

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе

_____ / О.В. Юсупова

" ____ " _____ 20__ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Б1.В.01 «Классическая механика»

Код и направление подготовки (специальность)	04.03.02 Химия, физика и механика материалов
Направленность (профиль)	Функциональные, конструкционные материалы и наноматериалы
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Очная
Год начала подготовки	2022
Институт / факультет	Химико-технологический факультет (ХТФ)
Выпускающая кафедра	кафедра "Общая и неорганическая химия"
Кафедра-разработчик	кафедра "Прикладная математика и информатика"
Объем дисциплины, ч. / з.е.	108 / 3
Форма контроля (промежуточная аттестация)	Экзамен

Б1.В.01 «Классическая механика»

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки (специальности) **04.03.02 Химия, физика и механика материалов**, утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от № 651 от 13.07.2017 и соответствующего учебного плана.

Разработчик РПД:

Доцент, кандидат физико-
математических наук

(должность, степень, ученое звание)

Е.Н Огородников

(ФИО)

Заведующий кафедрой

В.П. Радченко, доктор
физико-математических наук,
профессор

(ФИО, степень, ученое звание)

СОГЛАСОВАНО:

Председатель методического совета
факультета / института (или учебно-
методической комиссии)

О.В Лаврентьева, кандидат
химических наук, доцент

(ФИО, степень, ученое звание)

Руководитель образовательной
программы

Е.М. Егорова, кандидат
химических наук, доцент

(ФИО, степень, ученое звание)

Заведующий выпускающей кафедрой

В.А. Блатов, доктор
химических наук, профессор

(ФИО, степень, ученое звание)

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы	4
2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы	4
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся	6
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам), с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий	7
4.1 Содержание лекционных занятий	7
4.2 Содержание лабораторных занятий	9
4.3 Содержание практических занятий	11
4.4. Содержание самостоятельной работы	11
5. Перечень учебной литературы и учебно-методического обеспечения по дисциплине (модулю)	14
6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения	14
7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», профессиональных баз данных, информационно-справочных систем	15
8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)	15
9. Методические материалы	16
10. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)	17

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Наименование категории (группы) компетенций	Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения (знать, уметь, владеть, соотнесенные с индикаторами достижения компетенции)
Профессиональные компетенции			
Не предусмотрено	ПК-1 Способен использовать основные современные методологические, теоретические и экспериментальные подходы к проведению научных исследований фундаментального и прикладного характера в области химии, физики и механики функциональных, конструкционных материалов и наноматериалов	ПК-1.1 Знать: методы критического анализа и оценки современных научных достижений.	Знать методы критического анализа и оценки современных научных достижений.
	ПК-3 Способен оптимизировать и реализовывать основные технологии получения современных материалов	ПК-3.1 Знать: основные физические, химические и механические свойства различных веществ и материалов.	Знать основы теоретической механики

2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы: **базовая часть**

Код компетенции	Предшествующие дисциплины	Параллельно осваиваемые дисциплины	Последующие дисциплины

ПК-1	<p>Методы изображения и разбиения многокомпонентных систем; Производственная практика: научно-исследовательская работа; Термический анализ и калориметрия; Учебная практика: проектная практика; Численные методы в материаловедении</p>	<p>Биохимия и основы наук о жизни; Деловой иностранный язык; Практико-ориентированный проект; Теория строения вещества и основы кристаллохимии; Физико-химический анализ - основа современного материаловедения; Физические свойства материалов; Электрохимия; Элементы строения вещества</p>	<p>Деловой иностранный язык; История и методология химии; Колебательная спектроскопия неорганических систем; Механика материалов; Механика сплошной среды; Моделирование физических свойств материалов; Основы математического моделирования материалов; Основы моделирования фазовых систем; Подготовка к процедуре защиты и процедура защиты выпускной квалификационной работы; Практико-ориентированный проект; Производственная практика: научно-исследовательская работа; Производственная практика: преддипломная практика; Теория строения вещества и основы кристаллохимии; Термодинамика твердофазных реакций; Физико-химические методы исследования веществ и материалов; Физико-химический анализ - основа современного материаловедения; Физико-химия и технология материалов; Функциональные, конструкционные материалы и наноматериалы; Химия и физика полимеров; Химия функциональных материалов; Экспериментальные методы физико-химического анализа; Элементы строения вещества</p>
------	--	---	--

ПК-3	Производственная практика: научно-исследовательская работа; Численные методы в материаловедении	Практико-ориентированный проект; Физико-химический анализ - основа современного материаловедения; Физические свойства материалов	Механика материалов; Основы математического моделирования материалов; Основы моделирования фазовых систем; Подготовка к процедуре защиты и процедура защиты выпускной квалификационной работы; Практико-ориентированный проект; Производственная практика: научно-исследовательская работа; Производственная практика: преддипломная практика; Расчет и прогнозирование свойств неорганических соединений; Синтез, структура и свойства наноматериалов; Физико-химические методы исследования веществ и материалов; Физико-химический анализ - основа современного материаловедения; Физико-химия и технология материалов; Функциональные, конструкционные материалы и наноматериалы; Химия и физика полимеров; Химия функциональных материалов; Экспериментальные методы физико-химического анализа
------	---	--	--

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Вид учебной работы	Всего часов / часов в электронной форме	5 семестр часов / часов в электронной форме
Аудиторная контактная работа (всего), в том числе:	64	64
Лабораторные работы	32	32
Лекции	32	32
Внеаудиторная контактная работа, КСР	2	2
Самостоятельная работа (всего), в том числе:	15	15
выполнение задач, заданий, упражнений (в том числе разноуровневых)	3	3
подготовка к лабораторным работам	4	4
подготовка к экзамену	5	5
составление конспектов	3	3

Контроль	27	27
Итого: час	108	108
Итого: з.е.	3	3

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам), с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

№ раздела	Наименование раздела дисциплины	Виды учебной нагрузки и их трудоемкость, часы				
		ЛЗ	ЛР	ПЗ	СРС	Всего часов
1	Кинематика	10	16	0	1	27
2	Статика	4	8	0	4	16
3	Динамика	6	8	0	4	18
4	Аналитическая механика	12	0	0	6	18
	КСР	0	0	0	0	2
	Контроль	0	0	0	0	27
	Итого	32	32	0	15	108

4.1 Содержание лекционных занятий

№ занятия	Наименование раздела	Тема лекции	Содержание лекции (перечень дидактических единиц: рассматриваемых подтем, вопросов)	Количество часов / часов в электронной форме
5 семестр				
1	Кинематика	Тема 1.1 Кинематика точки.	Основные понятия. Основная задача кинематики. Способы задания движения. Основные кинематические характеристики движения точки и их определение.	2
2	Кинематика	Тема 1.2 Поступательное и вращательное движения твердого тела.	Определение поступательного движения тела. Теорема о скоростях и ускорениях его точек. Определение вращательного движения твердого тела и его закон	2
3	Кинематика	Тема 1.2 Поступательное и вращательное движения твердого тела.	Основные кинематические характеристики вращательного движения. Формула Эйлера. Теоремы о скоростях и ускорениях точек вращающегося тела.	2

4	Кинематика	Тема 1.3 Сложное движение точки.	Относительное, переносное, абсолютное движения и скорости. Теорема о сложении скоростей. Формулы Пуассона. Относительное, переносное и кориолисово ускорения. Теорема о сложении ускорений, абсолютное ускорение.	2
5	Кинематика	Тема 1.4 Плоскопараллельное движение твердого тела.	Определение плоского движения твердого тела. Теоремы о сложении скоростей и о проекциях скоростей двух точек. Понятие о мгновенном центре скоростей. Мгновенно поступательное и мгновенно вращательное движения.	2
6	Статика	Тема 2.1. Основные понятия, определения, аксиомы.	Сила, сложение и разложение сил, связи и их реакции. Сходящаяся система сил. Условия равновесия для сходящейся системы сил.	2
7	Статика	Тема 2.2. Условия равновесия для произвольной плоской системы сил.	Основные понятия: момент силы относительно точки, теорема Вариньона. Пара сил, момент пары сил, различные формы условий (уравнений) равновесия.	2
8	Динамика	Тема 3.1 Динамика точки. Общие теоремы динамики точки.	Предмет динамики. Основные понятия и определения. Законы динамики. Первая и вторая (основная) задачи динамики точки. Свободное и несвободное движения точки. Дифференциальные уравнения движения. Задача Коши. Основные понятия: количество движения, импульс силы, кинетическая энергия, работа силы, мощность. Теоремы об изменении количества движения, кинетической энергии и момента количества движения. Относительное движение.	2
9	Динамика	Тема 3.2 Динамика системы и твердого тела. Основные теоремы динамики системы.	Основные понятия: механическая система, силы внутренние и внешние, центр масс системы и твердого тела, моменты инерции. Теорема Гюйгенса. Теорема о движении центра масс, изменении количества движения, кинетической энергии и кинетического момента.	2
10	Динамика	Тема 3.3 Прямолинейные колебания.	Свободные колебания точки без учета и с учетом сил сопротивления. Вынужденные колебания. Резонанс. Численные характеристики колебательных процессов.	2
11	Аналитическая механика	Тема 4.1. Основные понятия аналитической механики.	Свободные и несвободные материальные системы. Связи и их классификация: стационарные и нестационарные, геометрические и кинематические, голономные и неголономные. Виртуальные скорости и виртуальные перемещения.	2
12	Аналитическая механика	Тема 4.2. Виртуальная работа.	Идеальные связи. Уравнения Лагранжа первого рода. Случай неидеальных (с трением) связей. Решение задач.	2

13	Аналитическая механика	Тема 4.3. Принципы в аналитической механике.	Принцип виртуальных перемещений и задачи о равновесии. Принцип Даламбера и метод кинестатики. Главный вектор и главный момент сил инерции твердого тела.	2
14	Аналитическая механика	Тема 4.4. Обобщенные координаты.	Обобщенные координаты. Обобщенные силы. Принцип виртуальных перемещений в обобщенных координатах. Случай консервативных сил.	2
15	Аналитическая механика	Тема 4.5. Общее уравнение динамики и уравнения Лагранжа второго рода. Примеры на составление уравнений Лагранжа второго рода для систем с одной и двумя степенями свободы.	Общее уравнение динамики и уравнения Лагранжа второго рода. Примеры на составление уравнений Лагранжа второго рода для систем с одной и двумя степенями свободы. Учет дополнительных связей и неидеальных связей.	2
16	Аналитическая механика	Тема 4.6. Уравнения движения в потенциальном поле.	Уравнения Лагранжа второго рода в случае потенциальных сил. Обобщенный интеграл энергии.	2
Итого за семестр:				32
Итого:				32

4.2 Содержание лабораторных занятий

№ занятия	Наименование раздела	Тема лабораторного занятия	Содержание лабораторного занятия (перечень дидактических единиц; рассматриваемых подтем, вопросов)	Количество часов / часов в электронной форме
5 семестр				
1	Кинематика	Кинематика точки	Разбор задачи: рассмотрение образца решения, повторение необходимых дидактических единиц (траектория, скорость, полное, касательное и нормальное ускорение, радиус кривизны траектории).	2
2	Кинематика	Кинематика точки (продолжение)	Выполнение лабораторной работы. Цель работы: Найти уравнение траектории и изобразить ее в подходящем масштабе. Определить скорость и ускорение точки как векторные величины в указанный момент времени и изобразить их на рисунке в подходящем масштабе. Найти касательное и нормальное ускорения графически и вычислить их значения. Определить радиус кривизны траектории в соответствующей точке	2

3	Кинематика	Кинематика точки (продолжение)	Выполнение лабораторной работы. Цель работы: Найти уравнение траектории и изобразить ее в подходящем масштабе. Определить скорость и ускорение точки как векторные величины в указанный момент времени и изобразить их на рисунке в подходящем масштабе. Найти касательное и нормальное ускорения графически и вычислить их значения. Определить радиус кривизны траектории в соответствующей точке	2
4	Кинематика	Кинематика точки (продолжение)	Сдача отчета по выполненной лабораторной работе. Ответ на контрольные вопросы	2
5	Кинематика	Сложное движение точки	Разбор задачи: рассмотрение образца решения, повторение необходимых дидактических единиц (Относительная и переносная скорости и ускорения, кориолисово ускорение, абсолютное движение, абсолютная скорость и ускорение.).	2
6	Кинематика	Сложное движение точки (продолжение)	Цель работы: Найти абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки М в момент времени $t=1$ с. (см. материалы лабораторной работы).	2
7	Кинематика	Сложное движение точки (продолжение)	Цель работы: Найти абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки М в момент времени $t=1$ с. (см. материалы лабораторной работы).	2
8	Кинематика	Сложное движение точки (продолжение)	Сдача отчета по выполненной лабораторной работе. Ответ на контрольные вопросы	2
9	Статика	Равновесие на плоскости	Разбор задачи: рассмотрение образца решения, повторение необходимых дидактических единиц (жесткое крепление, шарнир, блок, момент сил).	2
10	Статика	Равновесие на плоскости (продолжение)	Выполнение лабораторной работы. Цель работы: Определить реакции связей в точках А и В (см. материалы лабораторной работы).	2
11	Статика	Равновесие на плоскости (продолжение)	Выполнение лабораторной работы. Цель работы: Определить реакции связей в точках А и В (см. материалы лабораторной работы).	2
12	Статика	Равновесие на плоскости (продолжение)	Сдача отчета по выполненной лабораторной работе. Ответ на контрольные вопросы	2
13	Динамика	Основная задача динамика точки	Разбор задачи: рассмотрение образца решения, повторение необходимых дидактических единиц (сухое трение, сила сопротивления среды, закон движения материальной точки).	2

14	Динамика	Основная задача динамика точки (продолжение)	Выполнение лабораторной работы. Цель работы: Считая груз D материальной точкой и зная по условию задачи расстояние AB ? l или время t движения груза от точки А до точки В , найти закон движения груза на участке ВС (см. материалы лабораторной работы).	2
15	Динамика	Основная задача динамика точки (продолжение)	Выполнение лабораторной работы. Цель работы: Считая груз D материальной точкой и зная по условию задачи расстояние AB ? l или время t движения груза от точки А до точки В , найти закон движения груза на участке ВС (см. материалы лабораторной работы).	2
16	Динамика	Основная задача динамика точки (продолжение)	Сдача отчета по выполненной лабораторной работе. Ответ на контрольные вопросы	2
Итого за семестр:				32
Итого:				32

4.3 Содержание практических занятий

Учебные занятия не реализуются.

4.4. Содержание самостоятельной работы

Наименование раздела	Вид самостоятельной работы	Содержание самостоятельной работы (перечень дидактических единиц: рассматриваемых подтем, вопросов)	Количество часов
5 семестр			
Кинематика	Составление конспектов	Проработка теоретического материала. Изучение теории по теме 1.1 . Основная задача кинематики. Способы задания движения. Основные кинематические характеристики движения точки и их определение при различных способах задания движения.	1

Статика	Подготовка к лабораторным работам, составление конспектов	Сложение и разложение сил, связи и их реакции, момент силы относительно точки, теорема Вариньона, момент пары сил, различные формы условий (уравнений) равновесия. Моменты сил относительно центра и оси, момент пары сил в пространстве, условия равновесия произвольной пространственной системы сил. Теорема Вариньона. Итерационные методы решения СЛАУ в пакете Octave. Условия равновесия для произвольной пространственной системы сил. Подготовка к лабораторной работе 3 по теме 2.3. Дидактические единицы: моменты сил относительно центра и оси, момент пары сил в пространстве, условия равновесия произвольной пространственной системы сил. Теорема Вариньона. Итерационные методы решения СЛАУ в пакете Octave.	4
Динамика	Подготовка к лабораторным работам, подготовка к экзамену	Предмет динамики. Основные понятия и определения. Законы динамики. Первая и вторая (основная) задачи динамики точки. Свободное и несвободное движения точки. Дифференциальные уравнения движения. Задача Коши.	4

<p>Аналитическая механика</p>	<p>Подготовка конспектов, задачи и упражнения, подготовка к лабораторным работам, подготовка к экзамену</p>	<p>Дидактические единицы: Свободные и несвободные материальные системы. Связи и их классификация: стационарные и нестационарные, геометрические и кинематические, голономные и неголономные. Виртуальные скорости и виртуальные перемещения. Виртуальная работа. Идеальные связи. Уравнения Лагранжа первого рода. Случай неидеальных (с трением) связей, принцип виртуальных перемещений и задачи о равновесии. Принцип Даламбера и метод кинетостатики. Главный вектор и главный момент сил инерции твердого тела. Обобщенные координаты. Обобщенные силы. Принцип виртуальных перемещений в обобщенных координатах. Случай консервативных сил. Переменные Гамильтона. Функция Гамильтона. Канонические уравнения Гамильтона. Вариационные принципы механики. Действие по Гамильтону. Принцип Гамильтона-Остроградского.</p> <p>Дидактические единицы: силы инерции, внешние и внутренние силы, виртуальная работа и виртуальные (возможные) перемещения. обобщенные координаты и скорости, кинетическая энергия системы, виртуальная работа, возможные перемещения, обобщенные силы, аналитические и численные методы решения дифференциальных уравнений колебательных процессов. Перечень дидактических единиц – вторая (основная) задачи динамики точки. Свободные и вынужденные колебания материальной точки без учета и с учетом сил сопротивления. Задача Коши. Пакет Symbolic Math Toolbox системы MATLAB.</p> <p>Приближенные методы решения дифференциальных уравнений динамики, механическая система, силы внутренние и внешние, центр масс системы и твердого тела, моменты инерции. Теорема Гюйгенса. Теорема об изменении кинетического момента. Закон сохранения. Дидактические единицы: силы инерции, внешние и внутренние силы, виртуальная работа и виртуальные (возможные) перемещения, обобщенные координаты и скорости, кинетическая энергия системы, виртуальная работа, возможные перемещения, обобщенные силы, аналитические и численные методы решения дифференциальных уравнений, численные методы решения дифференциальных уравнений колебательных процессов.</p> <p>Дидактические единицы: силы инерции, внешние и внутренние силы, виртуальная работа и виртуальные (возможные) перемещения, обобщенные координаты и скорости, кинетическая энергия системы, виртуальная работа, возможные перемещения, обобщенные силы, аналитические и численные методы решения дифференциальных уравнений, численные методы решения дифференциальных уравнений колебательных процессов.</p>	<p>6</p>
-------------------------------	---	--	----------

