора $\boldsymbol{a}$ (в случае $\lambda<0$).

В случае, когда $\lambda=0$ или $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{\theta}$, произведение $\lambda\boldsymbol{a}$ представляет собой нулевой вектор, направление которого неопределенно.

Геометрический смысл операции умножения вектора на число можно выразить так: при умножении вектора $\boldsymbol{a}$ на число λ происходит «растяжение» вектора $\boldsymbol{a}$ в λ раз (при $\lambda>1$) или сжатие в λ раз (при $0<\lambda<1$). При отрицательном λ, кроме растяжения (при $|\lambda|>1$) или сжатия (при $|\lambda|<1$), происходит еще изменение направления вектора на противоположное.

Операция умножения вектора на число обладает следующими свойствами:

1. $\lambda(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=\lambda\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b}$ (*распределительное свойство числового сомножителя относительно суммы векторов);*
2. $(\lambda+\mu)\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{a}$ (*распределительное свойство векторного сомножителя относительно суммы чисел);*
3. $\lambda(\mu\boldsymbol{a})=(\lambda\mu)\boldsymbol{a}$ (*сочетательное свойство числовых сомножителей)*;
4. $1\cdot\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}$.

Проекцией вектора $\boldsymbol{a}=\overrightarrow{AB}$ на ось l называется алгебраическая величина отрезка A_1B_1, где A_1, B_1 - проекции точек A и B на данную ось (т.е. длина отрезка A_1B_1, взятая со знаком «+», когда направление отрезка совпадает с положительным направлением оси l, и со знаком «-» - в противном случае).

Если φ - угол между вектором $\boldsymbol{a}$ и осью l, то

$$np_l\vec{a}=|\vec{a}|\cos\varphi. \qquad (5)$$

Свойства проекции вектора на ось l:

1) $np_l(\boldsymbol{a}_1+\boldsymbol{a}_2+...+\boldsymbol{a}_n)=np_l\boldsymbol{a}_1+np_l\boldsymbol{a}_2+...+np_l\boldsymbol{a}_n$;

2) $np_l(\lambda\boldsymbol{a})=\lambda np_l\boldsymbol{a}$.

Действия с векторами в координатной форме:

а) сумма (разность) векторов $\boldsymbol{a}=(a_x;a_y;a_z)$ и $\boldsymbol{b}=(b_x;b_y;b_z)$ определяется по формуле

$$\boldsymbol{a}\pm\boldsymbol{b}=(a_x\pm b_x;a_y\pm b_y;a_z\pm b_z). \qquad (6)$$

б) произведение вектора $\vec{a}$ на число λ определяется формулой:

$$\lambda\boldsymbol{a}=(\lambda a_x;\lambda a_y;\lambda a_z). \qquad (7)$$

Условие коллинеарности векторов $\boldsymbol{a}=(a_x;a_y;a_z)$ *и* $\boldsymbol{b}=(b_x;b_y;b_z)$:

$$\frac{a_x}{b_x}=\frac{a_y}{b_y}=\frac{a_z}{b_z}. \qquad (8)$$

Направляющие косинусы вектора $\boldsymbol{a}$ (6.косинусы углов α,β,γ, образованных вектором $\boldsymbol{a}$ с осями координат Ox, Oy, Oz) определяются по формулам

$$\cos\alpha=\frac{a_x}{|\vec{a}|};\cos\beta=\frac{a_y}{|\vec{a}|};\cos\gamma=\frac{a_z}{|\vec{a}|}. \qquad (9)$$

Направляющие косинусы связаны между собой соотношением

$$\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1. \qquad (10)$$

Единичный вектор $\boldsymbol{a}^0$ (6.*орт* вектора $\boldsymbol{a}$ имеет координаты

$$\boldsymbol{a}^0=\left(\frac{a_x}{|\boldsymbol{a}|};\frac{a_y}{|\boldsymbol{a}|};\frac{a_z}{|\boldsymbol{a}|}\right) \qquad (11)$$

или

$$\boldsymbol{a}^0=(\cos\alpha;\cos\beta;\cos\gamma). \qquad (12)$$

Нахождение единичного вектора того же направления, что и данный вектор $\boldsymbol{a}$, называется *нормированием* вектора $\boldsymbol{a}$.

Практические задания

Задача 1. Точка M - середина отрезка AB, O - произвольная точка пространства. Доказать равенство

$$\overrightarrow{OM}=\frac{\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}}{2}. \qquad (*)$$

Решение

Согласно условию задачи имеем $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{MB}$ (рис. 4). Но $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OM}$. Следовательно, $\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OM}$, $2\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OM}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right)$.

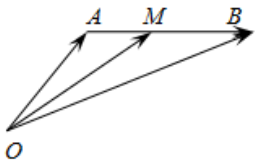

Рис. 4

Задача 2. Доказать, что для точки K пересечения медиан треугольника ABC выполняется равенство

$$\overrightarrow{OK}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}\right), \qquad (**)$$

где O - произвольная точка пространства.

Решение

Пусть M - середина стороны AB треугольника ABC (рис. 5). Согласно $(*)$ имеем

$$\overrightarrow{OM}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right)$$

Известно, что $\overrightarrow{CK}=2\overrightarrow{KM}$. Это значит, что $\overrightarrow{OK}-\overrightarrow{OC}=2\left(\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{OK}\right)$, $3\overrightarrow{OK}=2\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{OC}$. Отсюда $3\overrightarrow{OK}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OK}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}\right)$.

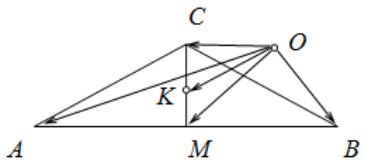

Рис. 5

Задача 3. Доказать, что отрезки, соединяющие вершины тетраэдра с точками пересечения медиан противоположных граней, пересекаются в одной точке, которая делит каждый из этих отрезков в отношении 3:1, считая от вершины (рис. 6).

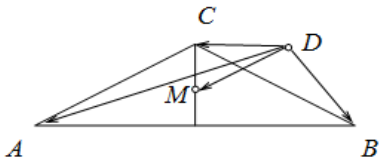

Рис. 6

Решение

Пусть M - точка пересечения медиан грани ABC тетраэдра. Тогда согласно $(**)$ имеем

$$\overrightarrow{OM}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}\right).$$

Разделим отрезок DM точкой K в отношении 3:1, т.е. положим $\overrightarrow{DK}=3\overrightarrow{KM}$. Тогда $\overrightarrow{OK}-\overrightarrow{OD}=3\left(\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{OK}\right)$, $4\overrightarrow{OK}=\overrightarrow{OD}+3\dfrac{\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}}{3}$. Откуда

$$\overrightarrow{OK}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}\right). \qquad (***)$$

Если бы мы разделили в отношении 3:1 точкой K_1 отрезок AP, соединяющий вершину A тетраэдра с точкой пересечения медиан грани BCD, то получили бы $\overrightarrow{OK_1}-\overrightarrow{OA}=3\left(\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OK_1}\right)$, $4\overrightarrow{OK_1}=\overrightarrow{OA}+3\dfrac{\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}}{3}$ и $\overrightarrow{OK_1}=\dfrac{1}{4}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}\right)$.

Аналогично можно проверить истинность соотношения $(***)$ для оставшихся двух вершин с точками деления K_2 и K_3. Итак, точки K, K_1, K_2, K_3 совпадают.

Задача 4. В равностороннем треугольнике ABC (рис. 7) M есть середина стороны BC, O - центр тяжести треугольника. Имеет ли смысл каждое из выражений: 1) $\overrightarrow{AO}:\overrightarrow{AM}$, 2) $\overrightarrow{MO}:\overrightarrow{AO}$, 3) $\overrightarrow{OA}:\overrightarrow{OB}$? В случае утвердительного ответа найти значение соответствующего выражения.

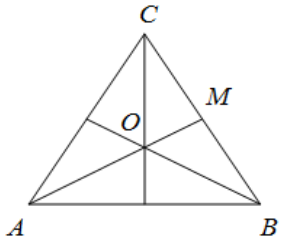

Рис. 7

Решение

Так как векторы $\overrightarrow{AO}$ и $\overrightarrow{AM}$ коллинеарны, то отношение $\overrightarrow{AO}:\overrightarrow{AM}$ имеет смысл. Найдем значение этого отношения. Поскольку центр тяжести треугольника совпадает с точкой пересечения его медиан и эта точка делит каждую медиану в отношении 2:1 (считая от вершины), то

$$\left|\overrightarrow{AM}\right|=3\left|\overrightarrow{OM}\right|,\ \left|\overrightarrow{AO}\right|=2\left|\overrightarrow{OM}\right|,\text{следовательно, }\overrightarrow{AO}:\overrightarrow{AM}=\frac{2\left|\overrightarrow{OM}\right|}{3\left|\overrightarrow{OM}\right|}=\frac{2}{3}.$$

Отношение $\overrightarrow{MO}:\overrightarrow{AO}$ также имеет смысл, ибо векторы $\overrightarrow{MO}$ и $\overrightarrow{AO}$ коллинеарны. Так как эти векторы противоположно направлены, то

$$\overrightarrow{MO}:\overrightarrow{AO}=-\frac{\left|\overrightarrow{MO}\right|}{\left|\overrightarrow{AO}\right|}=-\frac{1}{2}.$$

Отношение $\overrightarrow{OA}:\overrightarrow{OB}$ смысла не имеет, ибо векторы $\overrightarrow{OA}$ и $\overrightarrow{OB}$ неколлинеарны.

Задача 5. Показать, что $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}| \le |\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|$. В каком случае в этом соотношении имеет место знак равенства?

Решение

Если векторы $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ не коллинеарны, то, построив их сумму, получим треугольник, длины сторон которого соответственно равны $|\boldsymbol{a}|$, $|\boldsymbol{b}|$ и $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$. Неравенство $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}| \le |\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|$ вытекает из того, что в треугольнике одна сторона меньше суммы двух других.

Равенство $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}| = |\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|$ имеет место тогда и только тогда, когда векторы $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ одинаково направлены.

