**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«Самарский государственный технический университет»**
(ФГБОУ ВО «СамГТУ»)

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по учебной работе
_____ / О.В. Юсупова
"_____" _____ 20___ г.

# РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

## Б1.О.03.12 «Физико-математические методы расчета нефтегазового оборудования»

| | |
|---|---|
| **Код и направление подготовки (специальность)** | 15.03.02 Технологические машины и оборудование |
| **Направленность (профиль)** | Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов |
| **Квалификация** | Бакалавр |
| **Форма обучения** | Очная |
| **Год начала подготовки** | 2022 |
| **Институт / факультет** | Институт нефтегазовых технологий (ИНГТ) |
| **Выпускающая кафедра** | кафедра "Машины и оборудование нефтегазовых и химических производств" |
| **Кафедра-разработчик** | кафедра "Машины и оборудование нефтегазовых и химических производств" |
| **Объем дисциплины, ч. / з.е.** | 108 / 3 |
| **Форма контроля (промежуточная аттестация)** | Зачет |

Самара 2022

**Б1.О.03.12 «Физико-математические методы расчета нефтегазового оборудования»**

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки (специальности) **15.03.02 Технологические машины и оборудование**, утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от № 1170 от 20.10.2015 и соответствующего учебного плана.

Разработчик РПД:

| | |
|---|---|
| Доцент, кандидат технических наук | С.В Иваняков |
| (должность, степень, ученое звание) | (ФИО) |

| | |
|---|---|
| Заведующий кафедрой | И.Д. Ибатуллин, доктор технических наук |
| | (ФИО, степень, ученое звание) |

СОГЛАСОВАНО:

| | |
|---|---|
| Председатель методического совета факультета / института (или учебно-методической комиссии) | А.Ю Чуркина, кандидат химических наук, доцент |
| | (ФИО, степень, ученое звание) |
| Руководитель образовательной программы | С.Б. Коныгин, доктор технических наук, доцент |
| | (ФИО, степень, ученое звание) |

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы ..... 4
2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы ..... 5
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся ..... 5
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам), с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий ..... 5
4.1 Содержание лекционных занятий ..... 6
4.2 Содержание лабораторных занятий ..... 7
4.3 Содержание практических занятий ..... 7
4.4. Содержание самостоятельной работы ..... 9
5. Перечень учебной литературы и учебно-методического обеспечения по дисциплине (модулю) ..... 11
6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения ..... 12
7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», профессиональных баз данных, информационно-справочных систем ..... 12
8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю) ..... 13
9. Методические материалы ..... 13
10. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) ..... 15

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

| Наименование категории (группы) компетенций | Код и наименование компетенции | Код и наименование индикатора достижения компетенции | Результаты обучения (знать, уметь, владеть, соотнесенные с индикаторами достижения компетенции) |
|---|---|---|---|
| Общепрофессиональные компетенции | | | |
| | ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности; | ОПК-1.1 Решает задачи профессиональной деятельности с использованием методов математики и математического моделирования | Владеть методами математического моделирования |
| | | | Знать методы математики и математического моделирования |
| | | | Уметь решать задачи профессиональной деятельности |
| | | ОПК-1.2 Использует базовые знания в области физики и химии для решения задач профессиональной деятельности | Владеть навыками составления задач профессиональной деятельности |
| | | | Знать базовые знания в области физики и химии |
| | | | Уметь решать базовые знания в области физики и химии для решения задач профессиональной деятельности |
| | | ОПК-1.3 Решает задачи профессиональной деятельности с использованием общеинженерных знаний | Владеть способностью использования общеинженерных знаний |
| | | | Знать способы решения задач профессиональной деятельности |
| | | | Уметь решать задачи профессиональной деятельности с использованием общеинженерных знаний |

## 2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы: **базовая часть**

| Код компетенции | Предшествующие дисциплины | Параллельно осваиваемые дисциплины | Последующие дисциплины |
|---|---|---|---|
| ОПК-1 | Математика; Материаловедение и технологии конструкционных материалов; Процессы и агрегаты нефтегазовых технологий; Физика; Химия; Электротехника и электроника | Электротехника и электроника | Подготовка к процедуре защиты и защита выпускной квалификационной работы |

## 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

| Вид учебной работы | Всего часов / часов в электронной форме | 4 семестр часов / часов в электронной форме |
|---|---|---|
| **Аудиторная контактная работа (всего),** в том числе: | 48 | 48 |
| Лекции | 16 | 16 |
| Практические занятия | 32 | 32 |
| **Внеаудиторная контактная работа, КСР** | 3 | 3 |
| **Самостоятельная работа (всего),** в том числе: | 57 | 57 |
| выполнение контрольных работ | 16 | 16 |
| подготовка к лекциям | 41 | 41 |
| **Итого: час** | 108 | 108 |
| **Итого: з.е.** | 3 | 3 |

## 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам), с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

| № раздела | Наименование раздела дисциплины | Виды учебной нагрузки и их трудоемкость, часы | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | ЛЗ | ЛР | ПЗ | СРС | Всего часов |
| 1 | Оптимизация геометрических размеров | 4 | 0 | 12 | 15 | 31 |
| 2 | Определение нагрузок на отдельные элементы аппаратов | 4 | 0 | 4 | 14 | 22 |
| 3 | Решение задач с элементами траектории движения | 4 | 0 | 8 | 14 | 26 |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | Колебания и виброизоляция | 4 | 0 | 8 | 14 | 26 |
| | **КСР** | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| | **Итого** | 16 | 0 | 32 | 57 | 108 |

## 4.1 Содержание лекционных занятий

| **№ занятия** | **Наименование раздела** | **Тема лекции** | **Содержание лекции** (перечень дидактических единиц: рассматриваемых подтем, вопросов) | **Количество часов / часов в электронной форме** |
|---|---|---|---|---|
| **4 семестр** | | | | |
| 1 | Оптимизация геометрических размеров | Введение. Тема 1.1. Оптимизация геометрических размеров | Содержание курса и его назначение. Конструктивные особенности химической техники, влияние параметров техно-логического процесса на форму технологического оборудования. Критерии оптимизации и оптимальное проектирование машин и аппаратов Оболочки вращения: основные понятия. Главные радиусы кривизны и их определение для оболочек различных форм в произвольных точках. Определение поверхностей и объемов оболочек различной формы: цилиндр, сфера, конус, эллипсоид вращения, тор, сфера с торовым переходом к цилиндру, конус с торовым переходом к цилиндру | 2 |
| 2 | Оптимизация геометрических размеров | Тема 1.2. Оптимизация геометрических размеров аппаратов, работающих под атмосферным давлением Тема 1.3. Оптимизация геометрических размеров аппаратов, работающих под избыточным давлением | Расчет оптимальных размеров емкостных цилиндрических аппаратов с различными днищами (плоскими, конически-ми, эллиптическими и сферическими без переходов и с переходами), работающих под атмосферным давлением, из условия минимизации затрат металла на их изготовление. Вывод уравнения Лапласа. Вывод формул для расчета толщин стенок, оболочек вращения. Расчет оптимальных размеров цилиндрических емкостных аппаратов, работающих под внутренним давлением | 2 |
| 3 | Определение нагрузок на отдельные элементы аппаратов | Тема 2.1. Определение центров тяжести элементов оборудования | Центры масс оболочек и объемов различных геометрических форм. Методы нахождения положения центров масс простейших элементов и реальных технологических аппаратов. | 2 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 4 | Определение нагрузок на отдельные элементы аппаратов | Тема 2.2. Определение нагрузок на отдельные элементы аппаратов | Определение основных нагрузок на отдельные элементы при монтаже аппаратов. Оптимальное расположение опор горизонтальных аппаратов с различными типами днищ. | 2 |
| 5 | Решение задач с элементами траектории движения | Тема 3.1. Решение задач с элементами траектории движения. | Движение тела, брошенного под определенным углом к линии горизонта. Теория низконапорного истечения жидкости на отверстия в стенке. Траектория низконапорной струи | 2 |
| 6 | Решение задач с элементами траектории движения | Тема 3.2. Решение задач с движением частиц в средах. | Осаждение твердых частиц в поле тяжести земли. Пылеосадочные камеры и отстойники. Методы определения основных геометрических размеров | 2 |
| 7 | Колебания и виброизоляция | Тема 4.1. Колебания и виброизоляция | Колебания. Свободные колебания. Свободные колебания с затуханием. Вынужденные колебания. Вынужденные колебания с затуханием. Передача силы на основание. Виброизоляция | 2 |
| 8 | Колебания и виброизоляция | Тема 4.2. Гашение колебаний | Гашение колебаний при постоянной возбуждающей силе: динамические гасители колебаний без затухания, динамический гаситель колебаний с затуханием. Гашение колебаний при переменной возбуждающей силе. Системы совместно работающих пружин. | 2 |
| | | | **Итого за семестр:** | **16** |
| | | | **Итого:** | **16** |

## 4.2 Содержание лабораторных занятий

Учебные занятия не реализуются.