Итого за семестр:	15
Итого:	15

5. Перечень учебной литературы и учебно-методического обеспечения по дисциплине (модулю)

№ п/п	Библиографическое описание	Ресурс НТБ СамГТУ (ЭБС СамГТУ, IPRbooks и т.д.)
Основная литература		
1	Черняховская, Л.Б. Основы динамики материальной точки и механической системы : учеб.пособие / Л. Б. Черняховская; Самар.гос.техн.ун-т.- Самара, 2010.- 189 с.	Электронный ресурс
2	Яблонский, А.А. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике : Учеб.пособие / А. А. Яблонский .- 16-е изд.,стер.- М., Интеграл-Пресс, 2008.- 382 с.	Электронный ресурс
3	Яковенко, Г.Н. Краткий курс теоретической механики : учеб. пособие / Г. Н. Яковенко.- М., БИНОМ.Лаб.знаний, 2006.- 116 с.	Электронный ресурс
Дополнительная литература		
4	Диевский, В.А. Теоретическая механика : учеб. пособие / В. А. Диевский .- 4-е изд., испр. и доп.- СПб, Лань, 2016.- 329 с.	Электронный ресурс
5	Доев, В.С. Сборник заданий по теоретической механике на базе Mathcad : учеб.пособие / В. С. Доев, Ф. А. Доронин.- М., Лань, 2010.- 585 с.	Электронный ресурс
6	Компьютерное моделирование основных задач классической механики; Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2013.- Режим доступа: https://elib.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu iprbooks 55101	Электронный ресурс
7	Кубышкин , А.Б. Основы механики : учеб.-метод. пособие / А. Б. Кубышкин; Самар.гос.техн.ун-т.- Самара, 2009.- 74 с.	Электронный ресурс
Учебно-методическое обеспечение		
8	Информатика MATLAB (Матричная лаборатория) : учеб.пособие / Самар.гос.техн.ун-т; сост.: О. С. Афанасьева, Е. В. Башкинова, Г. Ф. Егорова.- Самара, 2013.- 99 с.	Электронный ресурс

Доступ обучающихся к ЭР НТБ СамГТУ (elib.samgtu.ru) осуществляется посредством электронной информационной образовательной среды университета и сайта НТБ СамГТУ по логину и паролю.

6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения

При проведении лекционных занятий используется мультимедийное оборудование.

Организовано взаимодействие обучающегося и преподавателя с использованием электронной ин-формационной образовательной среды университета.

№ п/п	Наименование	Производитель	Способ распространения
-------	--------------	---------------	------------------------

1	LibreOffice	входит в дистрибутив ASTRA LINUX (Отечественный)	Свободно распространяемое
2	AdobeReader XI	AdobeSystemsincorporated (Зарубежный)	Свободно распространяемое
3	ASTRA LINUX	ГК Astra Linux (ООО «РусБИТех-Астра») (Отечественный)	Свободно распространяемое
4	GNU Octave	John W. Eaton (Зарубежный)	Свободно распространяемое

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», профессиональных баз данных, информационно-справочных систем

№ п/п	Наименование	Краткое описание	Режим доступа
1	Библиотека учебно-методической литературы системы "Единое окно"	http://window.edu.ru/	Ресурсы открытого доступа
2	Научная электронная библиотека	http://elibrary.ru/	Ресурсы открытого доступа
3	Math-Net.ru	http://www.mathnet.ru/	Ресурсы открытого доступа

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Лекционные занятия

Аудитории для лекционных занятий укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории (наборы демонстрационного оборудования (проектор, экран, компьютер/ноутбук), учебно-наглядные пособия, тематические иллюстрации)

Практические занятия null

Лабораторные занятия

Для проведения лабораторных работ требуется наличие компьютерного класса с необходимым числом компьютеров с доступом в Интернет и установленным программным обеспечением, в том числе:

- операционной системой ASTRA LINUX;
- приложением LibreOffice;
- GNU Octave.

Самостоятельная работа

Помещения для самостоятельной работы оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и доступом к электронной информационно-образовательной среде СамГТУ: читальный зал НТБ СамГТУ (ауд. 200 корпус №8; ауд. 41,31,34,35, Главный корпус библиотеки, ауд. 83а, 414, 416, 0209 АСА СамГТУ; ауд. 401 корпус №10); компьютерные классы (ауд. 208, 210 корпус №8).

9. Методические материалы

Методические рекомендации при работе на лекции

До лекции студент должен просмотреть учебно-методическую и научную литературу по теме лекции с тем, чтобы иметь представление о проблемах, которые будут разбираться в лекции.

Перед началом лекции обучающимся сообщается тема лекции, план, вопросы, подлежащие рассмотрению, доводятся основные литературные источники. Весь учебный материал, сообщаемый преподавателем, должен не просто прослушиваться. Он должен быть активно воспринят, т.е. услышан, осмыслен, понят, зафиксирован на бумаге и закреплён в памяти. Приступая к слушанию нового учебного материала, полезно мысленно установить его связь с ранее изученным. Следя за техникой чтения лекции (акцент на существенном, повышение тона, изменение ритма, пауза и т.п.), необходимо вслед за преподавателем уметь выделять основные категории, законы и определять их содержание, проблемы, предполагать их возможные решения, доказательства и выводы. Осуществляя такую работу, можно значительно облегчить себе понимание учебного материала, его конспектирование и дальнейшее изучение.

Конспектирование лекции позволяет обработать, систематизировать и лучше сохранить полученную информацию с тем, чтобы в будущем можно было восстановить в памяти основные, содержательные моменты. Типичная ошибка, совершаемая обучающимся, дословное конспектирование речи преподавателя. Как правило, при записи «слово в слово» не остается времени на обдумывание, анализ и синтез информации. Отбирая нужную информацию, главные мысли, проблемы, решения и выводы, необходимо сокращать текст, строить его таким образом, чтобы потом можно было легко в нем разобраться. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых можно будет делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. С окончанием лекции работа над конспектом не может считаться завершённой. Нужно еще восстановить отдельные места, проверить, все ли понятно, уточнить что-то на консультации и т.п. с тем, чтобы конспект мог быть использован в процессе подготовки к практическим занятиям, зачету, экзамену. Конспект лекции – незаменимый учебный документ, необходимый для самостоятельной работы.

Методические рекомендации при работе на лабораторном занятии

Проведение лабораторной работы делится на две условные части: теоретическую и практическую.

Необходимыми структурными элементами занятия являются проведение лабораторной работы, проверка усвоенного материала, включающая обсуждение теоретических основ выполняемой работы.

Перед лабораторной работой, как правило, проводится технико-теоретический инструктаж по использованию необходимого оборудования. Преподаватель корректирует деятельность обучающегося в процессе выполнения работы (при необходимости). После завершения лабораторной работы подводятся итоги, обсуждаются результаты деятельности.

Возможны следующие формы организации лабораторных работ: фронтальная, групповая и индивидуальная. При фронтальной форме выполняется одна и та же работа (при этом возможны различные варианты заданий). При групповой форме работа выполняется группой (командой). При индивидуальной форме обучающимися выполняются индивидуальные работы.

По каждой лабораторной работе имеются методические указания по их выполнению, включающие необходимый теоретический и практический материал, содержащие элементы и последовательную инструкцию по проведению выбранной работы, индивидуальные варианты заданий,

требования и форму отчетности по данной работе.

Методические рекомендации по выполнению самостоятельной работы

Организация самостоятельной работы обучающихся ориентируется на активные методы овладения знаниями, развитие творческих способностей, переход от поточного к индивидуализированному обучению с учетом потребностей и возможностей обучающегося.

Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной литературой, материалами периодических изданий и Интернета является наиболее эффективным методом получения дополнительных знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала. Все новые понятия по изучаемой теме необходимо выучить наизусть и внести в глоссарий, который целесообразно вести с самого начала изучения курса.

Самостоятельная работа реализуется:

- непосредственно в процессе аудиторных занятий;
- на лекциях, практических занятиях;
- в контакте с преподавателем вне рамок расписания;
- на консультациях по учебным вопросам, в ходе творческих контактов, при ликвидации задолженностей, при выполнении индивидуальных заданий и т.д.;
- в библиотеке, дома, на кафедре при выполнении обучающимся учебных и практических задач.

Эффективным средством осуществления обучающимся самостоятельной работы является электронная информационно-образовательная среда университета, которая обеспечивает доступ к учебным планам, рабочим программам дисциплин (модулей), практик, к изданиям электронных библиотечных систем.

10. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств представлен в приложении № 1.

**Фонд оценочных средств
по дисциплине
Б1.В.01 «Классическая механика»**

Код и направление подготовки (специальность)	04.03.02 Химия, физика и механика материалов
Направленность (профиль)	Функциональные, конструкционные материалы и наноматериалы
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Очная
Год начала подготовки	2022
Институт / факультет	Химико-технологический факультет (ХТФ)
Выпускающая кафедра	кафедра "Общая и неорганическая химия"
Кафедра-разработчик	кафедра "Прикладная математика и информатика"
Объем дисциплины, ч. / з.е.	108 / 3
Форма контроля (промежуточная аттестация)	Экзамен

**Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю),
соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной
программы**

Наименование категории (группы) компетенций	Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения (знать, уметь, владеть, соотнесенные с индикаторами достижения компетенции)
Профессиональные компетенции			
Не предусмотрено	ПК-1 Способен использовать основные современные методологические, теоретические и экспериментальные подходы к проведению научных исследований фундаментального и прикладного характера в области химии, физики и механики функциональных, конструкционных материалов и наноматериалов	ПК-1.1 Знать: методы критического анализа и оценки современных научных достижений.	Знать методы критического анализа и оценки современных научных достижений.
	ПК-3 Способен оптимизировать и реализовывать основные технологии получения современных материалов	ПК-3.1 Знать: основные физические, химические и механические свойства различных веществ и материалов.	Знать основы теоретической механики

Матрица соответствия оценочных средств запланированным результатам обучения

Код индикатора достижения компетенции	Результаты обучения	Оценочные средства	Текущий контроль успеваемости	Промежуточная аттестация
Кинематика				
ПК-1.1 Знать: методы критического анализа и оценки современных научных достижений.	Знать методы критического анализа и оценки современных научных достижений.	Устный опрос, лабораторные работы	Да	Да

ПК-3.1 Знать: основные физические, химические и механические свойства различных веществ и материалов.	Знать основы теоретической механики	Устный опрос, лабораторные работы	Да	Да
		Экзамен	Нет	Да
Статика				
ПК-1.1 Знать: методы критического анализа и оценки современных научных достижений.	Знать методы критического анализа и оценки современных научных достижений.	Устный опрос, лабораторные работы	Да	Да
ПК-3.1 Знать: основные физические, химические и механические свойства различных веществ и материалов.	Знать основы теоретической механики	Устный опрос, лабораторные работы	Да	Да
		Экзамен	Нет	Да
Динамика				
ПК-1.1 Знать: методы критического анализа и оценки современных научных достижений.	Знать методы критического анализа и оценки современных научных достижений.	Устный опрос, лабораторные работы, задачи и упражнения	Да	Да
ПК-3.1 Знать: основные физические, химические и механические свойства различных веществ и материалов.	Знать основы теоретической механики	Устный опрос, лабораторные работы, задачи и упражнения	Да	Да
		Экзамен	Нет	Да
Аналитическая механика				
ПК-1.1 Знать: методы критического анализа и оценки современных научных достижений.	Знать методы критического анализа и оценки современных научных достижений.	Устный опрос, задачи и упражнения	Да	Нет
ПК-3.1 Знать: основные физические, химические и механические свойства различных веществ и материалов.	Знать основы теоретической механики	Устный опрос, задачи и упражнения	Да	Нет
		Экзамен	Нет	Да

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие процесс формирования компетенций в ходе освоения образовательной программы

Лабораторные работы для текущего контроля успеваемости

Требования к оформлению отчета по лабораторным работам

Отчет по лабораторным работам должен включать:

- титульный лист;
- содержание;
- основную часть;
- приложения.

В содержании указывается перечень тем выполненных лабораторных работ. Основная часть включает в себя собственно отчеты по лабораторным работам, которые оформляются в следующей последовательности:

- тема работы;
- цель работы;
- текст домашнего задания;
- решение
- ответы на контрольные вопросы;
- литература, используемая в работе.

РАЗДЕЛ 1. КИНЕМАТИКА

Тема: Кинематика точки

Указания и образец выполнения ИДЗ К1

Постановка задачи. Точка M движется в плоскости Oxy . Закон движения точки задан зависимостями $x = x(t)$, $y = y(t)$ в сантиметрах (см), где t — время в секундах (с). Зависимость $x(t)$ дана в таблице К1а, зависимость $y(t)$ дана в таблице К1б.

Ваш вариант определяется двумя цифрами. В ИДЗ К1 зависимость $x = x(t)$ выбирается из таблицы К1а по предпоследней цифре, а зависимость $y = y(t)$ — из таблицы К1б по последней цифре варианта в соответствии с примечаниями, сделанными в таблице К1а.

Например, числу 23 соответствует вариант 23. Это значит, что из второго столбца таблицы К1а выбирается условие

$$x(t) = 6 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) - 3, \text{ а из второго столбца таблицы К1б — условие}$$

$$y(t) = 9 \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right) - 4.$$

Варианту 32 соответствуют условия $x(t) = 4 - 2t$ и $y(t) = (2 + t)^2$.

Общее задание. Найти уравнение траектории и изобразить ее в подходящем масштабе. Определить скорость и ускорение точки как векторные величины в указанный момент времени и изобразить их на рисунке в подходящем масштабе. Найти касательное и нормальное ускорения графически и вычислить их значения. Определить радиус кривизны траектории в соответствующей точке.

Рисунок не должен быть мелким. Желательно расположить его на всей странице формата А4.

Таблица К1а

Предпоследняя цифра шифра	$x = x(t)$	Примечания
0	$4 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	Здесь даны значения $x = f_1(t)$ для шифров, заканчивающихся числами от 00 до 29. Значения $y = f_2(t)$ для этих шифров берутся из столбца 2 таблицы К1б
1	$2 - 3 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	
2	$6 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) - 3$	
3	$4 - 2t$	Здесь даны значения $x = f_1(t)$ для шифров, заканчивающихся числами от 30 до 69. Значения $y = f_2(t)$ для этих шифров берутся из столбца 3 таблицы К1б
4	$2 - t$	
5	$2t$	
6	$t - 4$	
7	$8 \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right) - 2$	Здесь даны значения $x = f_1(t)$ для шифров, заканчивающихся числами от 70 до 99. Значения $y = f_2(t)$ для этих шифров берутся из столбца 4 таблицы К1б
8	$12 \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	
9	$4 - 6 \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	

Таблица К16

Последняя цифра шифра	$y = y(t)$		
	для шифров, заканчивающихся числами		
	от 00 до 29	от 30 до 69	от 70 до 99
0	$12 \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	$2t^2 + 2$	$4 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) - 2$
1	$-4 - 6 \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$	$8 \sin\left(\frac{\pi}{4}t\right)$	$14 - 16 \cos^2\left(\frac{\pi}{6}t\right)$
2	$-3 \sin^2\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	$(2+t)^2$	$4 \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$
3	$9 \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right) - 4$	$2t^3$	$-10 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$
4	$3 \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right) - 2$	$2 + 2 \cos\left(\frac{\pi}{4}t\right)$	$-4 \cos^2\left(\frac{\pi}{6}t\right)$
5	$-10 \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	$2 - 3t^2$	$8 - 12 \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$
6	$2 - 6 \sin^2\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	$2 - 2 \sin\left(\frac{\pi}{4}t\right)$	$3 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$
7	$2 \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right) - 2$	$(t+1)^3$	$6 - 8 \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$
8	$9 \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right) + 5$	$2 - t^3$	$9 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) - 3$
9	$3 - 8 \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	$4 \cos\left(\frac{\pi}{4}t\right)$	$-6 \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$

Указания. Задача К1 относится к кинематике точки при координатном способе задания ее движения.

Вначале определяем траекторию точки. Для этого исключим из заданных уравнений движения время t как параметр при параметрическом задании кривой на плоскости. Определяем положение точки M на траектории в указанный момент времени $t = 1$ с (для всех вариантов).