Задача 6. Проверить, что векторы $\boldsymbol{a}=(-1;3)$ и $\boldsymbol{b}=(2;2)$ на плоскости неколлинеарны, и разложить вектор $\boldsymbol{c}=(7;-5)$ по базису $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$.

Решение

Проверим для векторов $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ условие коллинеарности.

Так как $-\frac{1}{2} \ne \frac{3}{2}$, то векторы $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ неколлинеарны. Следовательно, они образуют базис на плоскости.

Пусть $\boldsymbol{c} = x\boldsymbol{a} + y\boldsymbol{b}$. Если рассматривать данное равенство в координатной форме, то получим систему двух линейных уравнений с двумя неизвестными:

$$\begin{cases} -x+2y=7; \\ 3x+2y=-5. \end{cases}$$

Решив ее, находим $x=-3$, $y=2$. Итак, $\boldsymbol{c}=-3\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$.

Ответ: $\boldsymbol{c}=-3\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$

Задача 7. Даны точки $A(2;-1;-3)$ и $B(1;5;3)$. Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BA}$.

Решение

По формуле (3) находим координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BA}$:

$\overrightarrow{AB}=(1-2;5-(-1);3-(-3))=(-1;6;6)$; $\overrightarrow{BA}=(2-1;-1-5;-3-3)=(1;-6;-6)$.

Задача 8. Даны векторы $\boldsymbol{a}=(1;-2;3)$, $\boldsymbol{b}=(2;1;-4)$. Найти векторы $\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{d}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{p}=3\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{q}=5\boldsymbol{a}-4\boldsymbol{b}$.

Решение

По формуле (6) находим координаты векторов $\boldsymbol{c}=(c_x;c_y;c_z)$ и $\boldsymbol{d}=(d_x;d_y;d_z)$:

$$c_x=a_x+b_x=1+2=3;\ c_y=a_y+b_y=-2+1=-1;$$
$$c_z=a_z+b_z=3+(-4)=-1;\boldsymbol{c}=(3;-1;-1).$$
$$d_x=a_x-b_x=1-2=-1;\ d_y=a_y-b_y=-2-1=-3;$$
$$d_z=a_z-b_z=3-(-4)=7;\boldsymbol{d}=(-1;-3;7).$$

По формулам (6) и (7) находим координаты векторов $\boldsymbol{p}=(p_x;p_y;p_z)$ и $\boldsymbol{q}=(q_x;q_y;q_z)$:

$p_x=3a_x+2b_x=3\cdot1+2\cdot2=7$; $p_y=3a_y+2b_y=3\cdot(-2)+2\cdot1=-4$;

$p_z=3a_z+2b_z=3\cdot3+2\cdot(-4)=1$; $\boldsymbol{p}=(7;-4;1)$.

$q_x=5a_x-4b_x=5\cdot1-4\cdot2=-3$; $q_y=5a_y-4b_y=5\cdot(-2)-4\cdot1=-14$;

$q_z=5a_z-4b_z=5\cdot3-4\cdot(-4)=31$; $\boldsymbol{q}=(-3;-14;31)$.

Ответ: $\boldsymbol{c}=(3;-1;-1)$; $\boldsymbol{d}=(-1;-3;7)$.; $\boldsymbol{p}=(7;-4;1)$; $\boldsymbol{q}=(-3;-14;31)$.

Задача 9. Найти длины диагоналей параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a}=3\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}-\boldsymbol{k}$ и $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{i}-\boldsymbol{j}-2\boldsymbol{k}$.

Решение

Так как одна из диагоналей параллелограмма является суммой векторов, на которых он построен, а другая - их разностью, то найдём длины его диагоналей, как модули векторов $\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{d}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ (по формуле (1)).

Координаты векторов $\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{d}$ находим по формуле (6): $\boldsymbol{c}=(3+1;1-1;-1-2)=(4;0;-3)$; $\boldsymbol{d}=(3-1;1-(-1);-1-(-2))=(2;2;1)$;

$|\boldsymbol{c}|=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5$; $|\boldsymbol{d}|=\sqrt{4+4+1}=\sqrt{9}=3$.

Ответ: 5; 3.

Задача 10. Определить, при каких значениях α и β векторы $\boldsymbol{a}=\alpha\boldsymbol{i}-3\boldsymbol{j}+4\boldsymbol{k}$ и $\boldsymbol{b}=-2\boldsymbol{i}+\beta\boldsymbol{j}-8\boldsymbol{k}$ коллинеарны?

Решение

Из условия коллинеарности векторов (см. формулу (8)) следует: $\frac{\alpha}{-2}=\frac{-3}{\beta}=\frac{4}{-8}=-\frac{1}{2}\Rightarrow\alpha=1;\beta=6.$

Ответ: $\alpha=1;\beta=6$.

Задача 11. Найти длину вектора $\boldsymbol{a}=(2;-2;1)$ и его направляющие косинусы.

Решение

По формуле (4) находим длину вектора $\boldsymbol{a}$: $|\boldsymbol{a}|=\sqrt{4+4+1}=\sqrt{9}=3$.По формуле (6.9) найдем направляющие косинусы вектора $\boldsymbol{a}$: $\cos\alpha=\frac{2}{3};\cos\beta=-\frac{2}{3};\cos\gamma=\frac{1}{3}$.

Ответ: $|\boldsymbol{a}|=3$; $\cos\alpha=\frac{2}{3};\cos\beta=-\frac{2}{3};\cos\gamma=\frac{1}{3}$.

Задача 12. Вектор $\boldsymbol{a}$ составляет с осью ординат и осью аппликат углы в 60°. Найти острый угол между вектором $\boldsymbol{a}$ и осью абсцисс.

Решение

Воспользуемся формулой (10). В данном случае $\beta=\gamma=60^\circ$, поэтому $\cos\beta=\cos\gamma=\frac{1}{2}$. Подставляя эти значения в формулу (10), получим: $\cos^2\alpha+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=1$ или $\cos^2\alpha=\frac{1}{2}$, откуда $\cos\alpha=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\cos\alpha_1=\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\cos\alpha_2=-\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Таким образом, $\alpha_1=45^\circ$, $\alpha_2=135^\circ$, но α_2 не удовлетворяет условию задачи. Следовательно, $\alpha=45^\circ$.

Ответ: $\alpha=45^\circ$.

Задача 13. Найти единичный вектор $\boldsymbol{a}^0$ для вектора $\boldsymbol{a}=\{3;4;-12\}$.

Решение

Воспользуемся формулой (11):

$|\boldsymbol{a}|=\sqrt{3^2+4^2+(-12)^2}=\sqrt{169}=13$. $\boldsymbol{a}^0=\left(\frac{3}{13};\frac{4}{13};-\frac{12}{13}\right)$.

Ответ: $\boldsymbol{a}^0=\left(\frac{3}{13};\frac{4}{13};-\frac{12}{13}\right)$.

Задача 14. Найти проекцию суммы $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}-2\boldsymbol{d}$ на ось l, если $|\boldsymbol{a}|=5$, $|\boldsymbol{b}|=6$, $|\boldsymbol{c}|=8$, $|\boldsymbol{d}|=12$, а углы между и l равны 0, $\frac{2\pi}{3}$, π, $\frac{\pi}{3}$.

Решение

$$np_l(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}-2\boldsymbol{d})=np_l\boldsymbol{a}+np_l\boldsymbol{b}+np_l\boldsymbol{c}-2np_l\boldsymbol{d}=|\boldsymbol{a}|\cos(\boldsymbol{a};l)+|\boldsymbol{b}|\cos(\boldsymbol{b};l)+|\boldsymbol{c}|\cos(\boldsymbol{c};l)-$$

$$-2|\boldsymbol{d}|\cos(\boldsymbol{d};l)=5\cos 0+6\cos\frac{2\pi}{3}+8\cos\pi-2\cdot 12\cos\frac{\pi}{3}=5+6\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)-8-24\cdot\frac{1}{2}=-18.$$

Ответ: -18.

Задача 15. Даны проекции силы F на координатные оси: $X=4$, $Y=4$, $Z=-4\sqrt{2}$. Найти величину силы $\boldsymbol{F}$ и направление ее действия.

Решение

Вектор $\overrightarrow{AB} = \boldsymbol{F}$ по условию имеет координаты $X = 4$, $Y = 4$, $Z = -4\sqrt{2}$. Величина силы F равна модулю вектора $\vec{F}$, который можно вычислить по формуле (4):

$$|\boldsymbol{F}| = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} = \sqrt{4^2 + 4^2 + (-4\sqrt{2})^2} = 8.$$

Направляющие косинусы вектора $\boldsymbol{F}$ определим по формуле (9):

$$\cos\alpha = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}; \cos\beta = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}; \cos\gamma = \frac{-4\sqrt{2}}{8} = \frac{-\sqrt{2}}{2}.$$

Следовательно, сила $\boldsymbol{F} = 8$ действует в направлении вектора, образующего с координатными осями углы $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $\gamma = 135^\circ$.

Ответ:8.

Вычисление скалярного произведения векторов. Теоретические сведения

Скалярное произведение векторов $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ - это число, определяемое по формуле

$$\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = |\boldsymbol{a}| \cdot |\boldsymbol{b}| \cos\varphi, \tag{13}$$

где φ - угол между векторами $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$.

Формула (6.13) может быть записана в виде

$$\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = |\boldsymbol{a}| \cdot np_{\boldsymbol{a}}\boldsymbol{b} = |\boldsymbol{b}| \cdot np_{\boldsymbol{b}}\boldsymbol{a} \tag{14}$$

(так как $|\boldsymbol{b}| \cos\varphi = np_{\boldsymbol{a}}\boldsymbol{b}$, а $|\boldsymbol{a}| \cos\varphi = np_{\boldsymbol{b}}\boldsymbol{a}$).