## 4.3 Содержание практических занятий

| **№ занятия** | **Наименование раздела** | **Тема практического занятия** | **Содержание практического занятия** (перечень дидактических единиц: рассматриваемых подтем, вопросов) | **Количество часов / часов в электронной форме** |
|---|---|---|---|---|
| **4 семестр** | | | | |
| 1 | Оптимизация геометрических размеров | Тема 1.1. Оптимизация геометрических размеров. | Оболочки вращения: основные понятия. | 2 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2 | Оптимизация геометрических размеров | Тема 1.1. Оптимизация геометрических размеров (продолжение). | Главные радиусы кривизны | 2 |
| 3 | Оптимизация геометрических размеров | Тема 1.1. Оптимизация геометрических размеров (продолжение). | Определение поверхностей и объемов оболочек | 2 |
| 4 | Оптимизация геометрических размеров | Тема 1.2. Оптимизация геометрических размеров аппаратов, работающих под атмосферным давлением. | Расчет оптимальных размеров емкостных цилиндрических аппаратов. | 2 |
| 5 | Оптимизация геометрических размеров | Тема 1.3. Оптимизация геометрических размеров аппаратов, работающих под избыточным давлением. | Расчет оптимальных размеров цилиндрических емкостных аппаратов, работающих под внутренним давлением. | 2 |
| 6 | Оптимизация геометрических размеров | Тема 1.3. Оптимизация геометрических размеров аппаратов, работающих под избыточным давлением (продолжение). | Расчет оптимальных размеров цилиндрических емкостных аппаратов, работающих под внутренним давлением (продолжение). Контрольная работа по разделу "Оптимизация геометрических размеров" | 2 |
| 7 | Определение нагрузок на отдельные элементы аппаратов | Тема 2.1. Определение центров тяжести элементов оборудования. | Расчет центров тяжести элементов оборудования. Нахождение положения центров масс простейших элементов. Расчет центров тяжести элементов оборудования. Нахождение положения центров масс реальных технологических аппаратов. | 2 |
| 8 | Определение нагрузок на отдельные элементы аппаратов | Тема 2.2. Определение нагрузок на отдельные элементы аппаратов. | Определение нагрузок на отдельные элементы при монтаже аппаратов. Оптимальное расположение опор горизонтальных аппаратов. Контрольная работа по разделу "Определение нагрузок на отдельные элементы аппаратов" | 2 |
| 9 | Решение задач с элементами траектории движения | Тема 3.1. Решение задач с элементами траектории движения. | Движение тела, брошенного под углом к линии горизонта. Низконапорное истечение жидкости из отверстия в стенке. | 2 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 10 | Решение задач с элементами траектории движения | Тема 3.1. Решение задач с элементами траектории движения (продолжение). | Траектория низконапорной струи. | 2 |
| 11 | Решение задач с элементами траектории движения | Тема 3.2. Решение задач с движением частиц в средах. | Осаждение твердых частиц в поле тяжести Земли. Пылеосадительные камеры и отстойники. | 2 |
| 12 | Решение задач с элементами траектории движения | Тема 3.2. Решение задач с движением частиц в средах (продолжение). | Методы определения основных геометрических размеров отстойников. Контрольная работа по разделу "Решение задач с элементами траектории движения" | 2 |
| 13 | Колебания и виброизоляция | Тема 4.1. Колебания и виброизоляция. | Свободные колебания. Вынужденные колебания. | 2 |
| 14 | Колебания и виброизоляция | Тема 4.1. Колебания и виброизоляция (продолжение). | Передача силы на основание. | 2 |
| 15 | Колебания и виброизоляция | Тема 4.2. Гашение колебаний. | Динамические гасители колебаний. | 2 |
| 16 | Колебания и виброизоляция | Тема 4.2. Гашение колебаний (продолжение). | Гашение колебаний при постоянной вынуждающей силе. Контрольная работа по разделу "Колебания и виброизоляция" | 2 |
| **Итого за семестр:** | | | | **32** |
| **Итого:** | | | | **32** |

## 4.4. Содержание самостоятельной работы

| **Наименование раздела** | **Вид самостоятельной работы** | **Содержание самостоятельной работы** (перечень дидактических единиц: рассматриваемых подтем, вопросов) | **Количество часов** |
|---|---|---|---|
| **4 семестр** | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Оптимизация геометрических размеров | Подготовка к лекционным занятиям | Содержание курса и его назначение. Конструктивные особенности хи-мической техники, влияние параметров технологического процесса на форму технологического оборудования. Критерии оптимизации и оп-тимальное проектирование машин и аппаратов Оболочки вращения: основные понятия. Главные радиусы кривизны и их определение для оболочек различных форм в произвольных точках. Определение поверхностей и объемов оболочек различной формы: ци-линдр, сфера, конус, эллипсоид вращения, тор, сфера с торовым пере-ходом к цилиндру, конус с торовым переходом к цилиндру Расчет оптимальных размеров емкостных цилиндрических аппаратов с различными днищами (плоскими, коническими, эллиптическими и сфе-рическими без переходов и с переходами), работающих под атмосфер-ным давлением, из условия минимизации затрат металла на их изго-товление. Вывод уравнения Лапласа. Вывод формул для расчета толщин стенок, оболочек вращения. Расчет оптимальных размеров цилиндрических емкостных аппаратов, работающих под внутренним давлением | 13 |
| Оптимизация геометрических размеров | Подготовка к контрольной работе №1. | Оптимизация геометрических размеров оборудования | 2 |
| Определение нагрузок на отдельные элементы аппаратов | Подготовка к лекционным занятиям | Центры масс оболочек и объемов различных геометрических форм. Методы нахождения положения центров масс простейших элементов и реальных технологических аппаратов. Определение основных нагрузок на отдельные элементы при монтаже аппаратов. Оптимальное расположение опор горизонтальных аппара-тов с различными типами днищ. | 12 |
| Определение нагрузок на отдельные элементы аппаратов | Подготовка к контрольной работе №2 | Определение нагрузок на отдельные элементы аппаратов | 2 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Решение задач с элементами траектории движения | Подготовка к лекционным занятиям | Движение тела, брошенного под определенным углом к линии горизон-та. Теория низконапорного истечения жидкости на отверстия в стенке. Траектория низконапорной струи Осаждение твердых частиц в поле тяжести. Пылеосадочные камеры и отстойники. Методы определения основных геометрических размеров | 12 |
| Решение задач с элементами траектории движения | Подготовка к контрольной работе №3 | Решение задач с элементами траектории движения | 2 |
| Колебания и виброизоляция | Подготовка к лекционным занятиям | Колебания. Свободные колебания. Свободные колебания с затуханием. Вынужденные колебания. Вынужденные колебания с затуханием. Пе-редача силы на основание. Виброизоляция Гашение колебаний при постоянной возбуждающей силе: динамиче-ские гасители колебаний без затухания, динамический гаситель коле-баний с затуханием. Гашение колебаний при переменной возбуждаю-щей силе. Системы совместно работающих пружин. | 12 |
| Колебания и виброизоляция | Подготовка к контрольной работе №4 | Колебания и виброизоляция | 2 |
| | | **Итого за семестр:** | **57** |
| | | **Итого:** | **57** |

## 5. Перечень учебной литературы и учебно-методического обеспечения по дисциплине (модулю)

| № п/п | Библиографическое описание | Ресурс НТБ СамГТУ (ЭБС СамГТУ, IPRbooks и т.д.) |
|---|---|---|
| Основная литература | | |
| 1 | Основы методов оптимизации: учеб.пособие / О. М. Батищева , И. С. Старчевой, Самар.гос.техн.ун-т.- Самара: 2014.- 77 с | Книжный фонд |
| 2 | Физико-математические методы в нефтяной технологии: учеб. пособие / В. П. Стариков, Н. Г. Кац.- М.: 2007.- 152 с | Книжный фонд |
| Дополнительная литература | | |
| 3 | Машины и аппараты химических производств: учеб. / А. С. Тимонин [и др.].- Калуга: 2014.- 854 с | Книжный фонд |
| 4 | Основы конструирования и расчета химической аппаратуры: справ. / А. А. Лащинский, А. Р. Толчинский.- М.: 2011.- 752 с | Книжный фонд |

Доступ обучающихся к ЭР НТБ СамГТУ (elib.samgtu.ru) осуществляется посредством электронной информационной образовательной среды университета и сайта НТБ СамГТУ по логину и паролю.