Дифференцируя по t зависимости $x(t)$ и $y(t)$, находим проекции векторов скорости и ускорения как функции времени t .

Вычисляя значения этих проекций при $t = 1$ с, определяем векторы скорости $\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j}$ и ускорения $\vec{w} = w_x \vec{i} + w_y \vec{j}$ и находим их модули $v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ и $w = |\vec{w}| = \sqrt{w_x^2 + w_y^2}$.

Изображаем в подходящем масштабе векторы скорости и ускорения на рисунке как суммы составляющих $\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y$, где $\vec{v}_x = v_x \vec{i}$, $\vec{v}_y = v_y \vec{j}$ и $\vec{w} = \vec{w}_x + \vec{w}_y$, где $\vec{w}_x = w_x \vec{i}$, $\vec{w}_y = w_y \vec{j}$.

Направим касательную ось $M_\tau \uparrow \vec{v}$, а ось $M_n \perp M_\tau$ внутрь кривизны траектории. Разложим вектор ускорения \vec{w} на касательную и нормальную составляющие: $\vec{w} = \vec{w}_\tau + \vec{w}_n$. Направление вектора касательного ускорения \vec{w}_τ уже позволит сделать вывод о том, является ли движение точки ускоренным в данный момент времени, или оно замедленное. Так, например, если $\vec{w}_\tau \uparrow \vec{v}$, то движение точки ускоренное.

Далее вычисляем значения касательного и нормального ускорения в указанный момент времени по формулам:

$$w_\tau = \frac{v_x w_x + v_y w_y}{v},$$

где $v = |\vec{v}|$, $w_n = \sqrt{w^2 - w_\tau^2}$.

Заметим, что значение w_τ — величина со знаком, который позволит еще раз убедиться в том, каким является движение в указанный момент времени: ускоренным или замедленным.

Радиус кривизны траектории в той ее точке, в которой находится движущаяся точка M в момент времени $t = 1$ с, находим по формуле

$$\rho = \frac{v^2}{w_n}.$$

При оформлении своего ИДЗ весь текст, изложенный выше, приводить не нужно! Нужно указать номер своего варианта, выписать исходные данные и общее задание (см. выше).

Пример выполнения ИДЗ К1

Даны уравнения движения точки в плоскости Oxy :

$$x = 4 \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right) - 1, \quad y = 2 \sin\left(\frac{\pi}{3}t\right) + 1, \quad (1)$$

где x, y — в см; t — в с.

1. Для определения траектории движения точки нужно исключить из уравнений движения (1) время t .

Заметим, что из равенств (1) следует, что

$$\frac{x+1}{4} = \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right), \quad \frac{y-1}{2} = \sin\left(\frac{\pi}{3}t\right). \quad (2)$$

Возводя в квадрат левые и правые части равенств (2) и складывая их, находим уравнение траектории

$$\frac{(x+1)^2}{4^2} + \frac{(y-1)^2}{2^2} = 1.$$

Это уравнение эллипса с центром в точке $C(-1, 1)$ и полуосями $a = 4$ и $b = 2$.

По формулам (1) найдем координаты точки M в момент времени $t = 1$ с:

$$x_M = x(t = 1) = 4 \cos \frac{\pi}{3} - 1 = 4 \cdot \frac{1}{2} - 1 = 1 \text{ см},$$

$$y_M = y(t = 1) = 2 \sin \frac{\pi}{3} + 1 = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 \approx 2 \cdot 0,87 + 1 \approx 2,7 \text{ см}.$$

Изобразим траекторию на рисунке и укажем положение точки M в момент времени $t = 1$ с.

Замечание. Рисунок удобно сразу изображать на отдельном листе, который прилагается в конце работы. При построении эллипса, помимо координат его вершин $(-5; 1)$, $(3; 1)$, $(-1; 3)$ и $(-1; -1)$ и координат точки $M(1; 2,7)$, можно дополнительно найти, например, координаты точек пересечения эллипса с осями координат.

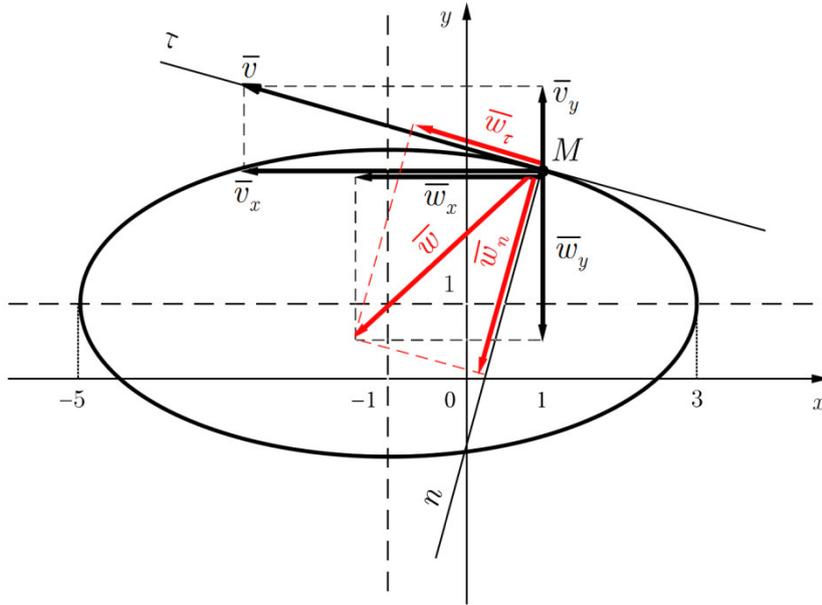


Рис. 1

2. Вектор скорости точки M найдем по его проекциям на координатные оси. Дифференцируя по t зависимости $x(t)$ и $y(t)$ из (1), найдем

$$\begin{aligned} v_x(t) &= \frac{dx}{dt} = -4 \cdot \frac{\pi}{3} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3}t\right), \\ v_y(t) &= \frac{dy}{dt} = 2 \cdot \frac{\pi}{3} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right) \end{aligned} \quad (3)$$

для любого момента времени.

Обозначим $v_x = v_x(t=1)$, $v_y = v_y(t=1)$, $v = |\bar{v}(t=1)|$.

Найдем численные значения проекций вектора скорости при $t = 1$ с и его модуль:

$$\begin{aligned} v_x &= -\frac{4}{3} \pi \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{4 \cdot \sqrt{3}}{3 \cdot 2} \pi = -\frac{2\sqrt{3}}{3} \pi \approx -3,63 \text{ см/с}, \\ v_y &= \frac{2}{3} \pi \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{2 \cdot 1}{3 \cdot 2} \pi = \frac{\pi}{3} \approx 1,05 \text{ см/с}, \\ v = |\bar{v}| &= \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(-3,63)^2 + 1,05^2} = \sqrt{14,28} \approx 3,78 \text{ см/с}. \end{aligned}$$

Вектор скорости в указанный момент времени

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} = -3,6\vec{i} + 1,1\vec{j}$$

найдем как сумму составляющих $\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y$, где $\vec{v}_x = v_x \vec{i}$, $\vec{v}_y = v_y \vec{j}$.

Изображаем на рисунке составляющие $\vec{v}_x = -3,6\vec{i}$ и $\vec{v}_y = 1,1\vec{j}$, и находим их геометрическую сумму.

Замечание. Значения координат v_x и v_y округляем, векторы \vec{v}_x и \vec{v}_y отложены в масштабе $M(1:1)$. Убеждаемся, что вектор \vec{v} касателен к траектории точки M .

3. Вектор ускорения точки M найдем по его проекциям на оси координат. Дифференцируя по t зависимости проекций вектора скорости из (3), находим

$$\begin{aligned} w_x(t) &= \frac{dv_x}{dt} = -4 \frac{\pi^2}{9} \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right), \\ w_y(t) &= \frac{dv_y}{dt} = -2 \frac{\pi^2}{9} \sin\left(\frac{\pi}{3}t\right). \end{aligned} \quad (4)$$

Обозначим $w_x = w_x(t=1)$, $w_y = w_y(t=1)$, $w = |\vec{w}(t=1)|$. Найдем численные значения проекций вектора ускорения при $t=1$ с и его модуль:

$$w_x = -\frac{4}{9} \pi^2 \cos \frac{\pi}{3} = -\frac{4}{9 \cdot 2} \pi^2 = -\frac{2}{9} \pi^2 \approx -2,19 \text{ см/с}^2,$$

$$w_y = -\frac{2}{9} \pi^2 \sin \frac{\pi}{3} = -\frac{2\sqrt{3}}{9 \cdot 2} \pi^2 = -\frac{\sqrt{3}}{9} \pi^2 \approx -1,90 \text{ см/с}^2,$$

$$w = |\vec{w}| = \sqrt{w_x^2 + w_y^2} = \sqrt{(-2,19)^2 + (-1,90)^2} = \sqrt{8,41} \approx 2,9 \text{ см/с}^2.$$

Вектор ускорения в указанный момент времени (значения проекций округляем)

$$\vec{w} = w_x \vec{i} + w_y \vec{j} = -2,2\vec{i} - 1,9\vec{j}$$

найдем как сумму составляющих $\vec{w} = \vec{w}_x + \vec{w}_y$, где $\vec{w}_x = w_x \vec{i}$, а $\vec{w}_y = w_y \vec{j}$.

Изображаем на рисунке составляющие $\vec{w}_x = -2,2\vec{i}$ и $\vec{w}_y = -1,9\vec{j}$ в масштабе $M(1:1)$ и находим их геометрическую сумму.

Замечание. Хорошо видно, что линия действия вектора ускорения \vec{w} проходит через центр эллипса.

4. Векторы касательного \overline{w}_τ и нормального \overline{w}_n ускорений можно показать сразу, не вычисляя их значений, путем разложения вектора полного ускорения \overline{w} на касательную и нормальную составляющие $\overline{w} = \overline{w}_\tau + \overline{w}_n$.

Для этого направим касательную ось $M_\tau \uparrow\uparrow \overline{v}$, а нормальную ось $M_n \perp M_\tau$ направим внутрь кривизны траектории.

Замечание. Из рисунка хорошо видно, что вектор $\overline{w}_\tau \uparrow\uparrow \overline{v}$ и, следовательно, движение точки M ускоренное.

5. Алгебраическое значение касательного ускорения в указанный момент времени найдем по формуле $w_\tau = \frac{v_x w_x + v_y w_y}{v}$,

где $v = |\overline{v}|$, т.к. $M_\tau \uparrow\uparrow \overline{v}$. Тогда

$$w_\tau = \frac{-3,63 \cdot (-2,19) + 1,05 \cdot (-1,90)}{3,78} = \frac{7,95 - 2,00}{3,78} = \frac{5,95}{3,78} \approx 1,57 \approx 1,6 \text{ см/с}^2.$$

Замечаем, что $w_\tau > 0$, что еще раз указывает на то, что движение точки в указанный момент времени является ускоренным.

6. Нормальное ускорение точки M численно (по модулю) равно $w_n = \sqrt{w^2 - w_\tau^2} = \sqrt{2,9^2 - 1,57^2} = \sqrt{8,41 - 2,46} = \sqrt{5,95} \approx 2,44 \text{ см/с}^2$.

7. Радиус кривизны траектории в той точке, где в момент времени $t = 1$ с оказалась точка M , найдем по формуле

$$\rho = \frac{v^2}{w_n} = \frac{14,28}{2,44} \approx 5,9 \text{ см}.$$

Ответ. Модули скорости и ускорений точки M в момент времени $t = 1$ с соответственно равны: $v = 3,8 \text{ см/с}$, $w = 2,9 \text{ см/с}^2$,

$w_\tau = 1,6 \text{ см/с}^2$, $w_n = 2,4 \text{ см/с}^2$. Радиус кривизны $\rho = 5,9 \text{ см}$.

Тема: Сложное движение точки
Указания и образец выполнения ИДЗ К4

Постановка задачи. Прямоугольная пластина (рис. К4.0 – К4.4) или круглая пластина радиуса $R = 60$ см (рис. К4.5 – К4.9) вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = \varphi(t)$ (рад.), заданному в таблице К4. Положительное направление отсчета угла φ показано на рисунках.

На рисунках 0, 1, 2, 5, 6 ось вращения перпендикулярна плоскости пластины и проходит через точку O (пластина вращается в плоскости рисунка); на рисунках 3, 4, 7, 8, 9 ось вращения OO_1 лежит в плоскости пластины и пластина вращается в пространстве.

По пластине вдоль прямой BD (рис. 0–4) или по окружности радиуса R (рис. 5–9) движется точка M . Закон ее относительного движения задан зависимостью $s = AM = s(t)$ (s — в см, t — в секундах) в таблице К4 *отдельно* для рис. 0–4 и для рис. 5–9. В этой же таблице заданы размеры a для рис. 0–4 и размеры h для рис. 5–9.

Заметим, что на всех рисунках точка M показана в положении, при котором $s = AM > 0$, где AM — длина отрезка или длина дуги AM .

Если в интересующий нас момент времени $t = t_1$ окажется, что $s_1 = s(t = t_1) < 0$, то это будет означать, что точка M находится по другую сторону от точки A . Будем обозначать положение точки M в момент времени $t = t_1$ буквой M_1 .

Общее задание. Найти абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки M в момент времени $t_1 = 1$ с.

Ваш вариант. *Номер рисунка — последняя цифра Вашего варианта, номер условия в таблице К4 — предпоследняя цифра. Например, варианту 23 соответствует рисунок 3 и условие 2 в таблице К4.*

Указания. Задача К4 посвящена кинематическому анализу сложного движения точки в случае, когда переносное движение является вращательным. В данной задаче движение точки по пластине является относительным, а вращательное движение самой пластины — переносным.

Для определения абсолютной скорости и абсолютного ускорения следует воспользоваться теоремами о сложении скоростей и сложении ускорений. Прежде всего необходимо по условиям задачи определить,

где находится точка M на пластине в момент времени $t_1 = 1$ с и изобразить ее именно в этом положении, обозначив M_1 .

Таблица К4

Номер условия	Для всех рисунков $\varphi = f_1(t)$	Для рис. 0-4		Для рис. 5-9	
		a , см	$s = AM = f_2(t)$	h	$s = AM = f_2(t)$
0	$4(t^2 - t)$	12	$50(3t - t^2) - 64$	R	$\frac{\pi}{3} R(4t^2 - 2t^3)$
1	$3t^2 - 8t$	16	$40(3t^3 - t^4) - 32$	$\frac{4}{3} R$	$\frac{\pi}{2} R(2t^2 - t^3)$
2	$6t^3 - 12t^2$	10	$80(t^2 - t) + 40$	R	$\frac{\pi}{3} R(2t^2 - 1)$
3	$t^2 - 2t^3$	16	$60(t^4 - 3t^2) + 56$	R	$\frac{\pi}{3} R(t^4 - 3t^2)$
4	$10t^2 - 5t^3$	8	$80(2t^2 - t^3) - 48$	R	$\frac{\pi}{6} R(3t - t^2)$
5	$2(t^2 - t)$	20	$60(t^3 - 2t^2)$	R	$\frac{\pi}{3} R(t^3 - 2t)$
6	$5t - 4t^2$	12	$40(t^2 - 3t) + 32$	$\frac{3}{4} R$	$\frac{\pi}{2} R(t^3 - 2t^2)$
7	$15t - 3t^3$	8	$60(t - t^3) + 24$	R	$\frac{\pi}{6} R(t - 5t^2)$
8	$2t^3 - 11t$	10	$50(t^3 - t) - 30$	R	$\frac{\pi}{3} R(3t^2 - t)$
9	$6t^2 - 3t^3$	20	$40(t - 2t^3) - 40$	$\frac{4}{3} R$	$\frac{\pi}{2} R(t - 2t^2)$

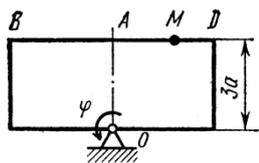


Рис. К4.0

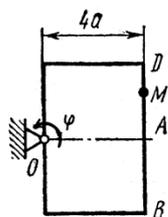


Рис. К4.1

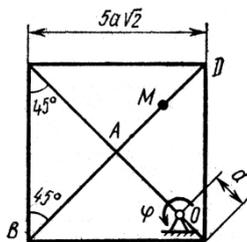


Рис. К4.2

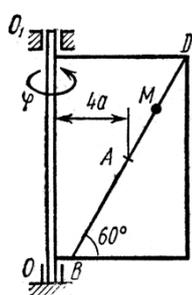


Рис. К4.3

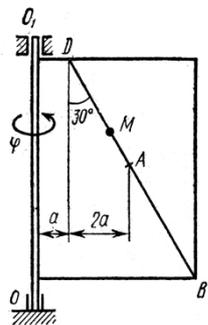


Рис. К4.4

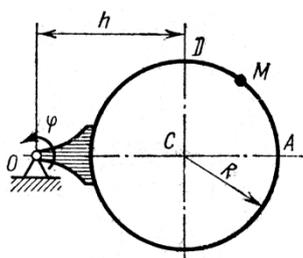


Рис. К4.5

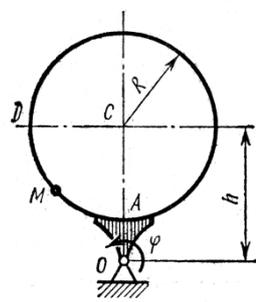


Рис. К4.6

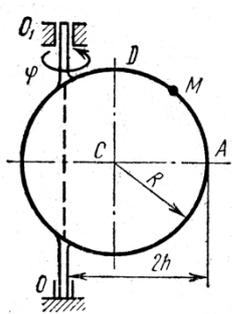


Рис. К4.7

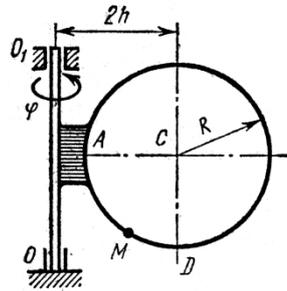


Рис. К4.8

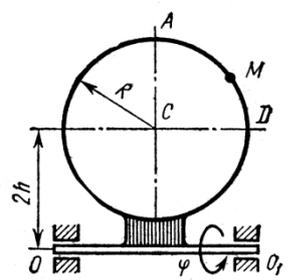


Рис. К4.9

В вариантах с рис. 5–9 не подставлять численное значение R в зависимость $s(t)$ длины дуги AM от времени, пока не будет определено значение $s_1 = s(t = t_1)$ и центральный угол $\angle ACM_1$, соответствующий дуге $AM_1 = s_1$.