Скалярное произведение векторов $\boldsymbol{a} = (a_x; a_y; a_z)$ и $\boldsymbol{b} = (b_x; b_y; b_z)$, *заданных координатами* вычисляется по формуле

$$\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z. \tag{15}$$

Свойства скалярного произведения:

1) $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = \boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{a}$;

2) $(\lambda \boldsymbol{a}) \cdot \boldsymbol{b} = \boldsymbol{a} \cdot (\lambda \boldsymbol{b}) = \lambda(\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b})$;

3) $\boldsymbol{a} \cdot (\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}) = \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} + \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{c}$;

4) $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{a} = |\boldsymbol{a}|^2$ (6.*скалярный квадрат* вектора $\boldsymbol{a}$), в частности $\boldsymbol{i}^2 = \boldsymbol{j}^2 = \boldsymbol{k}^2$;

5) $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = 0 \Leftrightarrow$ 1) $\boldsymbol{a} \perp \boldsymbol{b}$; 2) $\boldsymbol{a} = 0$ или $\boldsymbol{b} = 0$, в частности $\boldsymbol{i} \cdot \boldsymbol{j} = \boldsymbol{j} \cdot \boldsymbol{k} = \boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{i} = 0$.

Условие ортогональности ненулевых векторов $\boldsymbol{a} = (a_x; a_y; a_z)$ *и* $\boldsymbol{b} = (b_x; b_y; b_z)$:

$$\boldsymbol{a} \perp \boldsymbol{b} \Leftrightarrow \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = 0. \tag{16}$$

Практические задания

Задача 16. Векторы $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ образуют угол $\varphi = \frac{\pi}{3}$. Зная, что $|\boldsymbol{a}| = 8$, $|\boldsymbol{b}| = 5$, найти скалярное произведение этих векторов.

Решение

По определению скалярного произведения (см. формулу (13)) находим:

$$\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = |\boldsymbol{a}| \cdot |\boldsymbol{b}| \cos\varphi = 8 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} = 20.$$

Ответ:20.

Задача 17. Даны два вектора: $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{i} - 2\boldsymbol{j} + 2\boldsymbol{k}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{i} - 2\boldsymbol{j} - \boldsymbol{k}$. Найти скалярное произведение этих векторов и угол между ними.

Решение

По формуле (12) находим: $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = 1 \cdot 2 + (-2) \cdot (-2) + 2 \cdot (-1) = 4$.

Так как $|\boldsymbol{a}| = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2} = 3$ и $|\boldsymbol{b}| = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + (-1)^2} = 3$, то по формуле (17) получим: $\cos(\widehat{\boldsymbol{a};\boldsymbol{b}}) = \frac{4}{3 \cdot 3} = \frac{4}{9} \Rightarrow (\widehat{\boldsymbol{a};\boldsymbol{b}}) = \arccos\left(\frac{4}{9}\right)$.

Ответ: $\arccos\left(\frac{4}{9}\right)$.

Задача 18. При каком значении λ векторы $\boldsymbol{a}=4\boldsymbol{i}+\lambda\boldsymbol{j}+5\boldsymbol{k}$ и $\boldsymbol{b}=\lambda\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}-6\boldsymbol{k}$ взаимно перпендикулярны?

Решение

Условие перпендикулярности (16) в данном случае запишется так: $4\lambda+2\lambda+5\cdot(-6)=0$ или $6\lambda-30=0$, откуда $\lambda=5$.

Ответ: $\lambda=5$.

Задача 19. Найти вектор $\boldsymbol{x}$, коллинеарный вектору $\boldsymbol{a}=(1;2;-3)$ и удовлетворяющий условию $\boldsymbol{x}\cdot\boldsymbol{a}=28$.

Решение

Принимая во внимание условие коллинеарности двух векторов (8), заключаем, что $\boldsymbol{x}=(\lambda;2\lambda;-3\lambda)$, где λ – пока неизвестный коэффициент. Так как $\boldsymbol{x}\cdot\boldsymbol{a}=28$, то в соответствии с формулой (6.9) находим: $1\cdot\lambda+2\cdot2\lambda+(-3)\cdot(-3\lambda)=28$ или $14\lambda=28$, откуда $\lambda=2\Rightarrow\boldsymbol{x}=(2;4;-6)$.

Ответ: $\boldsymbol{x}=(2;4;-6)$.

Применение скалярного произведения векторов к расчётам в физике и геометрии. Теоретические сведения

а) *угол между векторами* $\boldsymbol{a}=(a_x;a_y;a_z)$ и $\boldsymbol{b}=(b_x;b_y;b_z)$:

$$\cos\varphi=\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{b}|}=\frac{a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z}{\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}\cdot\sqrt{b_x^2+b_y^2+b_z^2}}; \qquad (17)$$

б)*проекция вектора* $\boldsymbol{a}=(a_x;a_y;a_z)$ на направление, заданное вектором $\boldsymbol{b}=(b_x;b_y;b_z)$:

$$np_{\boldsymbol{b}}\boldsymbol{a}=\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{b}|}=\frac{a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z}{\sqrt{b_x^2+b_y^2+b_z^2}}; \qquad (18)$$

в) *работа постоянной силы* $\boldsymbol{F}$ при прямолинейном перемещении материальной точки из положения A в положение B вычисляется по формуле

$$A=\boldsymbol{F}\cdot\overrightarrow{AB}. \qquad (19)$$

Практические задания

Задача 20. Вычислить, какую работу производит сила $\boldsymbol{F}=(2;-1;-4)$, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается из положения $M(1;-2;3)$ в положение $N(5;-6;1)$?

Решение

Найдем вектор $\overrightarrow{MN}$ по формуле (6.3): $\overrightarrow{MN}=(4;-4;-2)$. С помощью формулы (18) находим: $A=\boldsymbol{F}\cdot\overrightarrow{MN}=2\cdot4+(-1)(-4)+(-4)(-2)=20$ (ед. работы).

Ответ:A = 20 (ед. работы).

Задача 21. Даны силы $\boldsymbol{M}=(3;-4;2)$, $\boldsymbol{N}=(2;3;-5)$ и $\boldsymbol{P}=(-3;-2;4)$, приложенные к одной точке. Вычислить, какую работу производит равнодействующая этих сил, когда ее точка приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается из положения $M_1(5;3;-7)$ в положение $M_2(4;-1;-4)$?

Решение

Найдем координаты вектора по формуле (6.3): $\overrightarrow{M_1M_2}=(-1;-4;3)$ и равнодействующую сил $\boldsymbol{M}$, $\boldsymbol{N}$ и $\boldsymbol{P}$ (по формуле (6)): $\boldsymbol{M}+\boldsymbol{N}+\boldsymbol{P}=(3+2-3;-4+3-2;2-5+4)=(2;-3;1)$.

Тогда по формуле (19) находим работу, которую производит равнодействующая этих сил: $A=2\cdot(-1)+(-3)(-4)+1\cdot3=13$ (ед. работы).

Ответ:A = 13 (ед. работы).

Задача 22. Дан треугольник с вершинами $A(-3;5;6)$, $B(1;-5;7)$, $C(8;-3;-1)$. Найти внутренний угол при вершине A и внешний угол при вершине C.

Решение

Внутренний угол треугольника при вершине A равен углу между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$, а внешний угол при вершине C равен углу между векторами $\overrightarrow{CB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

По формуле (6) находим координаты указанных векторов: $\overrightarrow{AB}=(4;-10;1)$, $\overrightarrow{AC}=(11;-8;-7)$, $\overrightarrow{CB}=(-7;-2;8)$.

С помощью формулы (17) находим косинусы углов: $\cos\angle A=\cos(\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}})=\dfrac{4\cdot 11+(-10)(-8)+1\cdot(-7)}{\sqrt{4^2+(-10)^2+1^2}\cdot\sqrt{11^2+(-8)^2+(-7)^2}}=\dfrac{117}{\sqrt{117}\cdot\sqrt{234}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$;

$$\cos\angle C=\cos(\widehat{\overrightarrow{CB};\overrightarrow{AC}})=\frac{(-7)\cdot 11+(-2)(-8)+8(-7)}{\sqrt{(-7)^2+(-2)^2+8^2}\cdot\sqrt{11^2+(-8)^2+(-7)^2}}=\frac{-117}{\sqrt{117}\cdot\sqrt{234}}=-\frac{1}{\sqrt{2}}$$

Следовательно, $\angle A=45^\circ$, $\angle C=135^\circ$.

Ответ: $\angle A=45^\circ$, $\angle C=135^\circ$.

Задача 23. Показать, что четырехугольник с вершинами $A(-5;3;4)$, $B(-1;-7;5)$, $C(6;-5;-3)$, $D(2;5;-4)$ есть квадрат.

Решение

По формуле (3) находим векторы: $\overrightarrow{AB}=(4;-10;1)$, $\overrightarrow{BC}=(7;2;-8)$, $\overrightarrow{DC}=(4;-10;1)$, $\overrightarrow{AD}=(7;2;-8)$. Сравнивая координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{AD}$, заключаем, что $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}$.

Так как $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{4^2+(-10)^2+1^2}=\sqrt{117}$; $\left|\overrightarrow{BC}\right|=\sqrt{7^2+2^2+(-8)^2}=\sqrt{117}$, то $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{BC}\right|=\left|\overrightarrow{DC}\right|=\left|\overrightarrow{AD}\right|$.

Поскольку $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=4\cdot 7+(-10)\cdot 2+1\cdot(-8)=0$, то $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{BC}$.

Следовательно, четырехугольник $ABCD$ - квадрат.

Задача 24. Даны три вектора: $\boldsymbol{a}=(2;-1;3)$, $\boldsymbol{b}=(4;3;-5)$, $\boldsymbol{c}=(7;-2;-6)$. Найти вектор $\boldsymbol{x}$, удовлетворяющий условиям $\boldsymbol{x}\cdot\boldsymbol{a}=8$, $\boldsymbol{x}\cdot\boldsymbol{b}=0$, $\boldsymbol{x}\cdot\boldsymbol{c}=10$.