## 6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения

При проведении лекционных занятий используется мультимедийное оборудование.

Организовано взаимодействие обучающегося и преподавателя с использованием электронной ин-формационной образовательной среды университета.

| № п/п | Наименование | Производитель | Способ распространения |
|---|---|---|---|
| 1 | MathCad | PTC, Inc (Зарубежный) | Лицензионное |

## 7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», профессиональных баз данных, информационно-справочных систем

| № п/п | Наименование | Краткое описание | Режим доступа |
|---|---|---|---|
| 1 | "Электронный журнал Нефтегазовое дело" | http://ogbus.ru | Ресурсы открытого доступа |
| 2 | Журнал Вестник СамГТУ. Серия «Технические науки». | http://vestnik-teh.samgtu.ru/ | Ресурсы открытого доступа |
| 3 | сайт кафедры «Машины и оборудование нефтегазовых и химических производств» ФГБОУ ВПО «СамГТУ» | http://monhp.samgtu.ru | Ресурсы открытого доступа |
| 4 | Scopus - база данных рефератов и цитирования | http://www.scopus.com/ | Зарубежные базы данных ограниченного доступа |
| 5 | eLIBRARY.ru | http://www.eLIBRARY.ru/ | Российские базы данных ограниченного доступа |
| 6 | Электронная библиотека изданий СамГТУ | http://irbis.samgtu.local/cgi-bin/irbis64r_01/cgiirbis_64.exe | Российские базы данных ограниченного доступа |
| 7 | Электронная нефтегазовая библиотека РГУ нефти и газа им. Губкина | http://elib.gubkin.ru/ | Российские базы данных ограниченного доступа |

## 8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

**Лекционные занятия**

Аудитории для лекционных занятий укомплектованы мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории (наборы демонстрационного оборудования (проектор, экран, компьютер/ноутбук)).

**Практические занятия**

Аудитории для практических занятий укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения:
-компьютерный класс на 12 посадочных мест;
-ПО общего назначения;
-презентационная техника (проектор, экран, компьютер),

**Самостоятельная работа**

Помещения для самостоятельной работы оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интеренет» и доступом к электронной информационно-образовательной среде СамГТУ:
- читальный зал НТБ СамГТУ (ауд. 200 корпус № 8; ауд. 125 корпус № 1; ауд. 41, 31, 34, 35 Главный корпус библиотеки, ауд. 83а, 414, 416, 0209 АСА СамГТУ; ауд. 401 корпус №10);
- компьютерные классы (ауд. 208, 210 корпус № 8).

## 9. Методические материалы

### Методические рекомендации при работе на лекции

До лекции студент должен просмотреть учебно-методическую и научную литературу по теме лекции с тем, чтобы иметь представление о проблемах, которые будут разбираться в лекции.

Перед началом лекции обучающимся сообщается тема лекции, план, вопросы, подлежащие рассмотрению, доводятся основные литературные источники. Весь учебный материал, сообщаемый преподавателем, должен не просто прослушиваться. Он должен быть активно воспринят, т.е. услышан, осмыслен, понят, зафиксирован на бумаге и закреплен в памяти. Приступая к слушанию нового учебного материала, полезно мысленно установить его связь с ранее изученным. Следя за техникой чтения лекции (акцент на существенном, повышение тона, изменение ритма, пауза и т.п.), необходимо вслед за преподавателем уметь выделять основные категории, законы и определять их содержание, проблемы, предполагать их возможные решения, доказательства и выводы. Осуществляя такую работу, можно значительно облегчить себе понимание учебного материала, его конспектирование и дальнейшее изучение.

Конспектирование лекции позволяет обработать, систематизировать и лучше сохранить

полученную информацию с тем, чтобы в будущем можно было восстановить в памяти основные, содержательные моменты. Типичная ошибка, совершаемая обучающимся, дословное конспектирование речи преподавателя. Как правило, при записи «слово в слово» не остается времени на обдумывание, анализ и синтез информации. Отбирая нужную информацию, главные мысли, проблемы, решения и выводы, необходимо сокращать текст, строить его таким образом, чтобы потом можно было легко в нем разобраться. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых можно будет делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. С окончанием лекции работа над конспектом не может считаться завершенной. Нужно еще восстановить отдельные места, проверить, все ли понятно, уточнить что-то на консультации и т.п. с тем, чтобы конспект мог быть использован в процессе подготовки к практическим занятиям, зачету, экзамену. Конспект лекции – незаменимый учебный документ, необходимый для самостоятельной работы.

## Методические рекомендации при подготовке и работе на практическом занятии

Практические занятия по дисциплине проводятся в целях выработки практических умений и приобретения навыков в решении профессиональных задач.

Рекомендуется следующая схема подготовки к практическому занятию:

1. ознакомление с планом практического занятия, который отражает содержание предложенной темы;
2. проработка конспекта лекции;
3. чтение рекомендованной литературы;
4. подготовка ответов на вопросы плана практического занятия;
5. выполнение тестовых заданий, задач и др.

Подготовка обучающегося к практическому занятию производится по вопросам, разработанным для каждой темы практических занятий и (или) лекций. В процессе подготовки к практическим занятиям, необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной литературы.

Работа студентов во время практического занятия осуществляется на основе заданий, которые выдаются обучающимся в начале или во время занятия. На практических занятиях приветствуется активное участие в обсуждении конкретных ситуаций, способность на основе полученных знаний находить наиболее эффективные решения поставленных проблем, уметь находить полезный дополнительный материал по тематике занятий. Обучающимся необходимо обращать внимание на основные понятия, алгоритмы, определять практическую значимость рассматриваемых вопросов. На практических занятиях обучающиеся должны уметь выполнить расчет по заданным параметрам или выработать определенные решения по обозначенной проблеме. Задания могут быть групповые и индивидуальные. В зависимости от сложности предлагаемых заданий, целей занятия, общей подготовки обучающихся преподаватель может подсказать обучающимся алгоритм решения или первое действие, или указать общее направление рассуждений. Полученные результаты обсуждаются с позиций их адекватности или эффективности в рассмотренной ситуации.

## Методические рекомендации по выполнению самостоятельной работы

Организация самостоятельной работы обучающихся ориентируется на активные методы овладения знаниями, развитие творческих способностей, переход от поточного к индивидуализированному обучению с учетом потребностей и возможностей обучающегося.

Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной литературой, материалами периодических изданий и Интернета является наиболее эффективным методом получения дополнительных знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала. Все новые понятия по изучаемой теме необходимо выучить наизусть и внести в глоссарий, который целесообразно вести с самого начала изучения курса.

Самостоятельная работа реализуется:

- непосредственно в процессе аудиторных занятий;
- на лекциях, практических занятиях;

- в контакте с преподавателем вне рамок расписания;
- на консультациях по учебным вопросам, в ходе творческих контактов, при ликвидации задолженностей, при выполнении индивидуальных заданий и т.д.;
- в библиотеке, дома, на кафедре при выполнении обучающимся учебных и практических задач.

Эффективным средством осуществления обучающимся самостоятельной работы является электронная информационно-образовательная среда университета, которая обеспечивает доступ к учебным планам, рабочим программам дисциплин (модулей), практик, к изданиям электронных библиотечных систем.