Замечание. Варианты заданий К4 содержат два типа задач.

Задачи, в которых пластина вращается в своей плоскости (рис. 0, 1, 2, 5, 6), назовем *плоскими*. В этом случае все составляющие векторов абсолютной скорости \vec{v}_a и абсолютного ускорения \vec{w}_a будут находиться в плоскости рисунка.

Задачи, в которых пластина вращается в пространстве (рис. 3, 4, 7, 8, 9), назовем *пространственными*. В этих вариантах также можно ограничиться плоским рисунком, удачно, наглядно изобразив ту ось местной (локальной), связанной с точкой M_1 , системы координат

M_1xyz , которая направлена перпендикулярно плоскости рисунка.

Изображая эту ось, следует подписать направление, «на нас» или «от нас» (см. рис. К4-б и К4-в).

Приведем два примера решения задачи.

Пример 1. Круглая пластина радиуса R (рис. К4-а) вращается вокруг своего диаметра AB по закону $\varphi = \varphi(t)$ (положительное направление отсчета угла φ показано на рисунке К4-а).

По дуге ADB движется точка M по закону $s = AM = s(t)$. Положительное направление отсчета расстояния s показано на рис. К4-а.

Дано: $R = 60$ см, $\varphi = 2t^3 - 4t^2$ рад,

$$s = \frac{\pi R}{6}(7t - 2t^2) \text{ см.}$$

Определить v_a и w_a в момент времени $t = 1$ с, где $v_a = |\vec{v}_a|$,

$$w_a = |\vec{w}_a|.$$

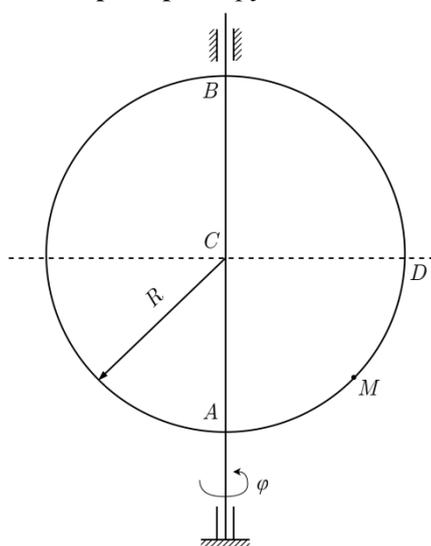


Рис. К4-а

Решение. Рассмотрим движение точки M как сложное, считая ее движение по дуге ADB относительным (дуга AB — суть относительная траектория $tr_{отн}$), а вращение пластины — переносным движением.

Тогда абсолютная скорость \bar{v}_a и абсолютное ускорение \bar{w}_a найдутся по формулам

$$\begin{aligned}\bar{v}_a &= \bar{v}_{отн} + \bar{v}_{пер}, \\ \bar{w}_a &= \bar{w}_{отн} + \bar{w}_{пер} + \bar{w}_{кор}.\end{aligned}$$

Так как относительное движение точки M является вращательным вдоль дуги AB относительной траектории $tr_{отн}$, а переносное — вращательным вокруг оси вращения AB , то

$$\bar{w}_{отн} = \bar{w}_{отн}^\tau + \bar{w}_{отн}^n \quad \text{и} \quad \bar{w}_{пер} = \bar{w}_{пер}^\tau + \bar{w}_{пер}^n.$$

Таким образом, абсолютное ускорение найдется как геометрическая сумма пяти векторов:

$$\bar{w}_a = \bar{w}_{отн}^\tau + \bar{w}_{отн}^n + \bar{w}_{пер}^\tau + \bar{w}_{пер}^n + \bar{w}_{кор}, \quad (1)$$

где $\bar{w}_{кор}$ — кориолисово ускорение.

1. Относительное движение

Это движение происходит по закону $s(t) = AM = \frac{\pi R}{6}(7t - 2t^2)$.

Установим, где будет находиться точка M на дуге ADB относительной траектории $tr_{отн}$.

Вычислим значение $s_1 = s(t = 1) = \frac{5}{6}\pi R$ см.

Тогда $\angle ACM_1 = \frac{s_1}{R} = \frac{5}{6}\pi = 150^\circ$, откуда $\angle BCM_1 = 30^\circ$.

Изобразим на рисунке К4-а точку M в положении, соответствующем моменту времени $t = 1$ с и обозначим ее M_1 .

Заметим, что рис. К4-а носит предварительный характер (это было дано). Его можно не приводить в отчете, сразу подготавливая окончательный рисунок на отдельном листе (см. рис. К4-б или К4-в).

Найдем функциональные зависимости от времени проекций относительной скорости $v_{отн}^\tau$ и проекций $w_{отн}^\tau$ и $w_{отн}^n$ составляющих $\bar{w}_{отн}^\tau$ и $\bar{w}_{отн}^n$ относительного ускорения $\bar{w}_{отн}$.

Дифференцируя по времени зависимость $s(t)$, получим

$$v_{отн}^\tau(t) = \frac{ds}{dt} = \frac{\pi R}{6}(7 - 4t),$$

$$w_{омн}^{\tau}(t) = \frac{dv_{омн}^{\tau}}{dt} = -\frac{2}{3}\pi R, \quad (2)$$

$$w_{омн}^n(t) = \frac{(v_{омн}^{\tau})^2}{\rho_{омн}} = \frac{v_{омн}^2}{R},$$

где обозначено $v_{омн} = |\bar{v}_{омн}| = |v_{омн}^{\tau}|$, а радиус кривизны относительной траектории $\rho_{омн} = R$.

Для момента времени $t = 1$ с (алгебраические) значения проекций (2) равны

$$v_{омн}^{\tau} = v_{омн}^{\tau}(t = 1) = \frac{3\pi \cdot 60}{6} = 30\pi \text{ см/с},$$

$$w_{омн}^{\tau} = w_{омн}^{\tau}(t = 1) = -\frac{2\pi \cdot 60}{3} = -40\pi \text{ см/с}^2, \quad (3)$$

$$w_{омн}^n = \frac{900\pi^2}{60} = 15\pi^2 \text{ см/с}^2,$$

Знаки проекций в (3) показывают, что вектор $\bar{v}_{омн}$ направлен в сторону положительного отсчета расстояния s по касательной к $tr_{омн}$, а вектор $\bar{w}_{омн}^{\tau}$ — в противоположную сторону.

Т.к. $\bar{v}_{омн} \uparrow \downarrow \bar{w}_{омн}^{\tau}$, то можно сделать вывод о том, что относительное движение замедленное. Вектор $\bar{w}_{омн}^n$ направлен к центру кривизны $tr_{омн}$, т.е. к центру окружности C , причем $\bar{w}_{омн}^n \perp \bar{w}_{омн}^{\tau}$.

Изобразим все эти векторы на рисунке (см. рис. К4-б, К4-в) *разным цветом*.

2. Переносное движение

Это вращательное движение происходит по закону

$\varphi(t) = 2t^3 - 4t^2$ (рад). Найдем зависимости от времени угловой скорости и углового ускорения переносного движения (вращения пластинки). Дифференцируя по времени, получим

$$\omega(t) = \frac{d\varphi}{dt} = 6t^2 - 8t,$$

$$\varepsilon(t) = \frac{d\omega}{dt} = 12t - 8.$$

Вычислим (алгебраические) значения проекций векторов угловой скорости и углового ускорения на ось вращения в момент времени $t = 1$ с.

Найдем

$$\omega = \omega(t = 1) = 6 - 8 = -2 \text{ (1/с)}, \quad \varepsilon = \varepsilon(t = 1) = 12 - 8 = 4 \text{ (1/с}^2\text{)}. \quad (4)$$

Замечание. В данной задаче мы обозначили буквой $\omega = \pi r_{AB} \bar{\omega}$, а буквой $\varepsilon = \pi r_{AB} \bar{\varepsilon}$.

Сами векторы угловой скорости $\bar{\omega}$ и углового ускорения $\bar{\varepsilon}$ на оси вращения можно не показывать. Знак величины ω ($\omega < 0$) говорит о том, что вращение пластины в момент времени $t = 1$ с происходит в сторону, противоположную положительному отсчету угла φ . Это отмечено на рис. К4-б или К4-в дуговой стрелкой.

Знак величины ε ($\varepsilon > 0$) противоположен знаку величины ω . Это говорит о том, что вращение пластинки замедленное и отмечено на рис. К4-б или К4-в соответствующей дуговой стрелкой.

Нам понадобятся модули векторов угловой скорости $\bar{\omega}$ и углового ускорения $\bar{\varepsilon}$. Очевидно, они совпадают с модулями соответствующих значений проекций, и следует писать $|\bar{\omega}| = |\omega|$, $|\bar{\varepsilon}| = |\varepsilon|$.

Значения проекций угловой скорости и углового ускорения позволяют сразу показать направления векторов переносной скорости $\bar{v}_{пер}$ и составляющих переносного ускорения $\bar{w}_{пер}^r$ и $\bar{w}_{пер}^n$.

Так как переносное движение вращательное, то в своем переносном движении точка M движется по переносной траектории $tr_{пер}$, которая является окружностью радиуса $R_{пер} = M_1K$, где M_1K — расстояние от точки M_1 до оси вращения AB .

Вектор $\bar{v}_{пер}$ будет направлен по касательной к $tr_{пер}$ так, что $tr_{пер} \perp M_1K$ («на нас»), а вектор $\bar{w}_{пер}^r$ — в противоположную сторону, т.е. вектор $\bar{w}_{пер}^r \perp M_1K$ («от нас»).

Ясно, что направления векторов $\bar{v}_{пер}$ и $\bar{w}_{пер}^r$ согласованы с направлениями $\omega \cup$ и $\varepsilon \cup$. Вектор $\bar{w}_{пер}^n \perp \bar{w}_{пер}^r$ и направлен к оси вращения вдоль отрезка M_1K (см. рис. К4-б или К4-в).

Найдем из $\triangle CM_1K$, что $M_1K = R_{пер} = R \sin 30^\circ = 60 \cdot \frac{1}{2} = 30$ см.

Тогда в момент времени $t = 1$ с, с учетом значений (4), найдем модуль вектора переносной скорости

$$v_{пер} = |\bar{v}_{пер}| = |\omega| \cdot R_{пер} = |-2| \cdot 30 = 60 \text{ см/с}$$

и значения проекций касательного $\bar{w}_{пер}^{\tau}$ и нормального $\bar{w}_{пер}^n$ переносных ускорений:

$$w_{пер}^{\tau} = \varepsilon R_{пер} = 4 \cdot 30 = 120 \text{ см/с}^2,$$

$$w_{пер}^n = \omega^2 R_{пер} = (-2)^2 \cdot 30 = 4 \cdot 30 = 120 \text{ см/с}^2.$$

Заметим, что $w_{пер}^{\tau}$ — в общем случае величина со знаком и $|\bar{w}_{пер}^{\tau}| = |w_{пер}^{\tau}|$, в то время как $|\bar{w}_{пер}^n| = w_{пер}^n$, т.к. значение $w_{пер}^n \geq 0$ для любого t .

3. Кориолисово ускорение

По определению, вектор кориолисова ускорения находится по формуле

$$\bar{w}_{кор} = 2(\bar{\omega} \times \bar{v}_{отн}).$$

Направление вектора $\bar{w}_{кор}$ находим по правилу Жуковского:

$$\bar{w}_{кор} \perp \bar{v}_{отн}$$

и $\bar{w}_{кор}$ перпендикулярен оси вращения. Правило позволяет не изображать на рисунке вектор угловой скорости.

Так как угол между вектором $\bar{v}_{отн}$ и осью вращения равен 60° , то по модулю

$$w_{кор} = |\bar{w}_{кор}| = 2|\bar{\omega}||\bar{v}_{отн}| \sin 60^\circ = 2|\omega||v_{отн}^{\tau}| \sin 60^\circ =$$

$$= 2| -2 | \cdot 30\pi \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 60\sqrt{3}\pi \text{ см/с}^2.$$

4. Определение модуля абсолютной скорости v_a и модуля абсолютного ускорения w_a

Направим оси местной системы координат M_1xyz как на рисунке К4-б или на рисунке К4-в. На обоих рисунках ось M_1x перпендикулярна плоскости пластины и направлена «от нас».

Ось $M_1y \perp M_1x$ и лежит в плоскости пластины (в плоскости рисунка). Ось $M_1z \perp M_1x$ и $M_1z \perp M_1y$. Оба рисунка правильные, выбор за вами.

Заметим, направление осей местной системы координат M_1xyz может быть и другим. Например, ось M_1x можно считать направленной «на нас». В этом случае $np_{M_1x} \bar{w}_{пер}^{\tau}$ и $np_{M_1y} \bar{w}_{кор}$ будут отрицательными (что не отражается на результате).

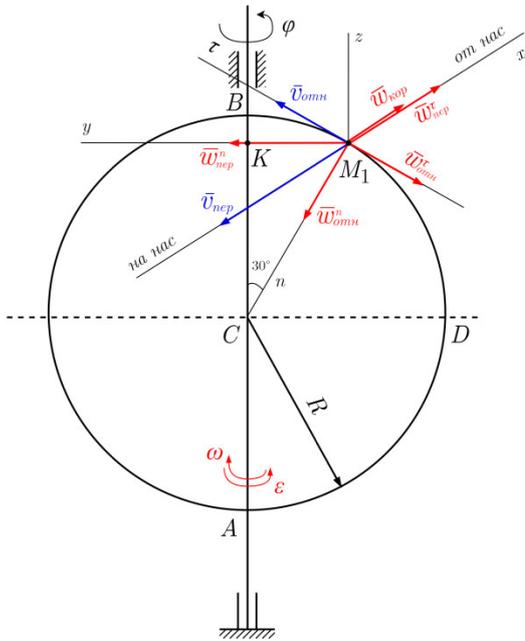


Рис. К4-б

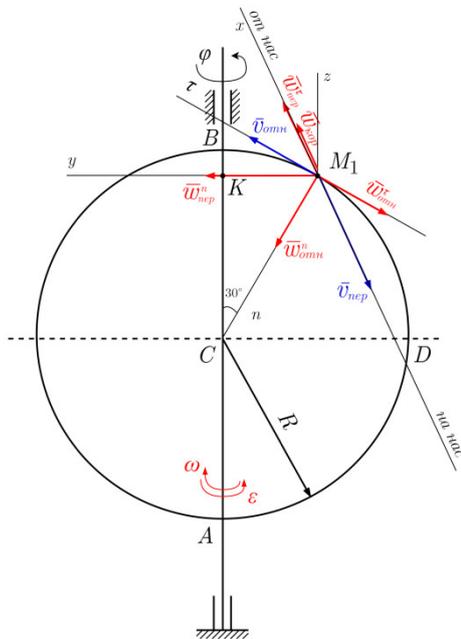


Рис. К4-в

Вместо системы координат M_1xyz можно проектировать все векторы геометрической суммы $\bar{w}_a = \bar{w}_{оми}^r + \bar{w}_{оми}^n + \bar{w}_{неp}^r + \bar{w}_{неp}^n + \bar{w}_{кор}$ на оси трехгранника $M_1\tau nb$.

Так как $\bar{v}_a = \bar{v}_{оми} + \bar{v}_{неp}$, а вектор $\bar{v}_{оми} \perp \bar{v}_{неp}$, то в момент времени $t = 1$ с

$$v_a = \sqrt{v_{оми}^2 + v_{неp}^2} = \sqrt{(30\pi)^2 + 60^2} = 30\sqrt{\pi^2 + 4} = 111,73 \text{ см/с.}$$

Модуль абсолютного ускорения найдем, проектируя векторное равенство (1) на оси локальной декартовой системы координат M_1xyz (см. рис. К4-б или К4-в).