Решение

Пусть искомый вектор $\boldsymbol{x}$ имеет координаты $\boldsymbol{x}=(x;y;z)$. Тогда пользуясь формулой (18) составим систему трех уравнений с тремя неизвестными:

$$\begin{cases}2x-y+3z=8;\\4x+3y-5z=0;\\7x-2y-6z=10.\end{cases}$$

Решим данную систему методом Крамера:

$$\Delta=\begin{vmatrix}2&-1&3\\4&3&-5\\7&-2&-6\end{vmatrix}=2\cdot 3\cdot(-6)+4\cdot(-2)\cdot 3+(-1)\cdot(-5)\cdot 7-7\cdot 3\cdot 3-4\cdot(-1)\cdot(-6)-(-2)\cdot(-5)\cdot 2=$$

$$=-36-24+35-63-24-20=-132;$$

$$\Delta_x=\begin{vmatrix}8&-1&3\\0&3&-5\\10&-2&-6\end{vmatrix}=8\cdot 3\cdot(-6)+0\cdot(-2)\cdot 3+(-1)\cdot(-5)\cdot 10-10\cdot 3\cdot 3-0\cdot(-1)\cdot(-6)-(-2)\cdot(-5)\cdot 8=$$

$$=-144+50-90-80=-264;$$

$$\Delta_y=\begin{vmatrix}2&8&3\\4&0&-5\\7&10&-6\end{vmatrix}=2\cdot 0\cdot(-6)+4\cdot 10\cdot 3+8\cdot(-5)\cdot 7-7\cdot 0\cdot 3-4\cdot 8\cdot(-6)-10\cdot(-5)\cdot 2=$$

$= 120 - 280 + 192 + 100 = 132$;

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 8 \\ 4 & 3 & 0 \\ 7 & -2 & 10 \end{vmatrix} = 2\cdot 3\cdot 10 + 4\cdot(-2)\cdot 8 + (-1)\cdot 0\cdot 7 - 7\cdot 3\cdot 8 - 4\cdot(-1)\cdot 10 - (-2)\cdot 0\cdot 2 =$$

$= 60 - 64 - 168 + 40 = -132$;

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{-264}{-132} = 2;\ y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{132}{-132} = -1;\ z = \frac{\Delta_z}{\Delta} = \frac{-132}{-132} = 1.$$

Следовательно, искомый вектор $\boldsymbol{x}$ имеет координаты $\boldsymbol{x} = (2;-1;1)$.

Ответ: $\boldsymbol{x} = (2;-1;1)$.

Домашнее задание

1. Векторное и смешанное произведение векторов.
2. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. №№ 795, 796, 802, 815, 817, 819, 820, 824, 826, 828, 837.
3. ТР № 1 «Линейная алгебра и аналитическая геометрия», задание 1.

Выполнение типовых расчётов

Каждый ТР выполняется в отдельной тетради в клетку. Поля обязательны. Решения задач выполняются ручкой с яркими синими или черными чернилами, все чертежи выполняются карандашом с использованием линейки и если необходимо циркуля.

Обязательно указывается номер каждой задачи и полностью приводится ее формулировка. При решении задач типового расчета нужно обосновать каждый этап решения, исходя из теоретических положений курса. Полезно до начала вычислений составить краткий план решения.

Решения задач следует излагать подробно, вычисления располагать в строгом порядке, отделяя вспомогательные вычисления от основных. Решение каждой задачи ТР должно доводиться до ответа, требуемого условием, и по возможности в общем виде с выводом формулы. Затем в полученную формулу подставляют числовые значения.

ТР сдается на проверку преподавателю строго в установленный срок. Самостоятельность выполнения ТР проверяется на его защите у преподавателя (на собеседовании с преподавателем), который вправе предложить решить задачи аналогичного типа или задать вопросы по любым задачам из данного ТР.

ТР засчитывается преподавателем по результатам защиты в ходе очной встречи при условии, что правильно решены все задачи на этапе самостоятельной работы.

Выполнение заданий ТР производится внеаудиторно в часы, предназначенные для самостоятельной подготовки студента, а также, отдельные задания ТР могут быть разобраны на аудиторных ПЗ.

Оценка ТР производится по системе зачёт/незачёт

ТР №2 «Интегрирование»

Задание 1. Найти неопределенные интегралы:

а) $\int \cos^5 x \sin^2 x dx$;

б) $\int \frac{(3x+5)dx}{\sqrt{9+2x-x^2}}$;

в) $\int \frac{9x^2-14x+1}{x^3-2x^2-x+2}dx$;

г) $\int \ln(\cos x)\sin 2x dx$;

д) $\int \frac{dx}{(5-3\cos x)^2}$;

е) $\int \sqrt{4x+x^2}dx$.

Задание 2. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int_4^9 \frac{\sqrt{x}dx}{\sqrt{x}-1}$;

б) $\int_{-3}^3 \frac{x^2 \sin x dx}{x^2+1}$;

в) $\int_0^2 \frac{\sin 2x}{1+\cos^2 x}dx$.

Задание 3. Исследовать сходимость несобственных интегралов:

а) $\int_0^1 \frac{\sqrt{x}dx}{\sqrt{1-x^4}}$;

б) $\int_4^\infty \frac{dx}{x\ln^3 x}$.

Задание 4. Найти двустороннюю оценку интеграла $\int_0^1 e^{x^2}dx$.

Задание 5. Найти площадь фигуры, ограниченной параболой $y = x^2 - 3x$ и прямой $3x + y - 4 = 0$.

Задание 6. Определить длину дуги кривой $y^2 = 2px$, отсеченной прямой $x = \frac{p}{2}$.

Задание 7. Решить задачу, применяя методы интегрального исчисления.

7a. Нефтяной, химико-технологический, пищевой профили. Найдите давление бензина, находящегося в цилиндрическом баке высотой $h = 3{,}5$ м и радиусом $r = 1{,}5$ м, на его стенки, если плотность бензина $\gamma = 900$ кг/м³.

7b. Электротехнический профиль. По катушке с индуктивностью $L = 60$ Гн течет постоянный ток $I = 5$ А. Найти энергию W магнитного поля катушки.

7c. Теплоэнергетический профиль. Вычислить работу, которую нужно затратить, чтобы выкачать воду из вертикальной цилиндрической бочки, имеющей радиус основания R и высоту H.

7d. Экономический профиль. Найти объём продукции, произведенной за 4 года, если функция Кобба-Дугласа имеет вид $(1+t)e^{2t}$.

7e. Механический профиль. Стержень AB вращается в горизонтальной плоскости вокруг оси OO' с угловой скоростью $\omega = 10\pi$ с⁻¹. Поперечное сечение стержня $S = 4$ см², длина его $l = 20$ см, плотность материала, из которого он изготовлен, $\gamma = 7{,}8 \cdot 10^3$ кг/м³. Найти кинетическую энергию стержня.

Задание 8. Вычислить площадь области, ограниченной кривой $\begin{cases} x = e^t \cos^2 t, \\ y = e^t \sin^2 t, \end{cases}$, если $0 \le t \le 2\pi$.

Задание 9. Пластина D задана ограничивающими ее прямыми. μ – поверхностная плотность. Найти массу пластины. $D: \{x = 1; y = 0; y^2 = 4x; y \ge 0; \mu = 7x^2 + y\}$.

Задание 10. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $y = 16\sqrt{2x}$; $y = \sqrt{2x}$; $z = 0$; $x + z = 2$.

Решение задания 5 из ТР №4

Искомая фигура изображена на рис. 8:

$$\begin{cases} y = x^2 - 3x \\ y = -3x + 4 \end{cases} \Rightarrow x^2 - 3x = -3x + 4 \Rightarrow$$

$$x_1 = -2;\ x_2 = 2.$$

Так как фигура частично расположена ниже оси OX, совершим параллельный перенос системы координат с центром в точке $O_1(-3{,}0)$ по формулам

$$\begin{cases} x_1 = x + 3 \\ y_1 = y. \end{cases}$$

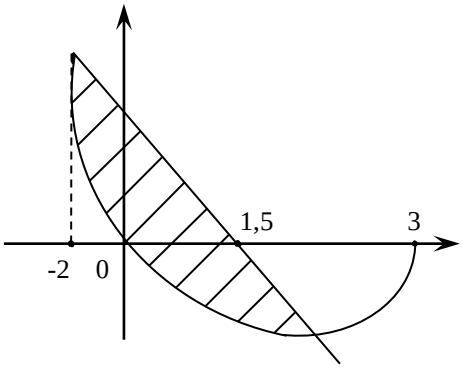

Рис. 8

Тогда уравнения данных кривых примут вид $y_1 = (x_1 - 3)^2 - 3(x_1 - 3)$; $y_2 = -3(x_1 - 3) + 4$.

Искомая площадь: $S = \int_{x_1}^{x_2} [f_2(x) - f_1(x)]dx = \int_1^5 \left\{-3(x_1 - 3) + 4 - \left[(x_1 - 3)^2 - 3(x_1 - 3)\right]\right\} dx_1 =$

$$= \int_1^5 \left[4 - (x_1 - 3)^2\right] dx_1 = \left[4x_1 - \frac{(x_1 - 3)^3}{3}\right]_1^5 = \frac{32}{3} \text{ кв. ед.}$$

Контролирующие тесты (КТ)

Подготовка к контролирующим тестам (КТ) по разделам предполагает проработку теоретического материала по данному разделу дисциплины, закрепление умений и навыков решения задач, полученных при выполнении практических заданий и типовых расчётов.

КТ проводятся на одном из практических занятий и оцениваются по пятибалльной шкале.