## 10. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств представлен в приложении № 1.

Приложение 1 к рабочей программе дисциплины
Б1.О.03.12 «Физико-математические методы расчета нефтегазового оборудования»

**Фонд оценочных средств**
**по дисциплине**
**Б1.О.03.12 «Физико-математические методы расчета нефтегазового оборудования»**

| | |
|---|---|
| **Код и направление подготовки (специальность)** | 15.03.02 Технологические машины и оборудование |
| **Направленность (профиль)** | Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов |
| **Квалификация** | Бакалавр |
| **Форма обучения** | Очная |
| **Год начала подготовки** | 2022 |
| **Институт / факультет** | Институт нефтегазовых технологий (ИНГТ) |
| **Выпускающая кафедра** | кафедра "Машины и оборудование нефтегазовых и химических производств" |
| **Кафедра-разработчик** | кафедра "Машины и оборудование нефтегазовых и химических производств" |
| **Объем дисциплины, ч. / з.е.** | 108 / 3 |
| **Форма контроля (промежуточная аттестация)** | Зачет |

**Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

| Наименование категории (группы) компетенций | Код и наименование компетенции | Код и наименование индикатора достижения компетенции | Результаты обучения (знать, уметь, владеть, соотнесенные с индикаторами достижения компетенции) |
|---|---|---|---|
| Общепрофессиональные компетенции | | | |
| | ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности; | ОПК-1.1 Решает задачи профессиональной деятельности с использованием методов математики и математического моделирования | Владеть методами математического моделирования |
| | | | Знать методы математики и математического моделирования |
| | | | Уметь решать задачи профессиональной деятельности |
| | | ОПК-1.2 Использует базовые знания в области физики и химии для решения задач профессиональной деятельности | Владеть навыками составления задач профессиональной деятельности |
| | | | Знать базовые знания в области физики и химии |
| | | | Уметь решать базовые знания в области физики и химии для решения задач профессиональной деятельности |
| | | ОПК-1.3 Решает задачи профессиональной деятельности с использованием общеинженерных знаний | Владеть способностью использования общеинженерных знаний |
| | | | Знать способы решения задач профессиональной деятельности |
| | | | Уметь решать задачи профессиональной деятельности с использованием общеинженерных знаний |

## Матрица соответствия оценочных средств запланированным результатам обучения

| Код индикатора достижения компетенции | Результаты обучения | Оценочные средства | Текущий контроль успеваемости | Промежуточная аттестация |
|---|---|---|---|---|
| **Оптимизация геометрических размеров** | | | | |
| ОПК-1.1 Решает задачи профессиональной деятельности с использованием методов математики и математического моделирования | **Владеть** методами математического моделирования | зачет | Да | Да |
| | **Уметь** решать задачи профессиональной деятельности | зачет | Да | Да |
| | **Знать** методы математики и математического моделирования | зачет | Да | Да |
| ОПК-1.2 Использует базовые знания в области физики и химии для решения задач профессиональной деятельности | **Уметь** решать базовые знания в области физики и химии для решения задач профессиональной деятельности | зачет | Да | Да |
| | **Знать** базовые знания в области физики и химии | зачет | Да | Да |
| | **Владеть** навыками составления задач профессиональной деятельности | зачет | Да | Да |
| ОПК-1.3 Решает задачи профессиональной деятельности с использованием общеинженерных знаний | **Уметь** решать задачи профессиональной деятельности с использованием общеинженерных знаний | зачет | Да | Да |
| | **Знать** способы решения задач профессиональной деятельности | зачет | Да | Да |
| | **Владеть** способностью использования общеинженерных знаний | зачет | Да | Да |
| **Определение нагрузок на отдельные элементы аппаратов** | | | | |
| ОПК-1.1 Решает задачи профессиональной деятельности с использованием методов математики и математического моделирования | **Уметь** решать задачи профессиональной деятельности | зачет | Да | Да |
| | **Владеть** методами математического моделирования | зачет | Да | Да |
| | **Знать** методы математики и математического моделирования | зачет | Да | Да |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ОПК-1.2 Использует базовые знания в области физики и химии для решения задач профессиональной деятельности | **Знать** базовые знания в области физики и химии | зачет | Да | Да |
| | **Владеть** навыками составления задач профессиональной деятельности | зачет | Да | Да |
| | **Уметь** решать базовые знания в области физики и химии для решения задач профессиональной деятельности | зачет | Да | Да |
| ОПК-1.3 Решает задачи профессиональной деятельности с использованием общеинженерных знаний | **Знать** способы решения задач профессиональной деятельности | зачет | Да | Да |
| | **Владеть** способностью использования общеинженерных знаний | зачет | Да | Да |
| | **Уметь** решать задачи профессиональной деятельности с использованием общеинженерных знаний | зачет | Да | Да |
| **Решение задач с элементами траектории движения** | | | | |
| ОПК-1.1 Решает задачи профессиональной деятельности с использованием методов математики и математического моделирования | **Знать** методы математики и математического моделирования | зачет | Да | Да |
| | **Владеть** методами математического моделирования | зачет | Да | Да |
| | **Уметь** решать задачи профессиональной деятельности | зачет | Да | Да |
| ОПК-1.2 Использует базовые знания в области физики и химии для решения задач профессиональной деятельности | **Уметь** решать базовые знания в области физики и химии для решения задач профессиональной деятельности | зачет | Да | Да |
| | **Знать** базовые знания в области физики и химии | зачет | Да | Да |
| | **Владеть** навыками составления задач профессиональной деятельности | зачет | Да | Да |
| ОПК-1.3 Решает задачи профессиональной деятельности с использованием общеинженерных знаний | **Уметь** решать задачи профессиональной деятельности с использованием общеинженерных знаний | зачет | Да | Да |
| | **Владеть** способностью использования общеинженерных знаний | зачет | Да | Да |
| | **Знать** способы решения задач профессиональной деятельности | зачет | Да | Да |
| **Колебания и виброизоляция** | | | | |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ОПК-1.1 Решает задачи профессиональной деятельности с использованием методов математики и математического моделирования | **Уметь** решать задачи профессиональной деятельности | зачет | Да | Да |
| | **Знать** методы математики и математического моделирования | зачет | Да | Да |
| | **Владеть** методами математического моделирования | зачет | Да | Да |
| ОПК-1.2 Использует базовые знания в области физики и химии для решения задач профессиональной деятельности | **Владеть** навыками составления задач профессиональной деятельности | зачет | Да | Да |
| | **Знать** базовые знания в области физики и химии | зачет | Да | Да |
| | **Уметь** решать базовые знания в области физики и химии для решения задач профессиональной деятельности | зачет | Да | Да |
| ОПК-1.3 Решает задачи профессиональной деятельности с использованием общеинженерных знаний | **Знать** способы решения задач профессиональной деятельности | зачет | Да | Да |
| | **Владеть** способностью использования общеинженерных знаний | зачет | Да | Да |
| | **Уметь** решать задачи профессиональной деятельности с использованием общеинженерных знаний | зачет | Да | Да |

**С.В. ИВАНЯКОВ**

# ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА НЕФТЕГАЗОВОГО ОБОРУДОВАНИЯ

***Практикум***

**Самара**
**Самарский государственный технический университет**
**2018**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Машины и оборудование нефтегазовых и химических производств»

С.В. ИВАНЯКОВ

# ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА НЕФТЕГАЗОВОГО ОБОРУДОВАНИЯ

*Практикум*

Самара
Самарский государственный технический университет
2018

Печатается по решению ученого совета СамГТУ (протокол № 9 от 27.04.2018 г.)

УДК 622.276.05(076.8)
ББК 33.36я73
И 23

**Иваняков С.В.**

И 23 **Физико-математические методы расчета нефтегазового оборудования:** практикум / *С.В. Иваняков.* – Самар. гос. техн. ун-т. Самара, 2018. – 59 с.

Рассмотрены основные вопросы оптимизации геометрических размеров оборудования с учетом эксплуатационных факторов, определения нагрузок на отдельные элементы аппаратов и некоторые закономерности в области технологии. Приведены задачи по основным разделам дисциплины «Физико-математические методы расчета нефтегазового оборудования».

Материал предназначен для студентов, обучающихся по направлению 150302 «Технологические машины и оборудование», профилей «Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов» и «Оборудование и нефтегазопереработка». Может быть полезен инженерам-конструкторам нефтепромыслового и нефтеперерабатывающего оборудования.

Рецензент: к.х.н., доцент Б.Ю. Смирнов

УДК 622.276.05(076.8)
ББК 33.36я73
И 23

© С.В. Иваняков, 2018
© Самарский государственный технический университет, 2018

# ВВЕДЕНИЕ

Курс «Физико-математические методы расчета нефтегазового оборудования» является одной из первых естественнонаучных дисциплин в рамках программы обучения по направлению 15.03.02 «Технологические машины и оборудование». Материал включает изложение теоретических основ и рассмотрение практических методов решения наиболее простых, но достаточно информативных инженерных задач.

Структура практикума содержит рассмотрение общеинженерных проблем и решение конкретно сформулированных инженерных задач по следующим направлениям:

– оптимизация геометрических размеров нефтегазового оборудования и его элементов;

– определение нагрузок на отдельные элементы аппаратов;

– решение задач с элементами движения;

– колебания и виброизоляция.