Получим

$$w_{a_z} = w_{неp}^r + w_{кор} = 120 + 60\sqrt{3}\pi = 60(2 + \sqrt{3}\pi) = 446,48,$$

$$w_{a_y} = w_{неp}^n + w_{оми}^n \sin 30^\circ - |w_{оми}^r| \cos 30^\circ = 120 + 15\pi^2 \cdot \frac{1}{2} - |-40\pi| \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} =$$

$$= 120 + 7,5\pi^2 - 20\pi\sqrt{3} = 85,19,$$

$$w_{a_x} = -w_{оми}^n \cos 30^\circ - |w_{оми}^r| \sin 30^\circ = -15\pi^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - |-40\pi| \cdot \frac{1}{2} =$$

$$= -7,5\pi^2\sqrt{3} - 20\pi = -191,04,$$

Находим

$$w_a = \sqrt{w_{a_x}^2 + w_{a_y}^2 + w_{a_z}^2} = \sqrt{446,48^2 + 85,19^2 + (-191,04)^2} = 493,05 \text{ см/с}^2.$$

Ответ: $v_a = 111,73$ см/с, $w_a = 493,05$ см/с².

Пример 2. Рассмотрим вариант, в котором участвует рисунок К4.6. Пусть по условию $h = R$. Эта информация содержится в таблице К4.

Рисунок надо сразу изобразить с учетом того, что $h = R$. Он будет выглядеть так, как показано ниже.

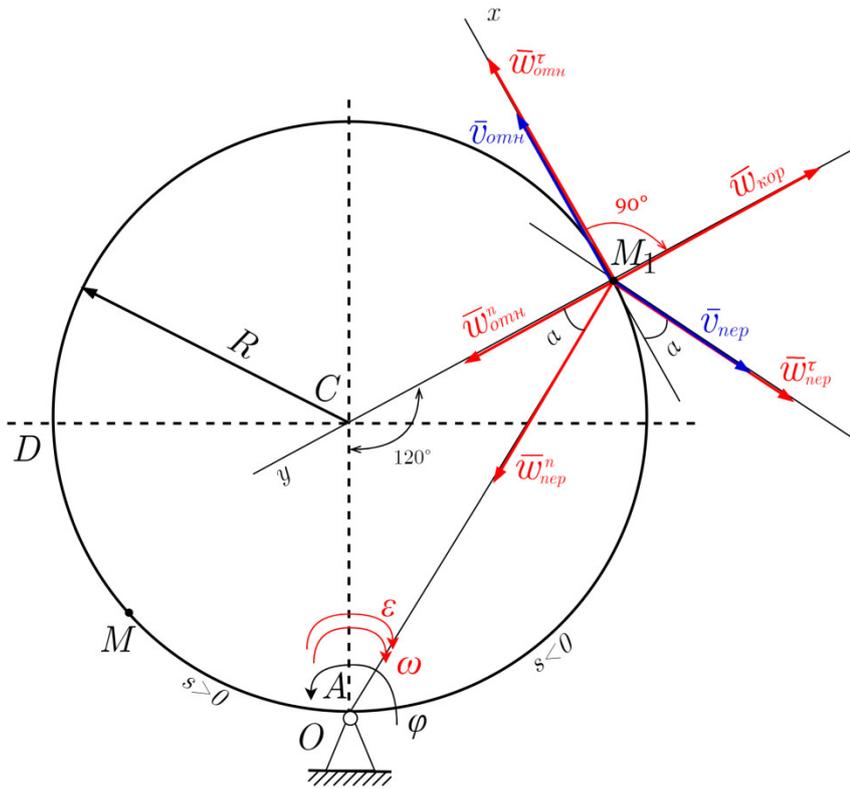


Рис. К4-г

Из общего текста по постановке задачи берем следующие слова.

Круглая пластина радиуса $R = 60$ см вращается по закону $\varphi(t) = t^2 - t^3$ (рад). Положительное направление отсчета угла φ показано на рисунке К4-г. Ось вращения перпендикулярна плоскости пластины и проходит через точку O , (т.е. пластина вращается в своей плоскости или плоскости рисунка).

По пластине по окружности радиуса R движется точка M . Закон ее относительного движения $s = s(t) = \frac{\pi}{3} R(t - 3t^2)$ см.

На всех рисунках точка M показана в положении, при котором $s = AM > 0$ (при $s < 0$ точка M находится по другую сторону от точки A).

Найти абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки M в момент времени $t = 1$ с.

Читаем указания. Следует по условиям задачи определить, где находится точка на пластине в момент времени $t = 1$ с, и изобразить ее именно в этом положении.

Решение. Рассмотрим движение точки M как сложное, считая ее движение по дуге AM относительным, а вращение пластинки — переносным движением.

Тогда абсолютная скорость \bar{v}_a найдется по формуле

$$\bar{v}_a = \bar{v}_{отн} + \bar{v}_{пер}, \quad (5)$$

а абсолютное ускорение

$$\bar{w}_a = \bar{w}_{отн} + \bar{w}_{пер} + \bar{w}_{кор},$$

где, в свою очередь,

$$\bar{w}_{отн} = \bar{w}_{отн}^{\tau} + \bar{w}_{отн}^n,$$

так как относительное движение — криволинейное, и

$$\bar{w}_{пер} = \bar{w}_{пер}^{\tau} + \bar{w}_{пер}^n,$$

так как переносное движение — вращательное.

Итак, в общем случае

$$\bar{w}_a = \bar{w}_{отн}^{\tau} + \bar{w}_{отн}^n + \bar{w}_{пер}^{\tau} + \bar{w}_{пер}^n + \bar{w}_{кор}. \quad (6)$$

Определим кинематические характеристики относительного и переносного движений.

1. Относительное движение

Установим, где на дуге AD будет находиться точка M в момент времени $t = 1$ с.

Полагая в уравнении $s = s(t) : t = 1$ с, получим

$$s_1 = s(t = 1) = \frac{\pi}{3} R(1 - 3 \cdot 1^2) = -\frac{2\pi}{3} R < 0 \text{ см.}$$

Так как $s_1 < 0$, то точка M находится на дуге окружности AM по другую сторону от точки A (см. рис. К4-г). Обозначим ее M_1 .

Внутренний центральный угол, соответствующий дуге AM_1 , найдем по формуле

$$\angle ACM_1 = \frac{|s_1|}{R} = \frac{2\pi R}{3R} = \frac{2\pi}{3},$$

где $|s_1|$ — длина дуги AM_1 в сантиметрах.

Таким образом, $\angle ACM_1 = 120^\circ$.

Изобразим на рисунке К4-г точку в положении, определяемом этим углом, и обозначим ее M_1 .

Найдем зависимости от времени проекций относительной скорости $v_{отн}^r$ и проекций $w_{отн}^r$ и $w_{отн}^n$ составляющих $\bar{w}_{отн}^r$ и $\bar{w}_{отн}^n$ относительного ускорения $\bar{w}_{отн}$:

$$\begin{aligned}v_{отн}^r(t) &= \frac{ds}{dt} = \frac{\pi}{3} R(1-6t), \\w_{отн}^r(t) &= \frac{dv_{отн}^r}{dt} = \frac{\pi}{3} R(-6) = -2\pi R, \\w_{отн}^n(t) &= \frac{v_{отн}^r(t)^2}{\rho_{отн}},\end{aligned}$$

где $\rho_{отн}$ — радиус кривизны относительной траектории $tr_{отн}$. В нашем случае $\rho_{отн} = R$.

Для момента времени $t = 1$ с алгебраические значения проекций равны соответственно

$$\begin{aligned}v_{отн}^r &= v_{отн}^r(t=1) = \frac{\pi}{3} R(1-6) = -\frac{5}{3} \pi R, \\w_{отн}^r &= w_{отн}^r(t=1) = -2\pi R, \\w_{отн}^n &= \frac{v_{отн}^r(t=1)^2}{\rho_{отн}} = \frac{25}{9} \pi^2 \frac{R^2}{R} = \frac{25}{9} \pi^2 R.\end{aligned}$$

Результаты можно пока не вычислять приближенно, все вычисления будут в конце решения.

Отрицательные знаки величин $v_{отн}^r$ и $w_{отн}^r$ показывают, что векторы $\bar{v}_{отн}^r$ и $\bar{w}_{отн}^r$ направлены в сторону отрицательного отсчета длины дуги s по касательной к $tr_{отн}$.

Так как $\bar{v}_{отн} \uparrow \uparrow \bar{w}_{отн}^r$, то можно сделать вывод о том, что относительное движение ускоренное. Вектор относительного нормального ускорения $\bar{w}_{отн}^n$ направлен к центру кривизны $tr_{отн}$, в нашем случае — к центру окружности C , причем $\bar{w}_{отн}^n \perp \bar{w}_{отн}^r$.

Изобразим все эти векторы на рисунке (см. рисунок К4-г) разным цветом.

2. Переносное движение

Это вращательное движение по условию происходит по закону $\varphi(t) = t^2 - t^3$ (рад).

Найдем зависимости от времени угловой скорости и углового ускорения переносного движения (вращения пластинки).

Дифференцируя по времени, получим

$$\omega(t) = \frac{d\varphi}{dt} = 2t - 3t^2,$$

$$\varepsilon(t) = \frac{d\omega}{dt} = 2 - 6t.$$

Вычислим алгебраические значения проекций векторов угловой скорости и углового ускорения на ось вращения в момент времени $t = 1$ с.

Найдем

$$\omega = \omega(t = 1) = 2 \cdot 1 - 3 \cdot 1^2 = -1 \text{ (1/с)},$$

$$\varepsilon = \varepsilon(t = 1) = 2 - 6 \cdot 1 = -4 \text{ (1/с}^2\text{)}.$$

Знаки величин ω и ε показывают, что пластинка вращается в сторону, противоположную положительному отсчету угла поворота φ , то есть по часовой стрелке, причем вращение пластинки ускоренное. Это позволяет сразу показать направления векторов \bar{v}_{nep} , \bar{w}_{nep}^r , \bar{w}_{nep}^n .

Так как переносное движение — вращательное, то в своем переносном движении точка M движется по переносной траектории, которая является окружностью радиуса $AM_1 = OM_1$. Векторы \bar{v}_{nep} и \bar{w}_{nep}^r будут направлены по касательной к tr_{nep} , и, следовательно, $\bar{v}_{nep} \perp AM_1$, $\bar{w}_{nep}^r \perp AM_1$, причем $\bar{v}_{nep} \uparrow \uparrow \bar{w}_{nep}^r$ и направлены в соответствии с ω и ε (см. рисунок К4-г).

Вектор $\bar{w}_{nep}^n \perp \bar{w}_{nep}^r$ и направлен к оси вращения, то есть, к точке O .

Обозначим модуль вектора переносной скорости v_{nep} .

Тогда

$$v_{nep} = |\bar{v}_{nep}| = |\omega| \cdot h.$$

Значения проекций

$$w_{nep}^r = \varepsilon \cdot h,$$

$$w_{nep}^n = \omega^2 \cdot h.$$

Величину радиуса переносной траектории tr_{nep} мы обозначили h . Величину $h = OM_1$ можно найти из $\triangle OCM_1$.

Заметим еще раз, что в нашем примере точки O и A совпадают!

По теореме косинусов имеем

$$(OM_1)^2 = (OC)^2 + (CM_1)^2 - 2 \cdot OC \cdot CM_1 \cos 120^\circ,$$

или

$$h^2 = R^2 + R^2 - 2 \cdot R \cdot R \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 2R^2 + R^2 = 3R^2,$$

откуда

$$h = \sqrt{3}R.$$

Итак,

$$v_{пер} = |-1| \cdot \sqrt{3}R = \sqrt{3}R \text{ см/с},$$

$$w_{пер}^r = (-4) \cdot \sqrt{3}R = -4\sqrt{3}R \text{ см/с}^2,$$

$$w_{пер}^n = (-1)^2 \cdot \sqrt{3}R = \sqrt{3}R \text{ см/с}^2.$$

Приближенные вычисления — в самом конце решения!

3. Кориолисово ускорение

По определению

$$\bar{w}_{кор} = 2(\bar{\omega} \times \bar{v}_{отн}).$$

Направление вектора $\bar{w}_{кор}$ мы находим по правилу Жуковского:

$\bar{w}_{кор} \perp \bar{v}_{отн}$ и вектор $\bar{w}_{кор}$ перпендикулярен оси вращения. Это позволяет не изображать на рисунке вектор угловой скорости.

Так как угол между вектором $\bar{v}_{отн}$ и осью вращения равен 90° (так будет во всех плоских задачах! Подумайте, — почему!), то по модулю

$$w_{кор} = |\bar{w}_{кор}| = 2|\bar{\omega}||\bar{v}_{отн}^r| \sin 90^\circ = 2|\omega||v_{отн}^r| = 2|-1| \left| -\frac{5}{3} \pi R \right| = \frac{10}{3} \pi R \text{ см/с}.$$

4. Определение модуля абсолютной скорости v_a и модуля абсолютного ускорения w_a

Так как

$$\bar{v}_a = \bar{v}_{отн} + \bar{v}_{пер},$$

то $v_a = |\bar{v}_a|$ можно найти по теореме косинусов, заметив, что $\angle(\bar{v}_{отн}, \bar{v}_{пер}) = 120^\circ$.

Однако это проще сделать методом проекций.

Выберем любую локальную (связанную с точкой M_1) декартову систему координат. Можно использовать оси естественного трехгранника или, например, направить ось $M_1x \uparrow \bar{w}_{отн}^r$, а ось $M_1y \uparrow \bar{w}_{отн}^n$.

Удобно так выбрать оси местной (локальной) системы координат, чтобы как можно большее количество векторов лежало на этих осях).

На рисунке отмечен угол α , который очевидно равен 30° .

Проектируя векторное равенство $\vec{v}_a = \vec{v}_{оми} + \vec{v}_{неп}$ на оси системы координат M_1xy , находим

$$v_{a_x} = |v_{оми}^r| - v_{неп} \cos 30^\circ = \frac{5}{3}\pi R - \sqrt{3}R \frac{\sqrt{3}}{2} = \left(\frac{5\pi}{3} - \frac{3}{2}\right)R =$$

$$= \left(\frac{5\pi}{3} - \frac{3}{2}\right) \cdot 60 = 224,16,$$

$$v_{a_y} = -v_{неп} \sin 30^\circ = -\sqrt{3}R \frac{1}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}R = -\frac{\sqrt{3}}{2}60 = -51,96.$$

Тогда

$$v_a = \sqrt{v_{a_x}^2 + v_{a_y}^2} = \sqrt{224,16^2 + (-51,96)^2} = 230,1 \text{ см/с.}$$

Проектируя векторное равенство

$$\vec{w}_a = \vec{w}_{оми}^r + \vec{w}_{оми}^n + \vec{w}_{неп}^r + \vec{w}_{неп}^n + \vec{w}_{кор}$$

на те же оси, находим

$$w_{a_x} = |w_{оми}^r| - |w_{неп}^r| \cos 30^\circ - w_{неп}^n \sin 30^\circ =$$

$$= |-2\pi R| - |4\sqrt{3}R| \cos 30^\circ - \sqrt{3}R \sin 30^\circ = \left(2\pi - 4\sqrt{3} \frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} \frac{1}{2}\right)R =$$

$$= \left(2\pi - 6 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)60 = -34,97 \text{ см/с}^2.$$

$$w_{a_y} = w_{оми}^n + w_{неп}^n \cos 30^\circ - |w_{неп}^r| \sin 30^\circ - w_{кор} =$$

$$= \frac{25}{9}\pi^2 R + \sqrt{3}R \cos 30^\circ - |4\sqrt{3}R| \sin 30^\circ - \frac{10}{3}\pi R =$$

$$= \left(\frac{25}{9}\pi^2 + \sqrt{3} \frac{\sqrt{3}}{2} + 4\sqrt{3} \frac{1}{2} - \frac{10}{3}\pi\right)R =$$

$$= \left(\frac{25}{9}\pi^2 + \frac{3}{2} + 2\sqrt{3} - \frac{10}{3}\pi\right)60 = 1314,46.$$

Окончательно

$$w_a = \sqrt{w_{a_x}^2 + w_{a_y}^2} = \sqrt{(-34,97)^2 + 1314,46^2} = 1314,93 \text{ см/с}^2.$$

РАЗДЕЛ 2. СТАТИКА

Тема: Равновесие на плоскости

Указания и образец выполнения ИДЗ С1.

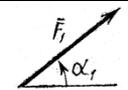
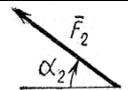
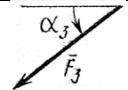
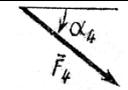
Постановка задачи. Жесткая рама (см. рис. С1.0—С1.9, табл. С1) закреплена в точке A шарнирно, а в точке B прикреплена к шарнирной опоре на катках (далее — каток) или прикреплена к невесомому стержню с шарнирами на концах (каждому писать свое!).

В точке C к раме привязан трос, перекинутый через блок (без трения) и несущий на конце груз весом $P = 25$ кН. На раму действует пара сил с моментом $M = 60$ кН м и две силы, величины которых, направления и точки приложения указаны в таблице С1.

Заметим, что во всех вариантах дан угол между вектором силы и горизонталью, а направление вектора силы мы видим в таблице С1.

Задание. Определить реакции связей в точках A и B . Принять $a = 0,5$ м.