Пример контролирующего теста №4 по теме «Операционное исчисление»

КТ №4 «Операционное исчисление»						
№	Задания	1	2	3	4	5
1	Какие из указанных функций являются оригиналами? А) $\sqrt{t}$ Б) $\operatorname{tg} 3t$ В) e^{t^4}. (Здесь и далее считать $f(t)=0$ при $t<0$.)	А,Б	А,Б,В	А,В	А	В
2	Найти изображение для оригинала	$\frac{p^2-64}{(p^2+64)^2}$ $\frac{p^2-64}{(p^2+64)^2}$	$\frac{16p}{(p^2+64)^2}$ $\frac{16p}{(p^2+64)^2}$ $\frac{16p}{(p^2+64)^2}$ $\frac{16p}{(p^2+64)^2}$.	$\frac{8}{p^2(p^2-64)}$ $\frac{8}{p^2(p^2-64)}$	$\frac{16p}{(p^2-64)^2}$ $\frac{16p}{(p^2-64)^2}$	$\frac{p^2+64}{(p^2-64)^2}$ $\frac{p^2+64}{(p^2-64)^2}$
3	Найти изображение для оригинала	$\ln\frac{p}{p+8}$ $\ln\frac{p}{p+8}$	$\ln\frac{p+8}{p}$ $\ln\frac{p+8}{p}$	$\ln\frac{p-8}{p}$ $\ln\frac{p-8}{p}$	$\ln\sqrt{\frac{p}{p+8}}$ $\ln\sqrt{\frac{p}{p+8}}$	$\ln\frac{p}{p-8}$ $\ln\frac{p}{p-8}$
4	Найти оригинал для изображения	$\frac{1}{3}\sin(3t-18)$ $\frac{1}{3}\sin(3t-18)$	$\frac{1}{3}\sin(3t-6)$ $\frac{1}{3}\sin(3t-6)$	$\cos(3t-6)$ $\cos(3t-6)$	$\cos(3t-18)$ $\cos(3t-18)$	$\sin(3t-18)$ $\sin(3t-18)$
5	Найти оригинал для изображения	$\frac{t^3e^{7t}}{3!}$ $\frac{t^3e^{7t}}{3!}$	$\frac{t^6e^{-3t}}{6!}$ $\frac{t^6e^{-3t}}{6!}$	$\frac{t^3e^{3t}}{3!}$ $\frac{t^3e^{3t}}{3!}$	$\frac{t^6e^{3t}}{6!}$ $\frac{t^6e^{3t}}{6!}$	$\frac{t^7e^{-3t}}{7!}$ $\frac{t^7e^{-3t}}{7!}$
6	Найти свертку функций	$\frac{2}{3}(\cos t-\cos 2t)$ $\frac{2}{3}(\cos t-\cos 2t)$	$\frac{1}{2}(\cos t-\cos 2t)$ $\frac{1}{2}(\cos t-\cos 2t)$	$\frac{1}{3}(\cos t-\cos 2t)$ $\frac{1}{3}(\cos t-\cos 2t)$	$\frac{2}{3}(\cos 2t-\cos t)$ $\frac{2}{3}(\cos 2t-\cos t)$	$\frac{1}{3}(\cos 2t-\cos t)$ $\frac{1}{3}(\cos 2t-\cos t)$
7	Найти изображение свертки функций	$\frac{240e^{12p}}{p^9}$ $\frac{240e^{12p}}{p^9}$	$\frac{120e^{-12p}}{p^7}$ $\frac{120e^{-12p}}{p^7}$	$\frac{240e^{-12p}}{p^7}$ $\frac{240e^{-12p}}{p^7}$	$\frac{240e^{-12p}}{p^9}$ $\frac{240e^{-12p}}{p^9}$	$\frac{24e^{12p}}{p^9}$ $\frac{24e^{12p}}{p^9}$
8	Решить дифференциальное уравнение	$\frac{t^4}{24}$ $\frac{t^4}{24}$	$\frac{t^4}{6}$ $\frac{t^4}{6}$	$\frac{t^5}{120}$ $\frac{t^5}{120}$	$\frac{t^4}{12}$ $\frac{t^4}{12}$	$\frac{t^4}{3}$ $\frac{t^4}{3}$
9	Решить интегральное уравнение	$-2\sin 2t-2\sin 2t$	$-4\cos 2t-4\cos 2t$	$\cos 2t\cos 2t$	$2\sin t2\sin t$	$4\cos t4\cos t$
10	Решить интегро-дифференциальное уравнение	$2\sin t2\sin t$	$sht+\sin tsht+\sin t$	$sh2tsh2t$	$\sin 2t\sin 2t$	$2sht2sht$
11	Решить разностное уравнение	$\frac{1}{3}((-7)^n-1)$ $\frac{1}{3}((-7)^n-1)$	$3(7^n-1)3(7^n-1)$	$3(1-7^n)3(1-7^n)$	$3((-7)^n-1)3((-7)^n-1)$	$\frac{1}{3}(7^n-1)$ $\frac{1}{3}(7^n-1)$

Формы промежуточной аттестации

Основными этапами формирования указанных компетенций в рамках дисциплины выступает последовательное изучение содержательно связанных между собой разделов (тем) учебных занятий. Промежуточной аттестацией является зачет в первом семестре и экзамен во втором, которые проходят в письменной форме, с последующей беседой по билету.

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЗАЧЕТУ

Первый семестр

1. Определители 2-го и 3-го порядка. Их основные свойства.
2. Минор и алгебраическое дополнение. Разложение определителя по элементам строки или столбца. 3. Понятие об определителе n-го порядка. Его вычисление.
4. Системы линейных уравнений. Формулы Крамера.
5. Матрицы, их виды. Операции над матрицами и их свойства.
6. Обратная матрица. Ее вычисление.
7. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы.
8. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.
9. Метод Гаусса.
10. Векторы. Линейные операции над векторами и их свойства.
11. Орты, декартова система координат. Разложение вектора по ортам.
12. Скалярное произведение векторов. Его свойства и вычисление в декартовых координатах. Условие ортогональности векторов.
13. Векторное произведение векторов. Его свойства и вычисление в декартовых координатах. Условие коллинеарности векторов.
14. Смешанное произведение векторов. Его свойства и вычисление в декартовых координатах. Условие компланарности трех векторов.
15. Уравнение плоскости в нормальной, векторной и координатной форме.
16. 0бщее уравнение плоскости. Понятие гиперплоскости.
17. Условие параллельности и перпендикулярности плоскостей.
18. Векторное, каноническое и параметрическое уравнение прямой. Прямая как линия пересечения двух плоскостей.
19. Определение метрического пространства. Примеры.
20. Предел отображения. Предел последовательности, предел функции одной и многих переменных. Предел в бесконечно удаленной точке.
21. Бесконечно малые, бесконечно большие, ограниченные и отделимые от нуля величины. Их основные свойства. Основные свойства пределов.
22. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших. Эквивалентные бесконечно малые и бесконечно большие. Их свойства. Таблица эквивалентных бесконечно малых.
23. Первый и второй замечательные пределы. Их следствия.

24. Непрерывность отображения. Непрерывность числовой функции одной и многих переменных.
25. Односторонние пределы. Точки разрыва и их классификация. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
26. Дифференциал отображения. Дифференциал и производная числовой функции одной переменной. Таблица производных.
27. Частные производные и полный дифференциал функции многих переменных. Производная и дифференциал сложной функции многих переменных. Производная неявной функции одной и многих переменных.
28. Производные и дифференциалы высших порядков для функции одной переменной. Частные производные и дифференциалы высших порядков для функции многих переменных.
29. Свойства функций, дифференцируемых на интервале: теоремы Ролля, Лагранжа, Коши. Теорема Лопиталя. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталя.
30. Формула Тейлора для функции одной переменной. Представление по формуле Тейлора основных элементарных функций. Выделение главной части БМ с помощью формулы Тейлора.
31. Приложение формулы Тейлора к исследованию функции: возрастание, убывание, экстремумы; выпуклость, вогнутость, точки перегиба. Асимптоты плоских кривых.
32. Формула Тейлора для функции многих переменных. Локальные и условные экстремумы функции многих переменных. Глобальные экстремумы функции многих переменных. Производная по направлению. Градиент.

Второй семестр
1. Неопределенный интеграл и его свойства.
2. Определенный интеграл и его свойства.
3. Интеграл по мере области.
4. Вычисление определенного интеграла. Формула и Ньютона-Лейбница.
5. Интегрирование путем замены переменной и по частям.
6. Несобственные интегралы и их свойства.
7. Применение определенного интеграла в физике и технике.
8. Ряды с положительными членами.
9. Признаки сходимости рядов с положительными членами: Даламбера, Коши-радикальный. Коши-интегральный, сравнения, необходимый признак.
10. Знакопеременные ряды. Теорема Лейбница.
11. Признаки сходимости знакочередующихся рядов.
12. Функциональные ряды. Область сходимости, равномерная сходимость.
13. Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости.
14. Ряд Тейлора. Разложение функций в ряд Тейлора.
15. Разложение элементарных функций в ряд Тейлора.
16. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Основные понятия и задача Коши.

17. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
18. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
19. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
20. Уравнения высших порядков.
21. Структура общего решения линейного однородного дифференциального уравнения.
22. Структура общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения.
23. Метод вариации произвольных постоянных для решения линейного неоднородного дифференциального уравнения.
24. Системы линейных дифференциальных уравнений.
25. Применение дифференциальных уравнений и систем в технике.
26. Понятие функции комплексного переменного. Действительная и мнимая часть функции комплексного переменного. Определение предела функции комплексного переменного. Определение непрерывной функции комплексного переменного.
27. Основные элементарные функции комплексного переменного и их свойства. Показательная, степенная функции комплексного переменного. Тригонометрические и гиперболические функции комплексного переменного.
28. Определение производной функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Теорема о дифференцируемости основных элементарных функций комплексного переменного. Обратная функция комплексного переменного. Некоторые многозначные функции комплексного переменного.
29. Определение аналитической функции комплексного переменного. Дифференциал аналитической функции.
30. Правильные и особые точки функции комплексного переменного. Гармонические функции.
31. Геометрический смысл модуля и аргумента производной функции комплексного переменного. Понятие о конформном отображении.
32. Определение интеграла от функции в комплексной плоскости вдоль кривой. Свойства интеграла от функции комплексного переменного. Определение первообразной и неопределенного интеграла от функции комплексного переменного. Формула Ньютона-Лейбница.
33. Теорема Коши об интеграле от аналитической функции по замкнутому контуру. Независимость интеграла от пути интегрирования.
34. Интегральная формула Коши. Интеграл типа Коши. Производные высших порядков от аналитической функции.
35. Числовые ряды с комплексными членами. Необходимый признак сходимости ряда. Степенные ряды. Теорема Абеля. Ряд Тейлора. Нули аналитической функции.
36. Разложение аналитической функции в ряд Лорана. Правильная и главная части ряда Лорана. Классификация изолированных особых точек аналитической функции: устранимая особая точка, полюс, существенно особая точка. Связь между нулём и полюсом функции.