На практических занятиях большое внимание уделяется приобретению студентами навыков самостоятельного решения инженерных задач. Для этого необходимы знания по следующим дисциплинам: высшая математика, физика, теоретическая механика и др.

# Глава 1. ОПТИМИЗАЦИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ РАЗМЕРОВ НЕФТЕГАЗОВОГО ОБОРУДОВАНИЯ И ЕГО ЭЛЕМЕНТОВ

## ОСНОВНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ И РАСЧЕТНЫЕ ФОРМУЛЫ

1.1. Точкой локального максимума (минимума) функции $f_0(x)$ называется значение аргумента $x=a$ такое, что существует окрестность точки $a$, в которой $f_0(x) < f_0(a)$ $\left(f_0(x) > f_0(a)\right)$ для $x \neq a$.

1.2. Теорема Ферма [2].

а) Пусть функция $f_0(x)$ является дифференцируемой в точке $x_0$. Тогда, если точка $x_0$ доставляет локальный экстремум (минимум или максимум) этой функции $f_0(x)$, то $f_0'(x_0)=0$.

б) Пусть в точке $\bar{x}_0 = \{x_i\}$ $(i=1..n)$ существуют все частные производные функции $f_0\left(\bar{x}\right)$, тогда, если точка $\bar{x}_0$ доставляет локальный экстремум (минимум или максимум) этой функции, то

$$\left.\frac{\partial f_0\left(\bar{x}\right)}{\partial x_i}\right|_{\bar{x}=\bar{x}_0} = 0,\ i=1..n.$$

1.3. Алгоритм аналитического поиска решения одномерной задачи на нахождение экстремума состоит из 4-х этапов [2,3]:

1 этап. Формализация задачи, то есть приведение задачи к виду

$$f_0(x) \to \min(\max), a \le x \le b,$$

где $a, b$ – границы диапазона поиска.

2 этап. Выписывание необходимого условия $f_0'(x)=0$.

3 этап. Нахождение всех стационарных точек.

4 этап. Нахождение максимума или минимума из всех критических значений.

1.4. Алгоритм поиска решения одномерной задачи на нахождение минимума методом дихотомии [3,4].

Дано: минимизируемся функция $f(x)$, унимодальная на заданном отрезке $[a;b]$.

Шаг 0. Задаемся точностью решения $\varepsilon$ и константой различимости $\delta$ ($\delta < \varepsilon$).

Шаг 1. Вычислим две точки $x_1 = \frac{a+b-\delta}{2}$ и $x_2 = \frac{a+b+\delta}{2}$ и в каждой из найденных точек определим значения функции $f(x_1)$ и $f(x_2)$.

Шаг 2. Если $f(x_1) < f(x_2)$, то $a = a$ и $b = x_2$, а если $f(x_1) > f(x_2)$, то $a = x_1$ и $b = b$.

Шаг 3. Если $|a-b| < \varepsilon$, то искомое значение равно $x = \frac{a+b}{2}$. При невыполнении условия необходимо повторить шаг 1.

1.5. Алгоритм поиска решения одномерной задачи на нахождение минимума методом золотого сечения [3,4].

Дано: минимизируемся функция $f(x)$, унимодальная на заданном отрезке $[a;b]$.

Шаг 0. Задаемся точностью решения.

Шаг 1. Вычислим две точки $x_1 = a + \frac{3-\sqrt{5}}{2} \cdot (b-a)$ и $x_2 = b + \frac{\sqrt{5}-3}{2} \cdot (b-a)$ и в каждой из найденных точек определим значения функции $f(x_1)$ и $f(x_2)$.

Шаг 2. Если $f(x_1) < f(x_2)$, то $a = a$, $b = x_2$ и $x_2 = x_1$, а если $f(x_1) > f(x_2)$, то $a = x_1$, $b = b$ и $x_1 = x_2$.

Шаг 3. Если $|a-b| < \varepsilon$, то искомое значение равно $x = \frac{a+b}{2}$. При невыполнении условия необходимо произвести расчет только той точки и значения функции в ней, которые необходимо обновить, то

есть если $f(x_1) < f(x_2)$, то вычисляем новое значение $x_1$ и $f(x_1)$, а если $f(x_1) > f(x_2)$, то вычисляем новое значение $x_2$ и $f(x_2)$ и повторяем шаг 2.

1.6. Алгоритм поиска решения задачи на нахождение минимума функции методом Гаусса-Зейделя (покоординатного спуска) [3,4].

Дано: минимизируется функция $f\left(x_j\right)$, $j = 1..n$.

Шаг 0. Задаемся точностью решения $\varepsilon > 0$ и стартовой точкой $\left(\bar{x}_j^0\right) = \left(x_1^0, x_2^0, ..., x_n^0\right)$.

Шаг 1. Решаем задачу одномерного поиска $f\left(x_1^0, .., x_{k-1}^0, x_k^0 + \lambda_k, x_{k+1}^0, .., x_j^0\right) \to \min\limits_{\lambda_k}$, $k = 1..n$ и определяем координаты новой точки $\left(x_1^0, .., x_{k-1}^0, x_k^0 + \lambda_k\left(x_j^0\right), x_{k+1}^0, .., x_j^0\right)$, $j = 1..n$.

Шаг 2. Если $\left|x_j^0 - x_j\right| \le \varepsilon$, $j = 1..n$, то искомая точка экстремума $\left(x_j\right)$, $j = 1..n$. Если это условия не выполняется, то $\left(x_j^0\right) = \left(x_j\right)$, $j = 1..n$ и переходим к шагу 1.

1.7. Алгоритм поиска решения задачи на нахождение минимума функции методом Коши (наискорейшего спуска) [3,4].

Дано: минимизируется функция $f\left(x_j\right)$, $j = 1..n$.

Шаг 0. Задаемся точностью решения $\varepsilon > 0$ и стартовой точкой $\left(\bar{x}_j^0\right) = \left(x_1^0, x_2^0, ..., x_n^0\right)$.

Шаг 1. Вычислить градиент $\nabla f\left(x_j^0\right)$. Проверить $\left\|\nabla f\left(x_j^0\right)\right\| < \varepsilon$. Если условие выполняется, то $\left(x_j^0\right)$ – искомая точка. Если условие не выполняется продолжить расчет.

Шаг 2. Решить задачу оптимизации $f\left(x_k - \lambda \nabla f\left(x_k\right)\right) \to \min\limits_{\lambda}$, $k = 1..n$ и определить координаты новой точки $x_j^0 = x_j^0 - \lambda \nabla f\left(x_j^0\right)$, $j = 1..n$. Перейти к шагу 1.

1.8. Объем тела вращения при вращении вокруг оси *0x* определяется по формуле [5]:

$$V = \pi \int_a^b f^2(x)dx,$$

где $a, b$ – диапазон интегрирования.

$y = f(x)$ – уравнение образующей.

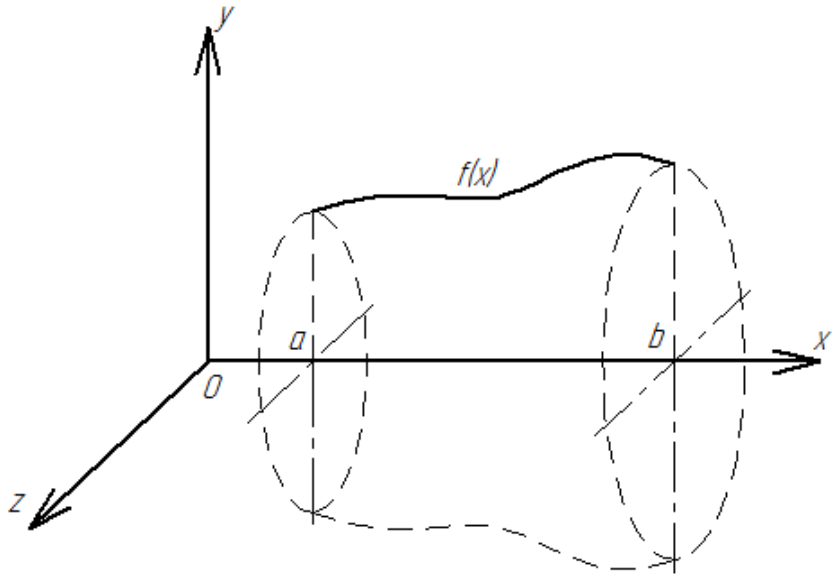



*Рис. 1.1.* К определению объема и площади боковой поверхности тел вращения

Площадь боковой поверхности тела вращения при вращении вокруг оси *0x* определяется выражением [5]:

$$S_б = 2\pi \int_a^b f(x)\sqrt{1+\left(\frac{\partial f(x)}{\partial x}\right)^2}\,dx,$$

где $a, b$ – диапазон интегрирования.