Таблица С1

Силы								
	$F_1 = 10$ кН		$F_1 = 20$ кН		$F_1 = 30$ кН		$F_1 = 40$ кН	
Номер условия	Точка приложения	α_1°	Точка приложения	α_2°	Точка приложения	α_3°	Точка приложения	α_4°
0	H	30	—	—	—	—	K	60
1	—	—	D	15	E	60	—	—
2	K	75	—	—	—	—	E	30
3	—	—	K	60	H	30	—	—
4	D	30	—	—	—	—	E	60
5	—	—	H	30	—	—	D	75
6	E	60	—	—	K	15	—	—
7	—	—	D	60	—	—	H	15
8	H	60	—	—	D	30	—	—
9	—	—	E	75	K	30	—	—

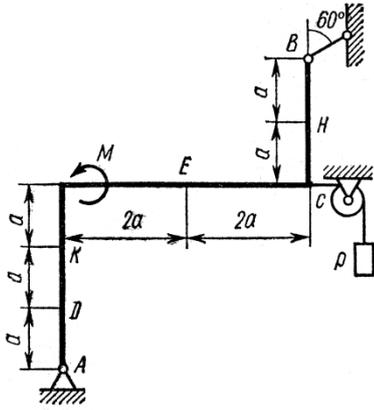


Рис. С1.0

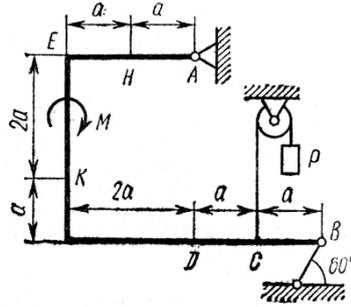


Рис. С1.1

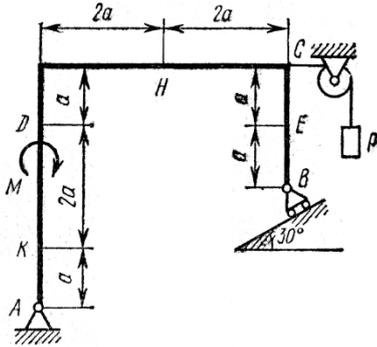


Рис. С1.2

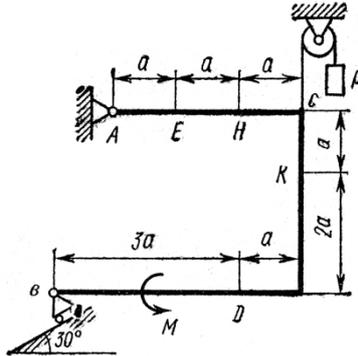


Рис. С1.3

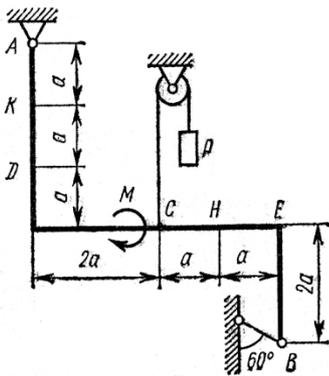


Рис. С1.4

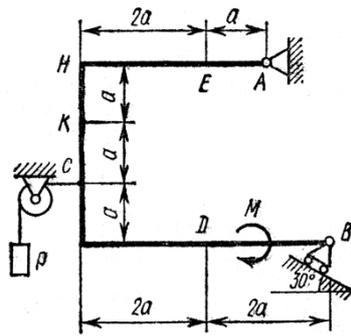


Рис. С1.5

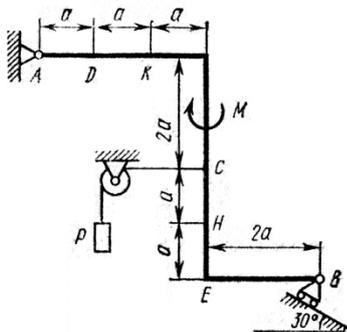


Рис. С1.6

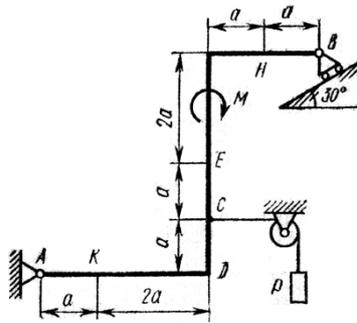


Рис. С1.7

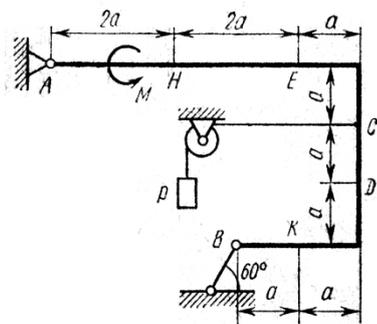


Рис. С1.8

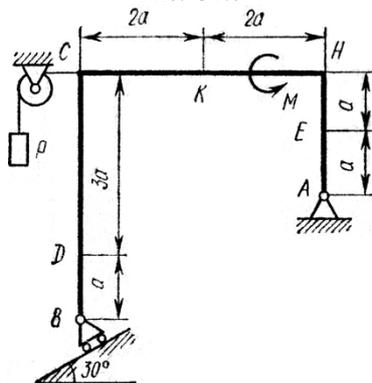


Рис. С1.9

Ваш вариант. Номер рисунка — последняя цифра Вашего варианта, номер условия в таблице С1 — предпоследняя цифра. Например, варианту 23 соответствует рисунок 3 и условие 2 в таблице С1.

Общая рекомендация. Рисунок в задаче должен занимать не менее половины страницы формата А4.

Указания. Задача С1 — на равновесие тела под действием произвольной плоской системы сил. При ее решении нужно учесть, что натяжение обеих ветвей троса (до блока и после него) будет одинаковым, если блок вращается без трения.

Уравнение моментов будет содержать всего одну неизвестную величину, если вычислять моменты относительно точки, в которой пересекаются линии действия двух неизвестных реакций связи, например, точку A , в которой пересекаются линии двух составляющих \bar{X}_A и \bar{Y}_A полной реакции \bar{R}_A шарнира A .

При вычислении моментов сил, для которых плечо не определяется легко по рисунку, удобно разложить эту силу \overline{F}_k ($k = \overline{1,4}$) на составляющие \overline{F}'_k и \overline{F}''_k и воспользоваться теоремой Вариньона:

$$m_A(\overline{F}_k) = m_A(\overline{F}'_k) + m_A(\overline{F}''_k).$$

Сказанное выше относится не только к активным силам, но и к неизвестной реакции в точке B .

Для образца решения используем рисунок С1.5. Активные силы показаны на рисунке.

Дано. Из общего для всех задания: $P = 25$ кН, $M = 60$ кН м, $a = 0,5$ м. Пусть в точке K приложена сила \overline{F}_2 : $F_2 = 20$ кН, $\alpha_2 = 30^\circ$, а в точке D приложена сила \overline{F}_4 : $F_4 = 40$ кН, $\alpha_4 = 60^\circ$. Определить реакции в точках A и B .

Решение

1. Рассмотрим равновесие рамы. Проведем оси Axy как показано на рисунке С1. Изобразим действующие на раму активные силы \overline{F}_2 и \overline{F}_4 , пару сил с моментом M , натяжение троса \overline{T} , (мысленно отбрасывая груз вместе с блоком и учитывая, что по модулю $T = P$). Изобразим две составляющие \overline{X}_A и \overline{Y}_A полной реакции шарнира A и реакцию \overline{R}_B катка перпендикулярно опорной плоскости (шарнир и каток мысленно отбрасываем).

2. Для полученной плоской системы сил составим три уравнения равновесия, причем начнем с уравнения моментов, взяв в качестве центра моментов точку A , так как именно в ней сходятся две неизвестные силы \overline{X}_A и \overline{Y}_A , и они, естественно, в это уравнение не войдут.

Для облегчения нахождения моментов сил \overline{F}_2 и \overline{F}_4 , разложим их на составляющие

$$\overline{F}_2 = \overline{F}'_2 + \overline{F}''_2,$$

где модули $F'_2 = F_2 \cos 30^\circ$, $F''_2 = F_2 \sin 30^\circ$;

$$\overline{F}_4 = \overline{F}'_4 + \overline{F}''_4,$$

где модули $F'_4 = F_4 \cos 60^\circ$, $F''_4 = F_4 \sin 60^\circ$.

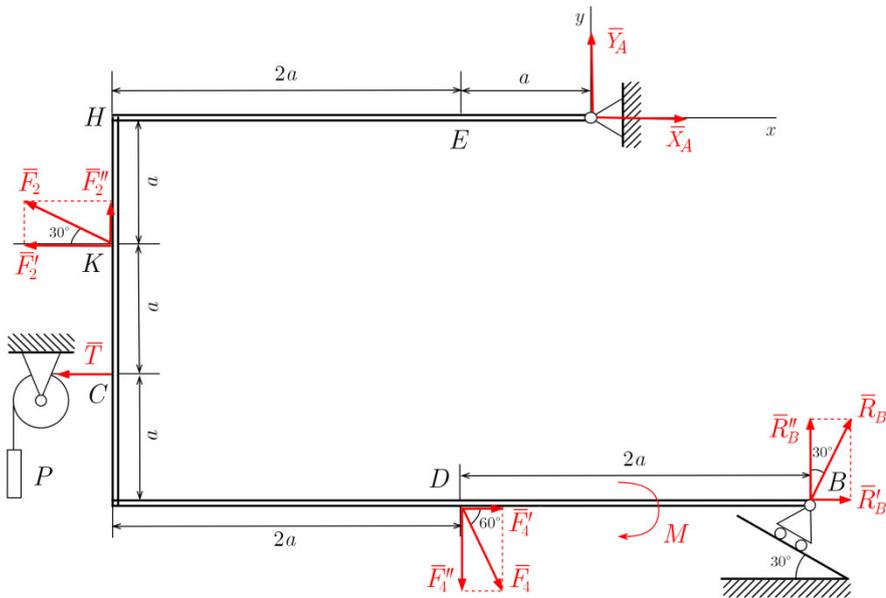


Рис. 1

На рисунке 1 углы α_2 и α_4 сразу указаны в градусах.

Замечаем, что $m_A(\bar{R}_B)$ непосредственно сразу записать трудно, поэтому реакцию \bar{R}_B также разложим на составляющие:

$$\bar{R}_B = \bar{R}'_B + \bar{R}''_B,$$

модули составляющих $R'_B = R_B \sin 30^\circ$, $R''_B = R_B \cos 30^\circ$.

Тогда по теореме Вариньона

$$m_A(\bar{R}_B) = m_A(\bar{R}'_B) + m_A(\bar{R}''_B).$$

Моменты относительно точки A для составляющих легко находятся. Именно,

$$m_A(\bar{R}'_B) = R'_B \cdot 3a,$$

$$m_A(\bar{R}''_B) = R''_B \cdot a.$$

Заметьте! Плечи сил \bar{R}'_B и \bar{R}''_B хорошо видны на рисунке 1, а знак момента определяется по правилу $\odot+$, $\ominus-$.

Абсолютно так же теорема Вариньона позволяет легко записать моменты сил \overline{F}_2 и \overline{F}_4 :

$$m_A(\overline{F}_2) = m_A(\overline{F}_2') + m_A(\overline{F}_2'')$$

и

$$m_A(\overline{F}_4) = m_A(\overline{F}_4') + m_A(\overline{F}_4'').$$

Уравнение моментов

$$\sum m_A(\overline{F}_k) = 0$$

в предварительной записи приводит к равенству

$$-F_2' \cdot a - F_2'' \cdot 3a - T \cdot 2a + F_4' \cdot 3a + F_4'' \cdot a - M + R_B' \cdot 3a + R_B'' \cdot a = 0.$$

Выразим из этого равенства

$$3R_B' + R_B'' = F_2' + F_2'' \cdot 3 + T \cdot 2 - F_4' \cdot 3 - F_4'' + \frac{M}{a}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} & 3R_B \sin 30^\circ + R_B \cos 30^\circ = \\ & = F_2 \cos 30^\circ + F_2 \sin 30^\circ \cdot 3 + T \cdot 2 - F_4 \cos 60^\circ \cdot 3 - F_4 \sin 60^\circ + \frac{M}{a}, \end{aligned}$$

откуда

$$\begin{aligned} & (3 \sin 30^\circ + \cos 30^\circ)R_B = \\ & = F_2(\cos 30^\circ + 3 \sin 30^\circ) + 2T - F_4(\sin 60^\circ + 3 \cos 60^\circ) + \frac{M}{a}. \end{aligned}$$

Вычислим коэффициенты приближенно

$$3 \sin 30^\circ + \cos 30^\circ = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 1,5 + 0,87 \approx 2,37,$$

$$\sin 60^\circ + 3 \cos 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2} \approx 0,87 + 1,5 \approx 2,37.$$

Тогда

$$2,37R_B = 2,37F_2 - 2,37F_4 + 2T + 2M = 2,37(F_2 - F_4) + 2(T + M),$$

где мы учли, что $a = 0,5$.

Найдем

$$\begin{aligned} R_B & = F_2 - F_4 + \frac{2}{2,37}(T + M) = 20 - 40 + \frac{2}{2,37}(25 + 60) = \\ & = -20 + 85 \cdot 0,844 = 51,74 \text{ кН}. \end{aligned}$$

Теперь запишем в предварительной записи два уравнения проекций всех сил на оси системы координат Axy :

$$\begin{aligned}\sum F_{kx} &= 0; & x_A - F_2' - T + F_4' + R_B' &= 0; \\ \sum F_{ky} &= 0; & y_A + F_2'' - F_4'' + R_B'' &= 0;\end{aligned}$$

Заметим, что эти два уравнения можно сразу записать в явном виде так:

$$\begin{aligned}x_A - F_2 \cos 30^\circ - T + F_4 \cos 60^\circ + R_B \sin 30^\circ &= 0, \\ y_A + F_2 \sin 30^\circ - F_4 \sin 60^\circ + R_B \cos 30^\circ &= 0.\end{aligned}$$

Зная, что $R_B = 51,7$ кН, легко находим

$$\begin{aligned}x_A = F_2 \cos 30^\circ + T - F_4 \cos 60^\circ - R_B \sin 30^\circ &= 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 25 - 40 \cdot \frac{1}{2} - \\ &- 51,74 \cdot \frac{1}{2} = 17,3 + 25 - 20 - 25,87 = -3,57 \approx -3,6 \text{ кН}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y_A = F_4 \sin 60^\circ - F_2 \sin 30^\circ - R_B \cos 30^\circ &= 40 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 20 \cdot \frac{1}{2} - 51,74 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \\ &= 20 \cdot 1,73 - 10 - 51,74 \cdot 0,87 = 34,6 - 10 - 45,01 \approx -20,4 \text{ кН}.\end{aligned}$$

Ответ: $x_A = -3,6$ кН, $y_A = -20,4$ кН, $R_B = 51,7$ кН.

Отрицательные знаки у проекций x_A , y_A указывают, что составляющие \bar{X}_A и \bar{Y}_A имеют направления, противоположные указанным на рисунке С1, *но на рисунке ничего менять не нужно!*

Рекомендуется сделать проверку, записав, например, уравнение моментов относительно любой точки, в которое *обязательно* войдут ранее неизвестные x_A , y_A и R_B .

Запишем для проверки, например, уравнение моментов относительно точки D . В него не войдет известная сила \bar{F}_4 , зато войдут моменты сил \bar{X}_A , \bar{Y}_A и \bar{R}_B .

Воспользуемся рисунком 1.

$$\begin{aligned}\sum m_D &= 0, \\ -M + R_B'' \cdot 2a + T \cdot a + F_2' \cdot 2a - F_2'' \cdot 2a - X_A \cdot 3a + Y_A \cdot a &= 0.\end{aligned}$$

Внимание! Знаки моментов составляющих \bar{X}_A и \bar{Y}_A взяты по рисунку в соответствии с выбранными (нами!) направлениями. Мы обнаружили, что проекции составляющих $x_A = -3,6$ кН и

$y_A = -20,4$ кН отрицательны, следовательно, векторы \bar{X}_A и \bar{Y}_A направлены в противоположные стороны. Это значит, что в уравнение проверки надо подставить значения проекций x_A и y_A , а не их модули!

Учтем, что $2a = 1$ м.

Имеем равенство

$$-M + R_B \cos 30^\circ + T \cdot 0,5 + F_2 \cos 30^\circ - F_2 \sin 30^\circ - x_A \cdot 1,5 + y_A \cdot 0,5 = 0,$$

Подставим в это равенство все значения

$$\begin{aligned} -60 + 51,7 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 25 \cdot 0,5 + 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 20 \cdot \frac{1}{2} - (-3,6) \cdot 1,5 + (-20,4) \cdot 0,5 = \\ = -60 + 51,7 \cdot 0,87 + 12,5 + 17,3 - 10 + 5,4 - 10,2 = 80,2 - 80,2 \equiv 0, \end{aligned}$$

Проверка говорит о правильности проделанных вычислений.

Упражнение 1. Сделать проверку, записав уравнение моментов относительно точки K , т.е.

$$\sum m_K(\bar{F}_K) = 0.$$

Упражнение 2. Записать условия равновесия рассмотренной рамы, если на участке HE действует равномерно распределенная нагрузка (см. рисунок 2) с интенсивностью q .

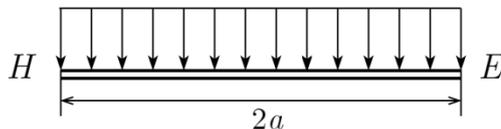


Рис. 2

Выполнить необходимые расчеты для определения реакции связей, если $q = 2$ кН/м.