37. Понятие вычета функции комплексного переменного и основная теорема о вычетах. Вычисление вычетов. Применение вычетов в вычислении интегралов: вычисление несобственных интегралов от дробно-рациональных функций. Лемма Жордана.

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЭКЗАМЕНУ

Третий семестр

1. Преобразование Лапласа и его свойства. Определение функции-оригинала. Определение изображения функции по Лапласу. Свойства преобразования Лапласа: линейность, подобие, смещение, запаздывание. Дифференцирование оригинала, дифференцирование изображения, интегрирование оригинала, интегрирование изображения, умножение изображений, умножение оригиналов.
2. Обратное преобразование Лапласа. Теоремы разложения. Формула Римана-Меллина. Применение операционного метода к решению задач.
3. Алгебра событий и их вероятностей
4. (Не)совместные события
5. Условные вероятности
6. (Не)зависимые события
7. Формула непосредственного расчета вероятности
8. (Не)полная группа событий
9. Формула полной вероятности
10. Формула Байеса
11. Априорные и апостериорные вероятности
12. Дискретные и непрерывные СВ
13. Ряд и закон распределения ДСВ
14. Плотность и функция распределения НСВ
15. Математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение СВ
16. Моменты СВ высших порядков
17. Вероятность попадания СВ в промежуток
18. Примеры ДСВ и НСВ
19. Системы СВ
20. Совместное распределение системы СВ
21. Ковариация и корреляция системы СВ
22. (Не)зависимость СВ
23. Корреляционный анализ
24. Выборочный метод мат. статистики
25. Частость, частота, гистограмма
26. Выборочные оценки мат. ожидания, дисперсии и сред. квадр. отклонения
27. (Не)смещенность, (не)эффективность и (не)состоятельность выборочных оценок

Практические задания для промежуточного контроля в форме зачета
(семестр 1)

Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$.

Вычислить произведение $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -5 \\ 4 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -5 & 0 \end{pmatrix}$ найти обратную матрицу.

Решить систему линейных уравнений $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6. \end{cases}$ с помощью обратной матрицы.

Найти орт вектора $\boldsymbol{a} = (4;3;0)$.

Векторы $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ образуют угол $\varphi = \dfrac{\pi}{6}$. Найти $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}$, если $|\boldsymbol{a}| = 3$, $|\boldsymbol{b}| = 2$.

Вычислить $|[\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}]|$, если $|\boldsymbol{a}| = 2$, $|\boldsymbol{b}| = 3$, а угол между векторами $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ равен 30^0.

Векторы $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ образуют угол $\varphi = \dfrac{\pi}{3}$. Зная, что $|\boldsymbol{b}| = 4$, $|[\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}]| = 6$, найти $|\boldsymbol{a}|$.

Вычислить смешанное произведение $\boldsymbol{abc}$, если $\boldsymbol{a} = (2;1;4)$, $\boldsymbol{b} = (5;0;1)$, $\boldsymbol{c} = (2;0;4)$.

Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(3;-2;4)$ перпендикулярно прямой $\dfrac{x+5}{4} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z-1}{1}$.

Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(1;-1;4)$ перпендикулярно плоскости $2x + 3y - 6z + 5 = 0$.

Определить вид и расположение кривой $2x^2 - y^2 - 16z - 2y + 29 = 0$.

Дан тетраэдр с вершинами $A(2;-1;3)$, $B(1;-3;5)$, $C(6;2;5)$, $D(3;-2;-5)$. Найти длину высоты, опущенной из вершины D на грань ABC.

Даны точки $M_1(0;-1;3)$ и $M_2(1;3;5)$. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку M_1 и перпендикулярной вектору $\overrightarrow{M_1M_2}$.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{2x^4 - 5x^2 + 3}{x - 3x^3 - 6x^4} =$$

$$\lim_{x\to\infty} \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{3x+2} =$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{tg}^2 3x}{e^{2x^2} - 1} =$$

Исследовать на непрерывность функцию. Найти точки разрыва и указать их характер.

$$y=\begin{cases} x^2+1, & x\le 0; \\ \dfrac{1}{x}, & -0<x\le 3; \\ 2, & x>3. \end{cases}$$

а.

Найти производные функций:

$y=\left(7x^3+5x^2-3\right)^4$; $y=7\,\mathrm{tg}\dfrac{x}{7}+\cos^2 3x$; $y=e^{\arccos x^2}$; $y=\ln\dfrac{1-e^x}{1+e^x}$.

Для функции, заданной параметрически $\begin{cases} x=t^3+3t^2 \\ y=\ln\left(t^2+4t\right) \end{cases}$, найти производные.

Продифференцировать функцию $y=x^{\sin x}$, используя правило логарифмического дифференцирования:

Для функции $z\left(x,y\right)=\dfrac{x^6}{\sqrt{y}}+x^3y^2+y$ найти z'_x и z'_y в точке $M(1;1)$.

Дана функция $z=uv^3$, где $u=-5x+3y+1$, $v=2x+4y-1$. Найти $z'_x\left(0;0\right)$.

Практические задания для промежуточного контроля в форме зачета (семестр 2)

Вычислить $\displaystyle\int_{-1}^{-2/3}\frac{dx}{\left(3x+5\right)^3}$.

Вычислить $\displaystyle\int\frac{\left(x+3\right)}{\sqrt{x^2-8x+13}}dx$.

Вычислить $\displaystyle\int_{-1}^{2}\frac{dx}{\sqrt{x-1}}$.

Вычислить $\displaystyle\int_D xdxdy$, где D ограничена линиями: $x=y^2$, $y=-1$, $x=0$.

Вычислить $\displaystyle\iint_D\frac{dxdy}{\sqrt{\left(x^2+y^2\right)^7}}$, где D – правая половина кольца $1\le x^2+y^2\le 4$.

Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка

$$x\left(1+y^2\right)dx+y\left(2-x^2\right)dy=0.$$

Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка

$$y'=\frac{y}{x}-2\sin\frac{y}{x}.$$

Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка

$$\left(xy^4+x^2+3\right)dx+\left(y^2+2x^2y^3\right)dy=0.$$

Решить задачу Коши $y'+2xy=xe^{-x^2}$, $y(1)=1$.

Решить задачу Коши: $y''+y=4e^x$, $y(0)=4$, $y'(0)=-3$.

Исследовать на сходимость числовые ряды:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+1}{3n^3+9n};\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{2^{n+1}};\ \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{3n+2}\right)^{2n};\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\ln(n+1)}{n+1}.$$

Исследовать на сходимость знакопеременные ряды: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-3)^n}{n\cdot 3^n+1}$; $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt{n+8}}$.

Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+5)^n}{n^3\cdot 6^n}$.

Практические задания для промежуточного контроля в форме экзамена (семестр 3)

Вычислить $\cos 2i$.

Решить уравнение $e^{-z}+i=0$.

Исследовать функцию $w=2x-1+2yi$ на аналитичность.

Найти аналитическую функцию $w=u+iv$, если $u=2x-y$.

Найти коэффициент растяжения и угол поворота в точке $z_0=\pi i$ при отображении $w=ie^z$

Вычислить интеграл $\int\limits_{\Gamma} xdz$, где Γ – прямая, соединяющая точки $z_1=0$ и $z_2=1+2i$.

Вычислить интеграл $\oint\limits_{|z+2|=3} \frac{z^2dz}{(z-4)(z+1)}$.

Вычислить интеграл $\oint\limits_{|z+2i|=3} \frac{dz}{z^2(z-2i)}$.

Разложить функцию $f(z)=\frac{1}{z-3}$ в ряд Тейлора по степеням z.

Разложить функцию $f(z)=\frac{1}{z-1}$ в ряд Лорана в кольце $|z|>1$.

Определить тип особой точки по разложению функции $f(z)=\frac{1+\cos z}{z^4}$ в ряд Лорана.

Вычислить интеграл $\oint\limits_{|z-3|=1} \frac{e^z dz}{(z+3)^3}$ с помощью вычета.

Вычислить интеграл $\int\limits_{0}^{+\infty} \frac{x^2+1}{x^4+1}dx$ с помощью вычета.

Вычислить интеграл $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos 2x}{x^2+9}dx$ с помощью вычета.

Найти изображение для оригинала $\frac{1-\cos 2t}{t}$.

Найти оригинал для изображения $\frac{1}{(p-2)^3}$.

Найти изображение свёртки функций $\operatorname{sh}(t-1)*t^8$.

Решить дифференциальное уравнение $y''+4y'+4y=5e^{-2t}$, $y(0)=y'(0)=0$.

Решить интегральное уравнение $\int\limits_{0}^{t} \operatorname{ch}(t-\tau)y(\tau)d\tau=t\operatorname{sh}t$.

Примерная структура билета

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Прикладная математика и информатика»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

по дисциплине «Математика»

1. Структура общего решения линейного однородного дифференциального уравнения.
2. Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости.
3. Практические задания:
   1) решить задачу Коши $y' + 2xy = xe^{-x^2}$, $y(1) = 1$;
   2) исследовать на сходимость знакопеременный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^n}{n \cdot 3^n + 1}$.

Для направления (090301 Информатика и вычислительная техника).
Семестр _2_

Составитель:
_Афанасьева О.С._____
«____» _____ 20__ года

Заведующий кафедрой
_Радченко В.П._____
«____» _____ 20__ года

Формы промежуточной аттестации

Основными этапами формирования указанных компетенций в рамках дисциплины выступает последовательное изучение содержательно связанных между собой разделов (тем) учебных занятий.

Промежуточной аттестацией является зачет в первом семестре и экзамен во втором, которые проходят в письменной форме, с последующей беседой по билету.