$y = f(x)$ – уравнение образующей.

**Примеры**

Пример 1.1. Найти точки экстремума функции $f(x) = x^3 + 4x^2 + x$.

Решение. Так как задача уже сформулирована, переходим ко второму этапу поиска решения одномерной задачи на нахождение экс-

тремума. Для этого найдем производную заданной функции и приравняем ее нулю:

$$f'(x) = 3x^2 + 8x + 1 = 0.$$

Решением этого уравнения будут корни

$$x_1 = -0{,}132,$$
$$x_2 = -2{,}535,$$

которым соответствуют значения функции

$$f(x_1) = -0{,}065,$$
$$f(x_2) = 6{,}879.$$

Из полученных результатов следует, что $x_1$ является точкой минимума, а $x_2$ – точкой максимума.

Пример 1.2. В круг радиуса $r$ вписать прямоугольник наибольшей площади (рис. 1.2).

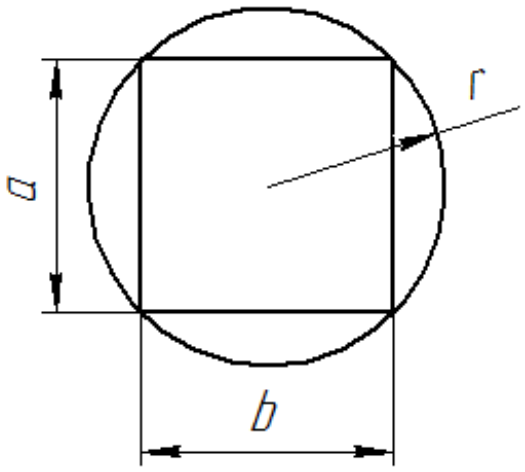



*Рис. 1.2.* К примеру 1.2

Решение. На первом этапе формализуем задачу. Площадь искомого прямоугольника равна $S = ab$, а связь между сторонами определяется теоремой Пифагора: $a^2 + b^2 = 4r^2$. Тогда задачу оптимизации можно представить как

$$S = b\sqrt{4r^2 - b^2} \to \max_b.$$

Приравняв производную $S$ по $b$ нулю, получим

$$S' = \frac{4r^2 - 2b^2}{\sqrt{4r^2 - b^2}} = 0,$$

$$b = r\sqrt{2},$$

$$a = r\sqrt{2}.$$

Таким образом, прямоугольником с максимальной площадью, вписанным в круг заданного радиуса, является квадрат.

Пример 1.3. Найти точку минимума функции $f(x) = x^3 + 4x^2 + x$ на отрезке $[-1,1]$ методом дихотомии.

Решение. Пусть $\varepsilon = 0{,}01$, а $\delta = 0{,}005$. Решение приведено в таблице 1.1.

*Таблица 1.1*

**Решение примера 1.3**

| $a$ | $b$ | $x_1$ | $x_2$ | $f(x_1)$ | $f(x_2)$ | $\lvert a-b \rvert$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 итерация | | | | | | |
| -1 | 1 | -0,0025 | 0,0025 | -0,00248 | 0,002525 | 2 |
| 2 итерация | | | | | | |
| -1 | 0,0025 | -0,50125 | -0,49625 | 0,377816 | 0,366598 | 1,00250 |
| 3 итерация | | | | | | |
| -0,50125 | 0,0025 | -0,25188 | -0,24688 | -0,01409 | -0,01813 | 0,50375 |
| 4 итерация | | | | | | |
| -0,25188 | 0,0025 | -0,12718 | -0,12219 | -0,06454 | -0,06429 | 0,25438 |
| 5 итерация | | | | | | |
| -0,25188 | -0,12219 | -0,18954 | -0,18454 | -0,05265 | -0,05461 | 0,12969 |
| 6 итерация | | | | | | |
| -0,18954 | -0,12219 | -0,15837 | -0,15337 | -0,06202 | -0,06289 | 0,06735 |
| 7 итерация | | | | | | |
| -0,15837 | -0,12219 | -0,14278 | -0,13778 | -0,06415 | -0,06446 | 0,03618 |
| 8 итерация | | | | | | |
| -0,14278 | -0,12219 | -0,13499 | -0,12999 | -0,06456 | -0,06460 | 0,02059 |
| 9 итерация | | | | | | |
| -0,14278 | -0,12999 | -0,13889 | -0,13389 | -0,06441 | -0,06458 | 0,01279 |
| 10 итерация | | | | | | |
| -0,13889 | -0,12999 | -0,13694 | -0,13194 | -0,0645 | -0,06460 | 0,0089 |

Искомое значение равно $x = \frac{a+b}{2} = 0{,}13444$.

Пример 1.4. Найти точку минимума функции $f(x) = x^3 + 4x^2 + x$ на отрезке $[-1;1]$ методом золотого сечения.

Решение. Пусть $\varepsilon = 0{,}015$. Решение приведено в таблице 1.2.

*Таблица 1.2*

**Решение примера 1.4**

| $a$ | $b$ | $x_1$ | $x_2$ | $f(x_1)$ | $f(x_2)$ | $\lvert a-b \rvert$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 итерация | | | | | | |
| -1 | 1 | -0,23607 | 0,23607 | -0,02631 | 0,47214 | 2 |
| 2 итерация | | | | | | |
| -1 | 0,23607 | -0,52786 | -0,23607 | 0,43961 | -0,02631 | 1,23607 |
| 3 итерация | | | | | | |
| -0,52786 | 0,23607 | -0,23607 | -0,05573 | -0,02631 | -0,04348 | 0,76393 |
| 4 итерация | | | | | | |
| -0,23607 | 0,23607 | -0,05573 | 0,05573 | -0,04348 | 0,06832 | 0,47214 |
| 5 итерация | | | | | | |
| -0,23607 | 0,05573 | -0,12461 | -0,0557 | -0,06443 | -0,04348 | 0,29180 |
| 6 итерация | | | | | | |
| -0,23607 | -0,0557 | -0,16718 | -0,12461 | -0,06005 | -0,06443 | 0,18034 |
| 7 итерация | | | | | | |
| -0,16718 | -0,0557 | -0,12461 | -0,0983 | -0,06443 | -0,06059 | 0,11146 |
| 8 итерация | | | | | | |
| -0,16718 | -0,0983 | -0,14087 | -0,12461 | -0,06429 | -0,06443 | 0,06889 |
| 9 итерация | | | | | | |
| -0,14087 | -0,0983 | -0,12461 | -0,11456 | -0,06443 | -0,06357 | 0,04257 |
| 10 итерация | | | | | | |
| -0,14087 | -0,11456 | -0,13082 | -0,12461 | -0,06460 | -0,06443 | 0,02631 |
| 11 итерация | | | | | | |
| -0,14087 | -0,12461 | -0,13466 | -0,13082 | -0,06457 | -0,06460 | 0,01626 |
| 12 итерация | | | | | | |
| -0,13466 | -0,12461 | -0,13082 | -0,12845 | -0,06460 | -0,06457 | 0,01005 |

Искомое значение равно $x = \frac{a+b}{2} = 0{,}12964$.

Пример 1.5. Рассмотрим экстракцию уксусной кислоты из разбавленного водного раствора бензола. Общий объем бензола $B$ распределяется на три части, а именно $b_1, b_2, b_3$, для трех последовательных экстрагирований кислоты из водного слоя.