Указание. Заменить равномерно распределенную нагрузку силой \bar{Q} , приложенной в середине участка HE и учесть, что численно $Q = q \cdot 2a$ кН.

РАЗДЕЛ 3. ДИНАМИКА

Тема: Основная задача динамика точки

Указания и образец выполнения ИДЗ Д1

Постановка задачи. Груз D массой m с начальной скоростью v_0 в точке A начинает движение в изогнутой трубе ABC , расположенной в вертикальной плоскости (рис. Д1.0 – Д1.9). На всех участках движения груза D следует учесть наличие силы сухого трения, модуль которой $F_{тр} = f \cdot N$, где N — нормальная реакция трубы, f — коэффициент трения груза о трубу.

Для всех вариантов $f = 0,2\sqrt{3}$ и угол $\alpha = 30^\circ$.

На участке AB на груз, кроме силы тяжести и силы трения, действует постоянная (по модулю и направлению) сила \bar{Q} (направление вектора \bar{Q} указано на рисунках) и сила сопротивления среды $\bar{R}_{сopp}$, модуль которой R определенным образом зависит от модуля скорости груза $R = f(v)$, а направление в любой момент времени противоположно направлению фактического движения, т.е. скорости груза D , что можно записать следующим образом: $\bar{R}_{сopp} = f(v)\frac{\bar{v}}{v}$, где $v = |\bar{v}|$.

В точке B груз, не изменяя величины своей скорости, переходит на участок BC трубы. На этом участке действие силы сопротивления среды $\bar{R}_{сopp}$ прекращается, но, кроме силы тяжести и силы трения на груз начинает действовать переменная сила \bar{F} , проекция которой на ось Bx задана в таблице (см. табл. Д1).

Все исходные данные: масса груза D (кг), начальная скорость v_0 (м/с); силы Q , $R = f(v)$, F_x (Н), коэффициент μ , длина участка AB или время t_1 движения груза D на участке AB приведены в таблице Д1.

Общее задание. Считая груз D материальной точкой и зная по условию задачи расстояние $AB = l$ или время t_1 движения груза от точки A до точки B , найти закон движения груза на участке BC , т.е. $x = x(t)$, где $x = BD$.

Ваш вариант. Номер рисунка — последняя цифра Вашего варианта, номер условия в таблице Д1 — предпоследняя цифра. Например, варианту 23 соответствует рисунок 3 и условие 2 в таблице Д1.

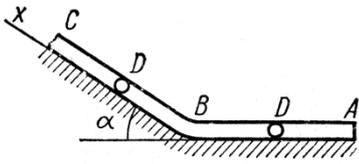


Рис. Д1.0

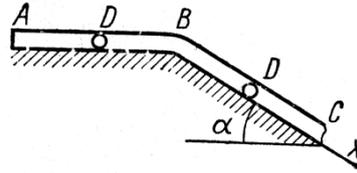


Рис. Д1.1

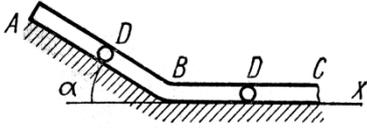


Рис. Д1.2

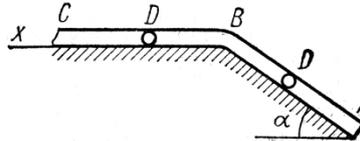


Рис. Д1.3

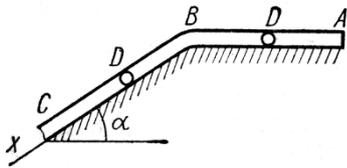


Рис. Д1.4

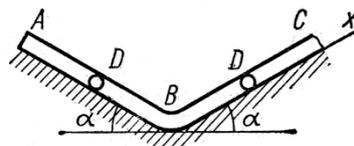


Рис. Д1.5

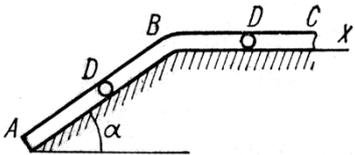


Рис. Д1.6

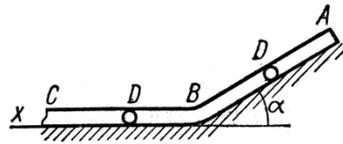


Рис. Д1.7

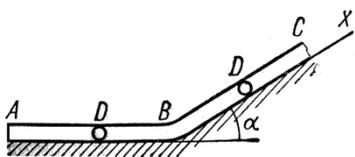


Рис. Д1.8

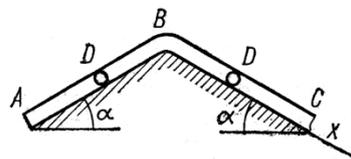


Рис. Д1.9

Таблица Д1

Номер условия	0	1	2	3	4
F_x	$k \sin(\omega t)$	kt^2	$-k \cos(2\omega t)$	$k \sin(2\omega t)$	$-k \cos(\omega t)$
Номер условия	5	6	7	8	9
F_x	$k \cos(2\omega t)$	kt	$-k \sin(\omega t)$	$k \cos(\omega t)$	$-k \sin(2\omega t)$

Рисунок	m , кг	v_0 , м/с	Q , Н	R , Н	μ	l , м	t_1 , с	k	f
Д1.0	5	20	-3	μv	0,5	—	10	10	0
Д1.1	3	20	0	μv^2	0,4	—	1,5	12	0
Д1.2	4	0	0	μv	0,8	—	2,5	16	0,4
Д1.3	6	12	0	μv^2	0,5	3	—	12	0,2
Д1.4	2	0	2,4	μv	0,4	—	5	8	0
Д1.5	8	0	0	μv^2	0,2	10	—	24	0
Д1.6	1,6	30	0	μv	0,8	—	2	4	0,2
Д1.7	9	0	0	μv^2	0,3	7,5	—	18	0,4
Д1.8	6	5	3	μv	0,3	—	10	18	0
Д1.9	3	10	0	μv^2	0,6	2,5	—	12	2

Указания. Задача Д1 связана с решением основной задачи динамики и сводится к интегрированию дифференциальных уравнений движения материальной точки. Ясно, что для нахождения искомого закона движения груза на участке BC нужно знать его скорость в точке B . Она будет начальной для описания движения на этом участке. Это значит, что предварительно необходимо изучить движение груза на участке AB и найти его скорость в точке B , которая будет конечной для движения на этом участке. Таким образом, решение разбивается на две части.

Вначале нужно составить и проинтегрировать дифференциальное уравнение движения груза на участке AB по времени t , если задано время движения груза на участке AB , или по координате x , если задана длина этого участка.

Переход от интегрирования по времени к интегрированию по координате осуществляется благодаря равенству

$$\frac{dv_x}{dt} = v_x \frac{dv_x}{dx}.$$

Процедуру интегрирования методом разделения переменных можно осуществить по стандартной схеме решения задачи с начальными данными (задачи Коши), описанной во многих учебных пособиях и методических руководствах.

Вначале, путем вычисления неопределенных интегралов, находится общее решение дифференциального уравнения первого порядка относительно проекции скорости $v_x(t)$ на ось Ax . Подчиняя это общее решение начальному условию $v(t=0) = v_0$, указанному в таблице Д1, удастся исключить из общего решения произвольную постоянную интегрирования и тем самым найти частное решение дифференциального уравнения движения груза на участке AB в виде зависимости скорости v от времени t или от координаты x .

Подставляя в найденную зависимость $v_x(t)$ или $v_x(x)$, заданное условиями задачи t_1 — время достижения грузом D точки B или длину участка $AB = l$, найдем скорость груза v_B в точке B .

Важное замечание. Возвращаясь к тексту постановки задачи нетрудно заметить, что нахождение закона изменения скорости груза на участке AB и тем более определение закона движения на этом участке *не требовалось*. Поэтому предложенный выше способ определения конечной скорости кажется неоправданно затянутым. Будет проще воспользоваться определенными интегралами в дифференциальном уравнении после разделения переменных (см. пример решения задачи ниже).

Вторая часть решения задачи не представляет трудностей и сводится к решению задачи Коши с начальными условиями $x(t=0) = 0$, $\dot{x}(t=0) = v_x(t=0) = v_B$, где $x(t) = Bx$ — перемещение груза на указанном участке трубы в любой момент времени, отсчет которого вновь начинается с нуля.

Пример выполнения ИДЗ Д1

Дано: $m = 5$ кг, $v_0 = 15$ м/с, $Q = 14$ Н, $R = \mu v^2$ Н, $\mu = 0,16$,
 $l = 10$ м, $F_x = -10t$ Н. Для всех вариантов $f = 0,2\sqrt{3}$, $\alpha = 30^\circ$.

Найти закон движения груза на участке ac .

Решение

1. Рассмотрим движение груза D на участке AB , считая его материальной точкой.

Для участка AB введем декартову систему координат Axy с началом в точке A , направив ось Ax в сторону предполагаемого движения (от точки A к точке B).

Изобразим груз в произвольном положении при $x > 0$, считая, что проекция его скорости на ось Ax $v_x > 0$.

Покажем действующие на груз силы: вес $\vec{G} = m\vec{g}$, нормальную реакцию \vec{N} (вектор $\vec{N} \perp Ax$), силу трения \vec{F}_{mp} и силу сопротивления \vec{R}_{comp} , учтя, что векторы $\vec{F}_{mp}, \vec{R}_{comp} \updownarrow \vec{v}$. Активная сила \vec{Q} задана условиями задачи и уже изображена на рисунках Д1–9.

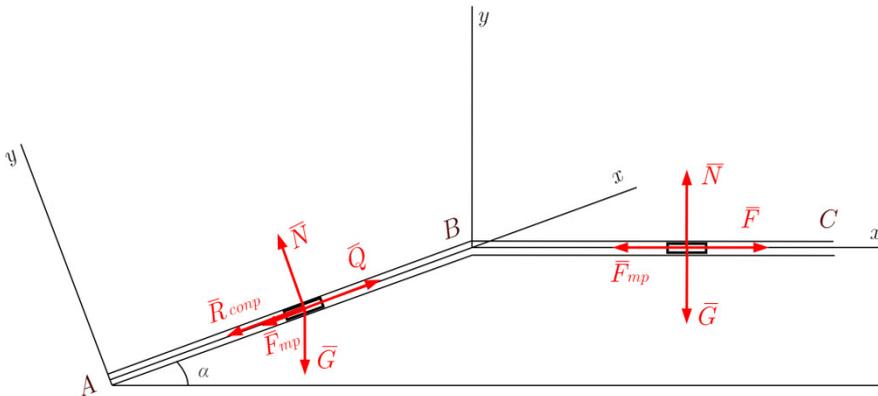


Рис. 1

Запишем основной закон динамики точки в векторной форме:

$$m\vec{w} = \sum \vec{F}_k \quad \text{или} \quad m\vec{w} = \vec{Q} + \vec{G} + \vec{R}_{comp} + \vec{F}_{mp} + \vec{N}. \quad (1)$$

В проекциях на оси системы координат Axy имеем два уравнения

$$\begin{cases} mw_x = Q - G \sin \alpha - R - F_{mp}, \\ mw_y = N - G \cos \alpha. \end{cases} \quad (2)$$

Т.к. движение груза D вдоль оси Ay отсутствует ($w_y = 0, v_y = 0 \forall t$), то из второго уравнения системы (2) сразу находим величину нормальной реакции $N = mg \cos \alpha$.

Поскольку модуль R силы сопротивления \bar{R}_{comp} зависит от скорости груза, а $\bar{F}_{mp} = f \cdot N (\forall t)$, первое уравнение системы можно записать как дифференциальное уравнение первого порядка относительно функции скорости $v_x(t)$:

$$m \frac{dv_x}{dt} = Q - mg(\sin \alpha + f \cos \alpha) - \mu v^2. \quad (3)$$

Так как здесь модуль $|\vec{v}| = v$ совпадает с проекцией скорости v_x на ось Ax , будем обозначать буквой v проекцию скорости v_x .

Уравнение (3) будет иметь вид

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{\mu}{m} \left(v^2 + \frac{mg(\sin \alpha + f \cos \alpha) - Q}{\mu} \right). \quad (4)$$

Обозначим $a^2 = \frac{mg(\sin \alpha + f \cos \alpha) - Q}{\mu}$ и вычислим значение

этой положительной при заданных условиях константы, принимая $g \approx 10 \text{ м/с}^2$.

$$\begin{aligned} a^2 &= \frac{5 \cdot 10(\sin 30^\circ + 0,2\sqrt{3} \cos 30^\circ) - 14}{0,16} = \frac{50 \left(\frac{1}{2} + 0,2\sqrt{3} \frac{\sqrt{3}}{2} \right) - 14}{0,16} = \\ &= \frac{50 \cdot 0,8 - 14}{0,16} = 162,5. \end{aligned}$$

Покажем, что размерность a^2 совпадает с размерностью v^2 (м/с^2). Для этого установим размерность коэффициента μ в зависимости $R = \mu v^2$, что требовалось сделать по условию задачи.

Так как

$$R[H] = \mu \left[v^2 \left[\frac{m^2}{c^2} \right] \right], \text{ то } \frac{R}{v^2} \left[\frac{H \cdot c^2}{m^2} \right] = \mu \left[\frac{H \cdot c^2}{m^2} \right].$$

Тогда

$$\frac{mg(\sin \alpha + f \cos \alpha) - Q}{\mu} \left[\frac{H \cdot m^2}{H \cdot c^2} \right] = a^2 \left[\frac{m^2}{c^2} \right].$$

Замечание. Может оказаться, что величина

$$Q > mg(\sin \alpha + f \cos \alpha).$$

Тогда следует принять $a^2 = \frac{Q - mg(\sin \alpha + f \cos \alpha)}{\mu}$.

Запишем исходное дифференциальное уравнение движение груза на участке AB в виде

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{\mu}{m}(v^2 + a^2). \quad (5)$$

Уравнение (5) можно проинтегрировать по t , если по условиям задачи задано время движения груза на участке AB . В нашем случае задана длина участка AB и следует перейти к интегрированию по координате по формуле $\frac{dv}{dt} = v \frac{dv}{dx}$. Законность такой замены и ее связь с правилами дифференцирования сложной функции смотрите в лекционном курсе.

Вместо дифференциального уравнения (5) имеем уравнение

$$v \frac{dv}{dx} = -\frac{\mu}{m}(v^2 + a^2). \quad (6)$$

Разделим переменные в уравнении (6) и проинтегрируем левую и правую части в соответствующих пределах

$$\int_{v_0}^{v_B} \frac{v dv}{v^2 + a^2} = -\frac{\mu}{m} \int_0^l dx. \quad (7)$$

Заметим, что так как нам не нужен закон изменения скорости груза на участке AB , то мы воспользовались определенными интегралами с конечными пределами интегрирования. Здесь $v_B = v(x = l)$.

Вычислим интеграл

$$\int_{v_0}^{v_B} \frac{v dv}{v^2 + a^2} = \frac{1}{2} \int_{v_0}^{v_B} \frac{dv^2}{v^2 + a^2} = \frac{1}{2} \ln(v^2 + a^2) \Big|_{v_0}^{v_B} = \frac{1}{2} \ln \frac{v_B^2 + a^2}{v_0^2 + a^2}.$$

Равенство (7) дает

$$\ln \frac{v_B^2 + a^2}{v_0^2 + a^2} = -\frac{2\mu}{m} l \quad \text{или} \quad \frac{v_B^2 + a^2}{v_0^2 + a^2} = e^{-\frac{2\mu l}{m}}. \quad (8)$$

Вычислим значения

$$-\frac{2\mu}{m} l = \frac{2 \cdot 0,16}{5} \cdot 10 = 0,64, \quad e^{-0,64} \approx 0,5273.$$

Из второго равенства (8) находим

$$v_B^2 = (v_0^2 + a^2) \cdot e^{-\frac{2\mu l}{m}} - a^2 = 387,5 \cdot 0,5273 - 162,5 = 41,829,$$

откуда $v_B = \sqrt{41,829} \approx 6,47$ м/с.

2. Рассмотрим движение груза на участке BC . Конечная для участка AB скорость груза $v_B = 6,47$ м/с будет начальной при изучении движения груза на участке BC .

Для участка BC введем новую декартову систему координат Bxy .

Изобразим груз в произвольном положении с координатой $x > 0$, считая, что проекция скорости груза $v_x > 0$ в указанном положении.

Изобразим действующие на груз силы: вес $\vec{G} = m\vec{g}$, нормальную реакцию \vec{N} (вектор $\vec{N} \perp Bx$), силу трения \vec{F}_{mp} ($\vec{F}_{mp} \uparrow \downarrow \vec{v}$) и активную силу \vec{F} так, что $np_x \vec{F} > 0$.

Истинное направление вектора силы \vec{F} фактически задано условиями задачи, так как по условию дана непосредственно проекция силы \vec{F} на ось Bx .

Основной закон динамики точки для участка BC

$$m\vec{w} = \sum \vec{F}_k \quad \text{или} \quad m\vec{w} = \vec{F} + \vec{G} + \vec{F}_{mp} + \vec{N} \quad (9)$$

в проекциях на оси системы координат Bxy приводим к системе двух уравнений

$$\begin{cases} mw_x = F_x - F_{mp}, \\ mw_y = N - G. \end{cases} \quad (10)$$

Так же, как и на участке движения AB , проекции $w_y = v_y = 0$ для любого момента времени.