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЗАЧЕТУ

Первый семестр

1. Основы теории множеств. Основы математической логики.
2. Определители 2-го и 3-го порядка. Их основные свойства.
3. Минор и алгебраическое дополнение. Разложение определителя по элементам строки или столбца.
4. Понятие об определителе *n*-го порядка. Его вычисление.
5. Системы линейных уравнений. Формулы Крамера.
6. Матрицы, их виды. Операции над матрицами и их свойства.
7. Обратная матрица. Ее вычисление.
8. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы.
9. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.
10. Метод Гаусса.
11. Векторы. Линейные операции над векторами и их свойства.
12. Орты, декартова система координат. Разложение вектора по ортам.
13. Скалярное произведение векторов. Его свойства и вычисление в декартовых координатах. Условие ортогональности векторов.
14. Векторное произведение векторов. Его свойства и вычисление в декартовых координатах. Условие коллинеарности векторов.
15. Смешанное произведение векторов. Его свойства и вычисление в декартовых координатах. Условие компланарности трех векторов.
16. Уравнение плоскости в нормальной, векторной и координатной форме.
17. 0бщее уравнение плоскости. Понятие гиперплоскости.
18. Условие параллельности и перпендикулярности плоскостей.
19. Векторное, каноническое и параметрическое уравнение прямой. Прямая как линия пересечения двух плоскостей.
20. Определение метрического пространства. Примеры.
21. Предел отображения. Предел последовательности, предел функции одной и многих переменных. Предел в бесконечно удаленной точке.
22. Бесконечно малые, бесконечно большие, ограниченные и отделимые от нуля величины. Их основные свойства. Основные свойства пределов.
23. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших. Эквивалентные бесконечно малые и бесконечно большие. Их свойства. Таблица эквивалентных бесконечно малых.
24. Первый и второй замечательные пределы. Их следствия.
25. Непрерывность отображения. Непрерывность числовой функции одной и многих переменных.
26. Односторонние пределы. Точки разрыва и их классификация. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
27. Дифференциал отображения. Дифференциал и производная числовой функции одной переменной. Таблица производных.
28. Частные производные и полный дифференциал функции многих переменных.. Производная и дифференциал сложной функции многих переменных.. Производная неявной функции одной и многих переменных.
29. Производные и дифференциалы высших порядков для функции одной переменной. Частные производные и дифференциалы высших порядков для функции многих переменных.
30. Свойства функций, дифференцируемых на интервале: теоремы Ролля, Лагранжа, Коши. Теорема Лопиталя. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталя.
31. Формула Тейлора для функции одной переменной. Представление по формуле Тейлора основных элементарных функций. Выделение главной части БМ с помощью формулы Тейлора.
32. Приложение формулы Тейлора к исследованию функции: возрастание, убывание, экстремумы; выпуклость, вогнутость, точки перегиба. Асимптоты плоских кривых.
33. Формула Тейлора для функции многих переменных. Локальные и условные экстремумы функции многих переменных. Глобальные экстремумы функции многих переменных. Производная по направлению. Градиент.
34. Неопределенный интеграл и его свойства.

35. Определенный интеграл и его свойства.
36. Интеграл по мере области.
37. Вычисление определенного интеграла. Формула и Ньютона-Лейбница.
38. Интегрирование путем замены переменной и по частям.
39. Несобственные интегралы и их свойства.
40. Применение определенного интеграла в физике и технике.

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЭКЗАМЕНУ

Второй семестр

1. Ряды с положительными членами.
2. Признаки сходимости рядов с положительными членами: Даламбера, Коши- радикальный. Коши-интегральный, сравнения, необходимый признак.
3. Знакопеременные ряды. Теорема Лейбница.
4. Признаки сходимости знакочередующихся рядов.
5. Функциональные ряды. Область сходимости, равномерная сходимость.
6. Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости.
7. Ряд Тейлора. Разложение функций в ряд Тейлора.
8. Разложение элементарных функций в ряд Тейлора.
9. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Основные понятия и задача Коши.
10. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
11. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
12. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
13. Уравнения высших порядков.
14. Структура общего решения линейного однородного дифференциального уравнения.
15. Структура общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения.
16. Метод вариации произвольных постоянных для решения линейного неоднородного дифференциального уравнения.
17. Системы линейных дифференциальных уравнений.
18. Применение дифференциальных уравнений и систем в технике.
19. Понятие функции комплексного переменного. Действительная и мнимая часть функции комплексного переменного. Определение предела функции комплексного переменного. Определение непрерывной функции комплексного переменного.
20. Основные элементарные функции комплексного переменного и их свойства. Показательная, степенная функции комплексного переменного. Тригонометрические и гиперболические функции комплексного переменного.
21. Определение производной функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Теорема о дифференцируемости основных элементарных функций комплексного переменного. Обратная функция комплексного переменного. Некоторые многозначные функции комплексного переменного.
22. Определение аналитической функции комплексного переменного. Дифференциал аналитической функции.
23. Правильные и особые точки функции комплексного переменного. Гармонические функции.
24. Геометрический смысл модуля и аргумента производной функции комплексного переменного. Понятие о конформном отображении.
25. Определение интеграла от функции в комплексной плоскости вдоль кривой. Свойства интеграла от функции комплексного переменного. Определение первообразной и неопределенного интеграла от функции комплексного переменного. Формула Ньютона-Лейбница.
26. Теорема Коши об интеграле от аналитической функции по замкнутому контуру. Независимость интеграла от пути интегрирования.
27. Интегральная формула Коши. Интеграл типа Коши. Производные высших порядков от аналитической функции.
28. Числовые ряды с комплексными членами. Необходимый признак сходимости ряда. Степенные ряды. Теорема Абеля. Ряд Тейлора. Нули аналитической функции.
29. Разложение аналитической функции в ряд Лорана. Правильная и главная части ряда Лорана. Классификация изолированных особых точек аналитической функции: устранимая особая точка, полюс, существенно особая точка. Связь между нулём и полюсом функции.
30. Понятие вычета функции комплексного переменного и основная теорема о вычетах. Вычисление вычетов. Применение вычетов в вычислении интегралов: вычисление несобственных интегралов от дробно-рациональных функций. Лемма Жордана.
31. Преобразование Лапласа и его свойства. Определение функции-оригинала. Определение изображения функции по Лапласу. Свойства преобразования Лапласа: линейность, подобие, смещение, запаздывание. Дифференцирование оригинала, дифференцирование изображения,

интегрирование оригинала, интегрирование изображения, умножение изображений, умножение оригиналов.

32. Обратное преобразование Лапласа. Теоремы разложения. Формула Римана-Меллина. Применение операционного метода к решению задач.

Практические задания для промежуточного контроля в форме зачета
(семестр 1)

1. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$.

2. Вычислить произведение $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -5 \\ 4 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -5 & 0 \end{pmatrix}$ найти обратную матрицу.

4. Решить систему линейных уравнений $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6. \end{cases}$ с помощью обратной матрицы.

5. Найти орт вектора $\boldsymbol{a} = (4;3;0)$.

6. Векторы $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ образуют угол $\varphi = \dfrac{\pi}{6}$. Найти $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}$, если $|\boldsymbol{a}| = 3$, $|\boldsymbol{b}| = 2$.

7. Вычислить $|[\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}]|$, если $|\boldsymbol{a}| = 2$, $|\boldsymbol{b}| = 3$, а угол между векторами $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ равен 30^0.

8. Векторы $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ образуют угол $\varphi = \dfrac{\pi}{3}$. Зная, что $|\boldsymbol{b}| = 4$, $|[\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}]| = 6$, найти $|\boldsymbol{a}|$.

9. Вычислить смешанное произведение $\boldsymbol{abc}$, если $\boldsymbol{a} = (2;1;4)$, $\boldsymbol{b} = (5;0;1)$, $\boldsymbol{c} = (2;0;4)$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(3;-2;4)$ перпендикулярно прямой $\dfrac{x+5}{4} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z-1}{1}$.

11. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(1;-1;4)$ перпендикулярно плоскости $2x + 3y - 6z + 5 = 0$.

12. Определить вид и расположение кривой $2x^2 - y^2 - 16z - 2y + 29 = 0$.

13. Дан тетраэдр с вершинами $A(2;-1;3)$, $B(1;-3;5)$, $C(6;2;5)$, $D(3;-2;-5)$. Найти длину высоты, опущенной из вершины D на грань ABC.

14. Даны точки $M_1(0;-1;3)$ и $M_2(1;3;5)$. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку M_1 и перпендикулярной вектору $\overrightarrow{M_1M_2}$.

15. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^4 - 5x^2 + 3}{x - 3x^3 - 6x^4} =$

16. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)^{3x+2} =$

17. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{tg}^2 3x}{e^{2x^2} - 1} =$

18. Исследовать на непрерывность функцию. Найти точки разрыва и указать их характер.

$$y=\begin{cases} x^2+1, & x\le 0; \\ \dfrac{1}{x}, & -0<x\le 3; \\ 2, & x>3. \end{cases}$$

a.

19. Найти производные функций:

20. $y=\left(7x^3+5x^2-3\right)^4$; $y=7\,\mathrm{tg}\,\dfrac{x}{7}+\cos^2 3x$; $y=e^{\arccos x^2}$; $y=\ln\dfrac{1-e^x}{1+e^x}$.

21. Для функции, заданной параметрически $\begin{cases} x=t^3+3t^2 \\ y=\ln\left(t^2+4t\right) \end{cases}$, найти производные.

22. Продифференцировать функцию $y=x^{\sin x}$, используя правило логарифмического дифференцирования:

23. Для функции $z\left(x,y\right)=\dfrac{x^6}{\sqrt{y}}+x^3y^2+y$ найти z'_x и z'_y в точке $M(1;1)$.

24. Дана функция $z=uv^3$, где $u=-5x+3y+1$, $v=2x+4y-1$. Найти $z'_x\left(0;0\right)$.

25. Вычислить $\displaystyle\int_{-1}^{-2/3}\frac{dx}{\left(3x+5\right)^3}$.

26. Вычислить $\displaystyle\int\frac{\left(x+3\right)}{\sqrt{x^2-8x+13}}dx$.

27. Вычислить $\displaystyle\int_{-1}^{2}\frac{dx}{\sqrt{x-1}}$.

28. Вычислить $\displaystyle\int_D xdxdy$, где D ограничена линиями: $x=y^2$, $y=-1$, $x=0$.