Решение. Начальная концентрация уксусной кислоты в объеме $a$ водного слоя составляет $x_0$. Считая, что закон распределения остается в силе после каждой экстракции

$$y_i = kx_i,$$

где $k$ – постоянный коэффициент,

$i$ – порядковый номер экстракции,

получим следующие материальные балансы:

– для первой экстракции

$$ax_0 = b_1 y_1 + ax_1 = b_1 kx_1 + ax_1,$$

– для второй экстракции

$$ax_1 = b_2 y_2 + ax_2 = b_2 kx_2 + ax_2,$$

– для третьей экстракции

$$ax_2 = b_3 y_3 + ax_3 = b_3 kx_3 + ax_3.$$

Из полученных выражений следует, что

$$x_3 = \frac{ax_2}{a + b_3 k} = \frac{a^3 x_0}{(a + b_1 k)(a + b_2 k)(a + b_3 k)}.$$

Так как наиболее полное извлечение при данном количестве бензола будет при минимальном значении $x_3$, а числитель последнего выражения является постоянной величиной, то необходимо, чтобы знаменатель этого выражения принял максимальное значение. Принимая во внимание, что $B = b_1 + b_2 + b_3$, и обозначая знаменатель через $u$, приравняем частные производные $u$ по $b_1$ и $b_2$ нулю:

$$u = (a + b_1 k)(a + b_2 k)(a + Bk - b_1 k - b_2 k),$$

$$\frac{\partial u}{\partial b_1} = (a + b_2 k)[(a + Bk - b_1 k - b_2 k)k - (a + b_1 k)k] = 0,$$

$$\frac{\partial u}{\partial b_2} = (a + b_1 k)[(a + Bk - b_1 k - b_2 k)k - (a + b_2 k)k] = 0.$$

Из полученных равенств следует, что $b_1 = b_2 = b_3$, то есть максимальное извлечение бензола будет достигаться при равном количестве растворителя на каждой последовательной ступени экстракции.

Пример 1.6. Методом покоординатного спуска определить точку минимума функции $f(x_1, x_2) = 2x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2$.

Решение. Пусть $\varepsilon = 0{,}01$ и стартовая точка $(2;1)$. Пусть первое направление поиска будет по оси $x_1$. Тогда $f(x_1 + \lambda_1, x_2) = 2(x_1 + \lambda_1)^2 + x_2^2 - (x_1 + \lambda_1)x_2$.

Найдем минимум этой функции по $\lambda_1$.

$$\frac{\partial f(x_1 + \lambda_1, x_2)}{\partial \lambda_1} = 4(x_1 + \lambda_1) - x_2 = 0.$$

$$\lambda_1 = 0{,}25x_2 - x_1.$$

Для стартовой точки $\lambda_1 = -1{,}75$, а $x_1 = x_1^0 + \lambda_1 = 2 - 1{,}75 = 0{,}25$.

По второму направлению:

$$f(x_1, x_2 + \lambda_2) = 2x_1^{\,2} + (x_2 + \lambda_2)^2 - x_1(x_2 + \lambda_2).$$

$$\frac{\partial f(x_1, x_2 + \lambda_2)}{\partial \lambda_2} = 2(x_2 + \lambda_2) - x_1 = 0.$$

$$\lambda_2 = 0{,}5x_1 - x_2.$$

$$\lambda_2 = 0{,}5 \cdot 0{,}25 - 1 = -0{,}875.$$

$$x_2 = x_2^0 + \lambda_2 = 1 - 0{,}875 = 0{,}125.$$

Так как условие $\max\left|x_j^0 - x_j\right| \le \varepsilon$ для стартовой точки $(2;1)$ и новой точки $(0{,}25;0{,}125)$ не выполняется, необходимо повторить расчет. Дальнейшие вычисления сведем в таблицу 1.3.

*Таблица 1.3*

**Решение примера 1.6**

| Направление поиска | $\lambda$ | $x_1$ | $x_2$ |
|---|---|---|---|
| - | - | 2 | 1 |
| $x_1$ | -1,75 | 0,25 | 1 |
| $x_2$ | -0,875 | 0,25 | 0,125 |
| $x_1$ | -0,21875 | 0,03125 | 0,125 |
| $x_2$ | -0,10938 | 0,03125 | 0,015625 |
| $x_1$ | -0,02734 | 0,003906 | 0,015625 |
| $x_2$ | -0,01367 | 0,003906 | 0,001953 |
| $x_1$ | -0,00342 | 0,000488 | 0,001953 |
| $x_2$ | -0,00171 | 0,000488 | 0,000244 |

Искомые значения равны $x_1 = 0{,}000488$, $x_2 = 0{,}000244$. Точное решение $x_1 = 0$, $x_2 = 0$.

Пример 1.7. Методом наискорейшего спуска определить точку минимума функции $f(x_1, x_2) = 2x_1^2 + x_2^2 + x_1 x_2$.

Решение. Пусть $\varepsilon = 0{,}01$ и стартовая точка $(1;1)$.

Найдем градиент заданной функции в произвольной точке $\nabla f(\bar{x}_j) = \left( \frac{\partial f(\bar{x}_j)}{\partial x_1}; \frac{\partial f(\bar{x}_j)}{\partial x_2} \right) = (4x_1 + x_2; x_1 + 2x_2)$.

Для начальной точки он равен $\nabla f(\bar{x}_j) = (5;3)$, а норма – $\left\| \nabla f(\bar{x}_j) \right\| = \sqrt{\left( \frac{\partial f(\bar{x}_j)}{\partial x_1} \right)^2 + \left( \frac{\partial f(\bar{x}_j)}{\partial x_2} \right)^2} = 5{,}83$. Так как условие $\left\| \nabla f(\bar{x}_j) \right\| < \varepsilon$ не выполняется, вычислим величину шага $\lambda$. Для этого в минимизируемую функцию подставим следующие выражения: $x_1(\lambda) = x_1^0 - \lambda \left. \frac{\partial f(\bar{x}_j)}{\partial x_1} \right|_{\bar{x}_j = \bar{x}_j^0} = 1 - 5\lambda$, $x_2(\lambda) = x_2^0 - \lambda \left. \frac{\partial f(\bar{x}_j)}{\partial x_2} \right|_{\bar{x}_j = \bar{x}_j^0} = 1 - 3\lambda$.

$$f(\lambda) = 2(1-5\lambda)^2 + (1-3\lambda)^2 + (1-5\lambda)\cdot(1-3\lambda).$$

Минимизируя полученное выражение по $\lambda$, получаем

$$\frac{\partial f(\lambda)}{\partial \lambda} = -34 + 148\lambda = 0,$$

$$\lambda = 0{,}22973.$$

По полученному шагу определяем новую точку с координатами $(-0{,}14865; 0{,}310811)$, которой соответствуют $\nabla f(\bar{x}_j) = (-0{,}28378; 0{,}472973)$ и $\left\|\nabla f(\bar{x}_j)\right\| = 0{,}55158$. Так как условие $\left\|\nabla f(\bar{x}_j)\right\| < \varepsilon$ не выполняется, повторяем расчет для новой точки. Дальнейшие вычисления сведены в таблицу 1.4.

*Таблица 1.4*

**Решение примера 1.7**

| $x_1$ | $x_2$ | $\left.\frac{\partial f(\bar{x}_j)}{\partial x_1}\right\|_{\bar{x}_j = \bar{x}_j^0}$ | $\left.\frac{\partial f(\bar{x}_j)}{\partial x_2}\right\|_{\bar{x}_j = \bar{x}_j^0}$ | $\left\|\nabla f(\bar{x}_j)\right\|$ | $\lambda$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 5 | 3 | 5,830952 | 0,22973 |
| -0,14865 | 0,310811 | -0,28378 | 0,472973 | 0,551577 | 0,607143 |
| 0,023649 | 0,023649 | 0,118243 | 0,070946 | 0,137894 | 0,22973 |
| -0,00352 | 0,00735 | -0,00671 | 0,011185 | 0,013044 | 0,607143 |
| 0,000559 | 0,000559 | 0,002796 | 0,001678 | 0,003261 | - |

Искомые значения равны величинам $x_1 = 0{,}000559$, $x_2 = 0{,}000559$. Точное решение $x_1 = 0$, $x_2 = 0$.

Пример 1.8. Получить выражение для определения объема конуса (рис. 1.3).

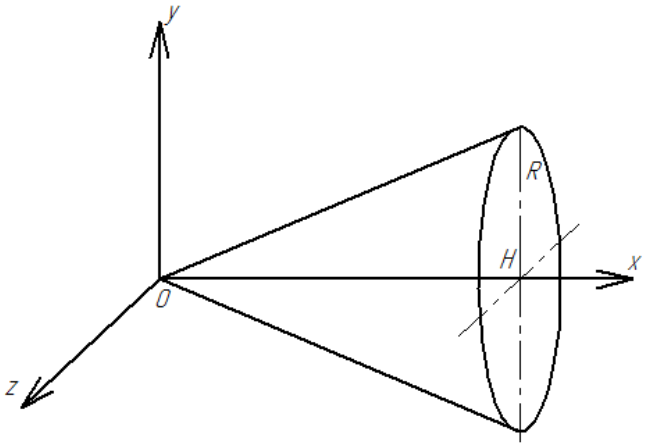



*Рис. 1.3.* К примерам 1.8. и 1.9

Решение. Пусть центр координат расположен в вершине конуса, а направление оси OX совпадает с осью симметрии конуса. В этом случае уравнение образующей примет вид $y = f(x) = \frac{R}{H}x$, а пределы интегрирования $a = 0, b = H$. Подставляя полученные выражения в формулу определения объема тела вращения, получим:

$$V = \pi \int_0^H \frac{R^2}{H^2} x^2 dx = \pi \left( \frac{R^2}{3H^2} x^3 \right) \Bigg|_0^H = \frac{1}{3}\pi R^2 H .$$

Пример 1.9. Получить выражение для определения площади боковой поверхности конуса (рис. 1.3).