Тогда из второго уравнения системы (10) находим $N = G = mg$, а первое уравнение записывается в виде

$$m \frac{dv}{dt} = -10t - fmg,$$

где $v = v_x$.

С учетом данных задачи получим простейшее дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными:

$$\frac{dv}{dt} = -2t - 2\sqrt{3}. \quad (11)$$

Умножая на dt левую и правую части равенства (11) и интегрируя с переменными верхними пределами в интегралах, получим

$$\int_{v_B}^{v(t)} dv = -2 \int_0^t t dt - 2\sqrt{3} \int_0^t dt,$$

откуда

$$v(t) = v_B - t^2 - 2\sqrt{3}t = -t^2 - 2\sqrt{3}t + 6,47. \quad (12)$$

Так как $v(t) = \frac{dx}{dt}$, то для координаты $x(t)$ имеем следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{dx}{dt} = -t^2 - 2\sqrt{3}t + 6,47. \quad (13)$$

Умножая на dt левую и правую части равенства (13) и интегрируя по времени

$$\int_0^{x(t)} dx = - \int_0^t t^2 dt - 2\sqrt{3} \int_0^t t dt + 6,47 \int_0^t dt, \quad (14)$$

найдем $x(t) = -\frac{1}{3}t^3 - \sqrt{3}t^2 + 6,47t$.

Важное замечание. Найденная в формуле (14) зависимость $x(t)$ не является точным и окончательным ответом на вопрос, поставленный в задаче. Это связано с особенностями решения задач динамики

при наличии сил сухого трения (см. соответствующий пункт и примеры в лекционном курсе).

Известно, что если в какой-то момент времени скорость точки становится равной нулю, то в задаче требуется произвести дополнительные исследования.

Можно предположить, что под действием заданных активных сил точка начнет движение с нулевой начальной скоростью в противоположную сторону. При этом (и это важно!) направление силы трения следует изменить на противоположное.

Может, однако, оказаться, что и это движение не реализуется. Это означает, что материальная точка может оставаться в состоянии покоя $\forall t: t > t^*$, где t^* — время остановки, даже при наличии переменных, зависящих от времени, активных сил до тех пор, пока эти силы не выведут ее из такого состояния.

В нашем примере легко найти момент остановки движения груза, приравняв зависимость $v(t)$ по формуле (12) к нулю и найдя положительный корень уравнения $-t^2 - 2\sqrt{3}t + 6,47 = 0$.

Решив данное уравнение, получим, что $t_1 \approx 1,35$ с — единственный положительный корень ($t_2 \approx -4,81 < 0$).

Таким образом, зависимость скорости груза D от времени на участке BC по формуле (12) справедлива лишь $\forall t: t \in [0, 1,35]$, а искомый закон движения груза на этом участке действительно определяется по формуле (14), но только для $t \in [0, 1,35]$.

Ответ. Закон движения груза на участке BC :

$$x(t) = -\frac{1}{3}t^3 - \sqrt{3}t^2 + 6,47t \text{ м, } t \in [0, 1,35].$$

Рекомендация. При решении своего варианта ИДЗ Д1 на участке BC ограничиться выяснением того, что скорость груза $v(t)$ остается положительной $\forall t \in R$ (в большинстве вариантов) или остается таковой по крайней мере $\forall t: t \in [0, t^*]$, где $t^* > 0$. Величину t^* можно не находить.

Вопросы к устному опросу для текущего контроля успеваемости

Раздел 1. КИНЕМАТИКА.

Тема 1.1. Кинематика точки.

Основные понятия. Основная задача кинематики. Способы задания движения. Основные кинематические характеристики движения точки и их определение при различных способах задания движения.

Тема 1.1. Кинематика точки.

Разбор, анализ и решение задач. Выдача домашнего задания к зачету.

Тема 1.2. Поступательное и вращательное движения твердого тела.

Определение поступательного движения тела. Теорема о скоростях и ускорениях его точек. Определение вращательного движения твердого тела и его закон. Основные кинематические характеристики вращательного движения. Формула Эйлера. Теоремы о скоростях и ускорениях точек вращающегося тела.

Тема 1.3. Сложное движение точки

Сложение скоростей. Относительная, переносная и абсолютная скорости. Формулы Пуассона. Сложение ускорений Относительное и переносное ускорения, кориолисово ускорение, абсолютное движение и абсолютное ускорение.

Тема 1.3. Сложное движение точки

Разбор, анализ и решение задач. Выдача домашнего задания к зачету.

Тема 1.4. Плоскопараллельное движение твердого тела.

Определение плоского движения твердого тела. Теоремы о сложении скоростей и о проекциях скоростей двух точек. Понятие о мгновенном центре скоростей. Мгновенно поступательное и мгновенно вращательное движения.

Тема 1.4. Теорема о сложении ускорений. Определение скоростей и ускорений точек тела в плоском движении. Разбор, анализ и решение задач.

Тема 1.5. Кинематика движения твердого тела с неподвижной точкой. Мгновенная ось вращения. Скорости и ускорения точек твердого тела. Кинематические уравнения Эйлера.

Тема 1.6. Кинематика свободного движения твердого тела. Сложное движение твердого тела.

Раздел 2. СТАТИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

Тема 2.1. Основные понятия, определения, аксиомы. Сила, сложение и разложение сил, связи и их реакции. Сходящаяся система сил. Условия равновесия для сходящейся системы сил.

Тема 2.2. Условия равновесия для произвольной плоской системы сил.

Основные понятия: момент силы относительно точки, теорема Вариньона, пара сил, момент пары сил, различные формы условий (уравнений) равновесия.

Тема 2.3. Условия равновесия для произвольной пространственной системы сил.

Моменты сил относительно центра и оси, момент пары сил в пространстве, условия равновесия произвольной пространственной системы сил. Теорема Вариньона.

Раздел 3. ДИНАМИКА.

Тема 3.1. Динамика точки

Предмет динамики. Основные понятия и определения. Законы динамики. Первая и вторая (основная) задачи динамики точки. Свободное и несвободное движения точки. Дифференциальные уравнения движения. Задача Коши.

Тема 3.2. Общие теоремы динамики точки.

Основные понятия: количество движения, импульс силы, кинетическая энергия, работа силы, мощность. Теоремы об изменении количества движения, кинетической энергии и момента количества движения. Законы сохранения.

Тема 3.3. Прямолинейные колебания

Свободные колебания точки без учета и с учетом сил сопротивления. Вынужденные колебания. Резонанс. Численные характеристики колебательных процессов. Зависимость амплитуды вынужденных колебаний от частоты периодической возмущающей силы.

Тема 3.4. Динамика относительного движения точки.

Переносная и кориолисова силы инерции. Основной закон динамики относительного движения точки. Относительный покой.

Тема 3.5. Динамика системы и твердого тела.

Основные понятия: механическая система, силы внутренние и внешние, центр масс системы и твердого тела, моменты инерции. Теорема Гюйгенса. Вычисление моментов инерции (примеры). Моменты инерции известных тел и фигур.

Тема 3.6. Основные теоремы динамики системы

Теорема о движении центра масс, изменении количества движения, кинетической энергии и кинетического момента.

Законы сохранения движения центра масс, количества движения, кинетической энергии и кинетического момента.

Дифференциальные уравнения движения свободного твердого тела.

Раздел 4. АНАЛИТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА.

Тема 4.1. Основные понятия аналитической механики

Свободные и несвободные материальные системы. Связи и их классификация: стационарные и нестационарные, геометрические и кинематические, голономные и неголономные. Виртуальные скорости и виртуальные перемещения.

Тема 4.2. Виртуальная работа.

Идеальные связи. Уравнения Лагранжа первого рода. Случай неидеальных (с трением) связей. Решение задач.

Тема 4.3. Принципы в аналитической механике.

Принцип виртуальных перемещений и задачи о равновесии. Принцип Даламбера и метод кинетостатики. Главный вектор и главный момент сил инерции твердого тела.

Тема 4.4. Обобщенные координаты.

Обобщенные координаты. Обобщенные силы. Принцип виртуальных перемещений в обобщенных координатах. Случай консервативных сил.

Тема 4.5. Общее уравнение динамики и уравнения Лагранжа второго рода.

Тема 4.6. Примеры на составление уравнений Лагранжа второго рода для систем с одной и двумя степенями свободы. Учет дополнительных связей и неидеальных связей.

Тема 4.7. Уравнения движения в потенциальном поле.

Уравнения Лагранжа второго рода в случае потенциальных сил. Обобщенный интеграл энергии.

Тема 4.8. Канонические уравнения Гамильтона.

Переменные Гамильтона. Функция Гамильтона. Канонические уравнения Гамильтона.

Тема 4.9. Вариационные принципы механики.

Действие по Гамильтону. Принцип Гамильтона-Остроградского.

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Основные понятия, определения и аксиомы статики твердого тела.
2. Сложение и разложение сил, связи и их реакции.
3. Условия равновесия сходящейся системы сил. Статическая определенность и неопределенность систем.
4. Момент силы относительно центра на плоскости. Теорема Вариньона о моменте равнодействующей.
5. Пара сил. Момент пары. Эквивалентность пар. Теорема о сложении пар.
6. Теорема о параллельном переносе силы.
7. Теорема о приведении плоской системы сил к данному центру. Условия равновесия произвольной плоской системы сил.
8. Момент силы относительно центра в пространстве. Момент пары сил в пространстве.
9. Момент силы относительно оси. Теорема о зависимости между моментами силы относительно центра и относительно оси.
10. Теорема о приведении пространственной системы сил к данному центру. Условия равновесия произвольной пространственной системы сил.
11. Основные понятия и основная задача кинематики точки и твердого тела.
12. Способы задания движения точки. Траектория движения.
13. Основные кинематические характеристики движения. Определение векторов скорости и ускорения точки.
14. Основные кинематические характеристики движения при естественном способе задания.
15. Поступательное движение твердого тела. Теорема о скоростях и ускорениях его точек.
16. Вращательное движение твердого тела и его закон. Кинематические характеристики вращательного движения. Формула Эйлера. Теоремы о скоростях и ускорениях точек вращающегося тела.
17. Определение плоского движения твердого тела. Теорема о представлении плоского движения. Теоремы о сложении скоростей и о проекциях скоростей двух точек. Понятие о мгновенном центре скоростей. Мгновенно поступательное и мгновенно вращательное движения.
18. Сложное движение точки. Относительное, переносное и абсолютное движения и их основные кинематические характеристики.
19. Теорема о сложении скоростей.
20. Формулы Пуассона. Теорема Кориолиса.
21. Основные понятия, определения и законы динамики.
22. Первая и вторая задачи динамики точки. Задача Коши. Основные классы интегрируемых дифференциальных уравнений динамики точки.
23. Импульс силы и теорема об изменении количества движения точки.
24. Работа силы и теорема об изменении кинетической энергии точки. Мощность.
25. Теорема об изменении кинетического момента (момента количества движения) точки.
26. Свободные колебания точки без учета и с учетом сил сопротивления. Основные динамические характеристики колебательных процессов.
27. Вынужденные колебания. Резонанс.
28. Понятие о механической системе. Внутренние и внешние силы. Центр масс. Момент инерции твердого тела относительно оси. Теорема Гюйгенса.
29. Теорема о движении центра масс системы. Закон сохранения движения центра масс.
30. Теорема об изменении количества движения системы и закон его сохранения.
31. Теорема об изменении кинетического момента системы и закон его сохранения.
32. Теорема об изменении кинетической энергии системы и закон ее сохранения.
33. Определение плоского движения твердого тела. Теорема о представлении плоского движения. Теоремы о сложении скоростей и о проекциях скоростей двух точек. Понятие

- о мгновенном центре скоростей. Мгновенно поступательное и мгновенно вращательное движения.
34. Сложное движение точки. Относительное, переносное и абсолютное движения и их основные кинематические характеристики.
 35. Теорема о сложении скоростей.
 36. Формулы Пуассона. Теорема Кориолиса
 37. Основные понятия, определения и законы динамики.
 38. Первая и вторая задачи динамики точки. Задача Коши. Основные классы интегрируемых дифференциальных уравнений динамики точки.
 39. Импульс силы и теорема об изменении количества движения точки.
 40. Работа силы и теорема об изменении кинетической энергии точки. Мощность.
 41. Теорема об изменении кинетического момента (момента количества движения) точки.
 42. Свободные колебания точки без учета и с учетом сил сопротивления. Основные динамические характеристики колебательных процессов.
 43. Вынужденные колебания. Резонанс.
 44. Понятие о механической системе. Внутренние и внешние силы. Центр масс. Момент инерции твердого тела относительно оси. Теорема Гюйгенса
 45. Теорема о движении центра масс системы. Закон сохранения движения центра масс.
 46. Теорема об изменении количества движения системы и закон его сохранения.
 47. Теорема об изменении кинетического момента системы и закон его сохранения.
 48. Теорема об изменении кинетической энергии системы и закон ее сохранения.
 49. Потенциальное поле и силовая функция.
 50. Потенциальная энергия и закон сохранения механической энергии.
 51. Приложение общих теорем к динамике твердого тела. Дифференциальные уравнения вращательного и плоского движения твердого тела.
 52. Свободные и несвободные материальные системы. Связи и их классификация: стационарные и нестационарные, геометрические и кинематические, голономные и неголономные.
 53. Виртуальные скорости и виртуальные перемещения.
 54. Виртуальная работа. Идеальные связи.
 55. Уравнения Лагранжа первого рода. Случай неидеальных (с трением) связей.
 56. Принцип виртуальных перемещений и задачи о равновесии
 57. Принцип Даламбера и метод кинетостатики. Главный вектор и главный момент сил инерции твердого тела.
 58. Обобщенные координаты. Обобщенные силы.
 59. Принцип виртуальных перемещений в обобщенных координатах. Консервативные силы.
 60. Общее уравнение динамики. Вывод.
 61. Уравнения Лагранжа второго рода. Вывод.
 62. Учет дополнительных связей и неидеальных связей в уравнениях Лагранжа второго рода.
 63. Потенциал, потенциальное поле, потенциальные силы.
 64. Уравнения Лагранжа второго рода в случае потенциальных сил. Обобщенный интеграл энергии. Лагранжиан.
 65. Переменные Гамильтона. Функция Гамильтона. Гамильтониан. Канонические уравнения Гамильтона
 66. Действие по Гамильтону. Принцип Гамильтона-Остроградского. Общее понятие о вариационных принципах механики.

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

При проведении экзамена могут быть учтены результаты освоения дисциплины за семестр.

Минимальное и максимальное (общее) количество баллов за 5 семестр

Вид работы (контрольные точки)		Минимальное количество баллов	Максимальное количество баллов	Вес, %
1.	Устный опрос, лабораторные работы по разделу 1	9	15	30
2.	Устный опрос, лабораторные работы по разделу 2	6	10	20
3.	Устный опрос, задачи и упражнения, лабораторные работы по разделу 3	9	15	30
4.	Устный опрос, задачи и упражнения по разделу 4	6	10	20
ИТОГО		30	50	100

Критерии оценивания индивидуальных заданий

На каждый раздел выдается 5 **индивидуальных заданий**, каждое правильно выполненное задание оценивается в 1 балл. Максимальное количество баллов за одну КТ по индивидуальным заданиям – 5 баллов.

Критерии оценивания устного опроса

Систематически проводятся устные опросы. Правильный ответ на вопрос преподавателя оценивается в один балл. Максимальное количество баллов за одну КТ за устный опрос - 5 баллов.

Критерии оценивания лабораторных работ

Каждая лабораторная работа состоит из нескольких пунктов, которые предстоит выполнить студенту. Баллы за КТ выставляются в зависимости от качества проделанной студентом работы: получение верного результата, понимание проделанной работы, оформление, устный ответ. Максимальное количество баллов за одну КТ по лабораторным работам - 10 баллов (максимальное количество баллов за одну лабораторную работу - 5 баллов).

Критерии и шкала оценивания результатов изучения дисциплины на промежуточной аттестации

Шкала оценивания

«Отлично» – выставляется, если сформированность заявленных индикаторов компетенций 95% более (в соответствии с картами компетенций ОП): студент показал прочные знания основных положений фактического материала, умение самостоятельно решать конкретные практические задачи повышенной сложности, свободно использовать справочную литературу, делать обоснованные выводы из результатов анализа конкретных ситуаций;

«Хорошо» – выставляется, если сформированность заявленных индикаторов компетенций на 75% и более (в соответствии с картами компетенций ОП): обучающийся показал прочные знания основных положений фактического материала, умение самостоятельно решать конкретные практические задачи, предусмотренные рабочей программой, ориентироваться в рекомендованной справочной литературе, умеет правильно оценить полученные результаты анализа конкретных ситуаций;

«Удовлетворительно» – выставляется, если сформированность заявленных индикаторов компетенций 60% и более (в соответствии с картами компетенций ОП): обучающийся показал знание основных положений фактического материала, умение получить с помощью преподавателя правильное решение конкретной практической задачи из числа предусмотренных рабочей программой, знакомство с рекомендованной справочной литературой;

«Неудовлетворительно» – выставляется, если сформированность заявленных индикаторов компетенций менее чем 59% (в соответствии с картами компетенций ОП): при ответе обучающегося выявились существенные пробелы в знаниях основных положений фактического материала, неумение с помощью преподавателя получить правильное решение конкретной практической задачи из числа предусмотренных рабочей программой учебной дисциплины.