29. Вычислить $\displaystyle\iint_D\frac{dxdy}{\sqrt{\left(x^2+y^2\right)^7}}$, где D – правая половина кольца $1\le x^2+y^2\le 4$.

Практические задания для промежуточного контроля в форме экзамена (семестр 2)

1. Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка
$$x\left(1+y^2\right)dx+y\left(2-x^2\right)dy=0.$$
2. Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка
$$y'=\frac{y}{x}-2\sin\frac{y}{x}.$$
3. Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка
$$\left(xy^4+x^2+3\right)dx+\left(y^2+2x^2y^3\right)dy=0.$$
4. Решить задачу Коши $y'+2xy=xe^{-x^2}$, $y\left(1\right)=1$.
5. Решить задачу Коши: $y''+y=4e^x$, $y\left(0\right)=4$, $y'\left(0\right)=-3$.
6. Исследовать на сходимость числовые ряды:
$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+1}{3n^3+9n};\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{2^{n+1}};\ \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{3n+2}\right)^{2n};\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\ln\left(n+1\right)}{n+1}.$$
7. Исследовать на сходимость знакопеременные ряды: $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\left(-3\right)^n}{n\cdot 3^n+1};\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\left(-1\right)^n}{\sqrt{n+8}}$.

8. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^n}{n^3 \cdot 6^n}$.

9. Вычислить $\cos 2i$.

10. Решить уравнение $e^{-z} + i = 0$.

11. Исследовать функцию $w = 2x - 1 + 2yi$ на аналитичность.

12. Найти аналитическую функцию $w = u + iv$, если $u = 2x - y$.

13. Найти коэффициент растяжения и угол поворота в точке $z_0 = \pi i$ при отображении $w = ie^z$

14. Вычислить интеграл $\int_{\Gamma} x dz$, где Γ – прямая, соединяющая точки $z_1 = 0$ и $z_2 = 1 + 2i$.

15. Вычислить интеграл $\oint_{|z+2|=3} \frac{z^2 dz}{(z-4)(z+1)}$.

16. Вычислить интеграл $\oint_{|z+2i|=3} \frac{dz}{z^2(z-2i)}$.

17. Разложить функцию $f(z) = \frac{1}{z-3}$ в ряд Тейлора по степеням z.

18. Разложить функцию $f(z) = \frac{1}{z-1}$ в ряд Лорана в кольце $|z| > 1$.

19. Определить тип особой точки по разложению функции $f(z) = \frac{1+\cos z}{z^4}$ в ряд Лорана.

20. Вычислить интеграл $\oint_{|z-3|=1} \frac{e^z dz}{(z+3)^3}$ с помощью вычета.

21. Вычислить интеграл $\int_0^{+\infty} \frac{x^2+1}{x^4+1} dx$ с помощью вычета.

22. Вычислить интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos 2x}{x^2+9} dx$ с помощью вычета.

23. Найти изображение для оригинала $\frac{1-\cos 2t}{t}$.

24. Найти оригинал для изображения $\frac{1}{(p-2)^3}$.

25. Найти изображение свёртки функций $\operatorname{sh}(t-1) * t^8$.

26. Решить дифференциальное уравнение $y'' + 4y' + 4y = 5e^{-2t}$, $y(0) = y'(0) = 0$.

27. Решить интегральное уравнение $\int_0^t \operatorname{ch}(t-\tau) y(\tau) d\tau = t \operatorname{sh} t$.

Примерная структура билета

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Прикладная математика и информатика»
ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1
по дисциплине «Математика»

1. Структура общего решения линейного однородного дифференциального уравнения.
2. Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости.
3. Практические задания:
   1) решить задачу Коши $y' + 2xy = xe^{-x^2}$, $y(1) = 1$;
   2) исследовать на сходимость знакопеременный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^n}{n \cdot 3^n + 1}$.

Для направления (090301 Информатика и вычислительная техника).
Семестр _2_

Составитель: _Афанасьева О.С._____ «____» _____ 20__ года

Заведующий кафедрой _Радченко В.П._____ «____» _____ 20__ года

3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие процесс формирования компетенций

Учебная дисциплина формирует компетенции в соответствии с табл. 2, процедура оценивания представлена в табл. 3 и реализуется поэтапно:

1-й этап процедуры оценивания: оценивание уровня достижения каждого из запланированных результатов обучения – дескрипторов (знаний, умений, владений) в соответствии со шкалами и критериями, установленными картами компетенций ОПОП (Приложение 1 ОПОП). Экспертной оценке преподавателя подлежит сформированность отдельных дескрипторов, для оценивания которых предназначена данная оценочная процедура текущего контроля и промежуточной аттестации согласно матрице соответствия оценочных средств результатам обучения (табл. 2).

2-й этап процедуры оценивания: интегральная оценка достижения обучающимся запланированных результатов обучения по итогам отдельных видов текущего контроля и промежуточной аттестации.

Таблица 3

Характеристика процедуры промежуточной аттестации по дисциплине

№	Наименование оценочного средства	Периодичность и способ проведения процедуры оценивания	Методы оценивания	Виды выставляемых оценок	Способ учета индивидуальных достижений обучающихся
1	Конспекты	2 раза в 1-м сем., 2 раза во 2-м сем.; письменно.	Экспертный.	Зачет/незачет	Рабочая книжка преподавателя.
2	Типовые расчеты	2 раза в 1-м сем., 4 раза во 2-м сем.; письменно.	Экспертный.	Зачет/незачет.	Рабочая книжка преподавателя.
3	Тесты	3 раза в 1-м сем.; 4 раза во 2-м сем.; письменно,	Экспертный.	По пятибалльной шкале. (Баллы).	Рабочая книжка преподавателя.

		по окончании изучения соответствующих разделов дисциплины.			
4	Задачи практических занятий	Систематически на практических занятиях в 1, 2 семестрах, письменно.	Экспертный.	По пятибалльной шкале.	Рабочая книжка преподавателя.
5	Промежуточная аттестация – зачет, экзамен	В конце семестра (1, 2 сем.)	Экспертный.	Зачет/незачет. По пятибалльной шкале.	Экзаменационная ведомость, зачетная книжка, учебная карта

Шкала и процедура оценивания сформированности компетенций

На этапе промежуточной аттестации используется система оценки успеваемости обучающихся, которая позволяет преподавателю оценить уровень освоения материала обучающимися. Критерии оценивания сформированности планируемых результатов обучения (дескрипторов) представлены в карте компетенции ОПОП.

Форма оценки знаний: оценка - 5 «отлично»; 4 «хорошо»; 3 «удовлетворительно»; 2 «неудовлетворительно». Практические занятия, ДКР, КТ, промежуточная аттестация оцениваются по пятибалльной шкале. Конспекты и ТР, оцениваются: «зачет», «незачет». Возможно использование балльно-рейтинговой оценки.

Шкала оценивания:

«Зачет» – выставляется, если сформированность заявленных дескрипторов компетенций на 60% и более оценивается не ниже «удовлетворительно» при условии отсутствия критерия «неудовлетворительно». Выставляется, когда обучающийся показывает хорошие знания изученного учебного материала; самостоятельно, логично и последовательно излагает и интерпретирует материалы учебного курса; полностью раскрывает смысл предлагаемого вопроса; владеет основными терминами и понятиями изученного курса; показывает умение переложить теоретические знания на предполагаемый практический опыт.

«Отлично» – выставляется, если сформированность заявленных дескрипторов компетенций 95% и более (в соответствии с картами компетенций ОПОП) оценивается критериями «хорошо» и «отлично», при условии отсутствия оценки «неудовлетворительно»: студент показал прочные знания основных положений фактического материала, умение самостоятельно решать конкретные практические задачи повышенной сложности, свободно использовать справочную литературу, делать обоснованные выводы из результатов анализа конкретных ситуаций;

«Хорошо» – выставляется, если сформированность заявленных дескрипторов компетенций на 75% и более (в соответствии с картами компетенций ОПОП) оценивается критериями «хорошо» и «отлично», при условии отсутствия оценки «неудовлетворительно», допускается оценка «удовлетворительно»: обучающийся показал прочные знания основных положений фактического материала, умение самостоятельно решать конкретные практические задачи, предусмотренные рабочей программой, ориентироваться в рекомендованной справочной литературе, умеет правильно оценить полученные результаты анализа конкретных ситуаций;

«Удовлетворительно» – выставляется, если сформированность заявленных дескрипторов компетенций 60% и более (в соответствии с картами компетенций ОПОП) оценивается критериями «удовлетворительно», «хорошо» и «отлично»: обучающийся показал знание основных положений фактического материала, умение получить с помощью преподавателя правильное решение конкретной практической задачи из числа предусмотренных рабочей программой, знакомство с рекомендованной справочной литературой;

«Неудовлетворительно» «Незачет» – выставляется, если сформированность заявленных дескрипторов компетенций менее чем 60% (в соответствии с картами компетенций ОПОП) оценивается критериями «удовлетворительно», «хорошо» и «отлично»: при ответе обучающегося выявились существенные пробелы в знаниях основных положений фактического материала, неумение с помощью преподавателя получить правильное решение конкретной практической задачи из числа предусмотренных рабочей программой учебной дисциплины.

Ответы и решения обучающихся оцениваются по следующим общим критериям: распознавание проблем; определение значимой информации; анализ проблем; аргументированность; использование стратегий; творческий подход; выводы; общая грамотность.

Соответствие критериев оценивания сформированности планируемых результатов обучения (дескрипторов) системам оценок представлено в табл. 4.

Таблица 4

Интегральная оценка

Критерии	**Традиционная оценка**	**Балльно-рейтинговая оценка**
5	5	95-100
4	4	75-94
3	3	60-74
2 и 1	2, Незачет	0-59
5, 4, 3	Зачет	60-100

Обучающиеся обязаны сдавать все задания в сроки, установленные преподавателем. Оценка «Удовлетворительно» по дисциплине, может выставляться и при неполной сформированности компетенций в ходе освоения отдельной учебной дисциплины, если их формирование предполагается продолжить на более поздних этапах обучения, в ходе изучения других учебных дисциплин.