Решение. Пусть центр координат расположен в вершине конуса, а направление оси OX совпадает с осью симметрии конуса. В этом случае уравнение образующей примет вид $y = f(x) = \frac{R}{H}x$, а пределы интегрирования $a = 0, b = H$. Производная функции, описывающей образующую: $\frac{\partial f(x)}{\partial x} = \frac{R}{H}$. Подставляя полученные выражения в формулу площади боковой поверхности тела вращения, получим:

$$S_б = 2\pi \int_0^H \frac{R}{H} x \sqrt{1 + \frac{R^2}{H^2}} dx = 2\pi \left( \frac{R}{2H} x^2 \frac{\sqrt{H^2 + R^2}}{R} \right) \Bigg|_0^H = \pi R \sqrt{H^2 + R^2} .$$

**Задачи**

Задача 1.1. Найти точки экстремума функции $y = (x + 7)e^{7-x}$.

Задача 1.2. Найти точки экстремума функции $y = 4x - \ln(x + 11) + 12$.

Задача 1.3. Найти точки экстремума функции $y = \sqrt{16 - 4x - x^2}$.

Задача 1.4. Найти точки экстремума функции $y = (0.5 - x)\cos x + \sin x$, принадлежащие промежутку (0; π/2).

Задача 1.5. Найти точки экстремума функции $y = x^3 + 2x^2 + x + 3$ на отрезке [−4;−1].

Задача 1.6. Найти точки экстремума функции $y = 2x^2 - 13x + 9\ln x + 8$ на отрезке $\left[\frac{13}{14}; \frac{15}{14}\right]$.

Задача 1.7. Найти точки экстремума функции $y = \frac{x^2 + 25}{x}$ на отрезке [1;10].

Задача 1.8. Известно, что сумма двух положительных чисел равна 12. Какими должны быть эти числа, чтобы произведение их квадратов было максимальным?

Задача 1.9. Найти наименьшее расстояние между параболой $y = x^2$ и точкой, лежащей на расстоянии 4 единиц от вершины по оси $0x$.

Задача 1.10. Из куска проволоки длиной 30 см требуется согнуть прямоугольник наибольшей площади. Каковы размеры этого прямоугольника?

Задача 1.11. Объект перемещается из точка А в точку В через точку на отрезке MN (рис. 1.4). Найти кратчайший путь объекта $s = s_1 + s_2$.

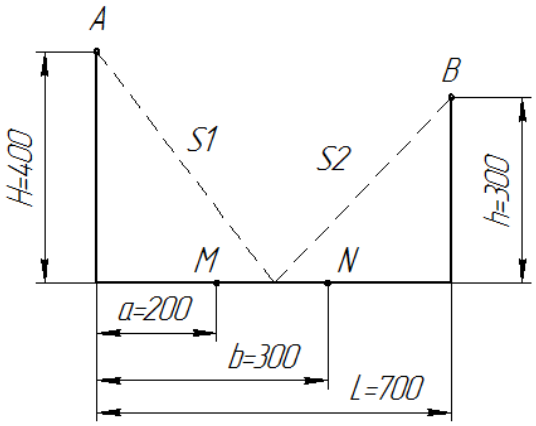



*Рис. 1.4.* К задаче 1.11

Задача 1.12. Тело массой 3000 кг падает с высоты 610 м и теряет массу (сгорает) пропорционально времени падения. Считая, что начальная скорость равна нулю, а коэффициент пропорциональности равен $k = 100$ кг/с, найти наибольшую кинетическую энергию тела.

Задача 1.13. Газовая смесь состоит из окиси азота (NO) и кислорода ($O_2$). Считая, что скорость окисления выражается формулой

$$w = kx^2 y,$$

где $x$ – концентрация окиси азота в любой момент времени;

$y$ – концентрация кислорода в любой момент времени;

$k$ – константа скорости реакции, не зависящая от концентраций компонентов,

определить концентрацию кислорода, при которой содержащаяся в смеси окись азота окисляется с максимальной скоростью.

Задача 1.14. При двухступенчатом адиабатическом сжатии газа от начального давление $P_1$ до конечного $P_3$ определить оптимальное промежуточное давление $P_2$, для которого общий расход энергии будет минимальным. Расход энергии на работу одной ступени определяется выражением

$$W = C \cdot \left( \left( \frac{P_{вых}}{P_{вх}} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right),$$

где $P_{вых}$ – давление газа на выход со ступени сжатия;

$P_{вх}$ – давление газа на входе ступени сжатия;

$k$ – показатель адиабаты (считать постоянным);

$C$ – константа.

Задача 1.15. Требуется изготовить прямоугольный открытый сверху сосуд из прямоугольного листа (рис. 1.5), вырезав его углы и загнув затем края, причем объем сосуда должен быть максимальным.

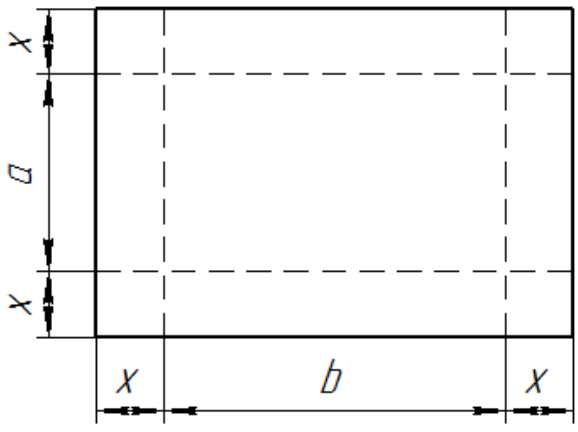



*Рис. 1.5*. К задаче 1.15

Задача 1.16. Вырезать из круга сектор так, чтобы из него можно было сделать конусообразный фильтр с максимальным объемом.

Задача 1.17. Найти точку минимума функции $f(x)=(x-15)^2+5$ на отрезке $[2;200]$ методом дихотомии с точностью 0,01.

Задача 1.18. Найти точку минимума функции $f(x)=(x+5)^4$ на отрезке $[-10;15]$ методом дихотомии с точностью 0,01.

Задача 1.19. Найти точку минимума функции $f(x)=e^x$ на отрезке $[0;100]$ методом дихотомии с точностью 0,01.

Задача 1.20. Найти точку минимума функции $f(x)=x^2+2x-4$ на отрезке $[-10;20]$ методом дихотомии с точностью 0,01.

Задача 1.21. Найти точку минимума функции $f(x)=\sin(x)$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ методом золотого сечения с точностью 0,01.

Задача 1.22. Найти точку минимума функции $f(x)=\cos(x)$ на отрезке $[0;\pi]$ методом золотого сечения с точностью 0,01.

Задача 1.23. Найти точку минимума функции $f(x)=(x-2)^2$ на отрезке $[-2;20]$ методом золотого сечения с точностью 0,01.

Задача 1.24. Найти точку экстремума функции $f(x_1,x_2)=4(x_1-5)^2+(x_2-6)^2$ методом покоординатного спуска с точностью 0,01.

Задача 1.25. Найти точку экстремума функции $f(x_1,x_2)=x_1^2+x_2^2+x_1x_2$ методом покоординатного спуска с точностью 0,01.

Задача 1.26. Найти точку экстремума функции $f(x_1,x_2)=x_1^3+2x_2^2-3x_1-4x_2$ методом покоординатного спуска с точностью 0,01.

Задача 1.27. Найти точку экстремума функции $f(x_1,x_2)=30x_1+3x_2^2+e^{(x_1-2)^2+(x_2-1)^2}$ методом покоординатного спуска с точностью 0,01.

Задача 1.28. Получить выражение для определения объема шара радиуса $R$.

Задача 1.29. Получить выражение для определения объема тора (рис.1.6).

Задача 1.30. Получить выражение для определения объема усеченного конуса (рис. 1.7).

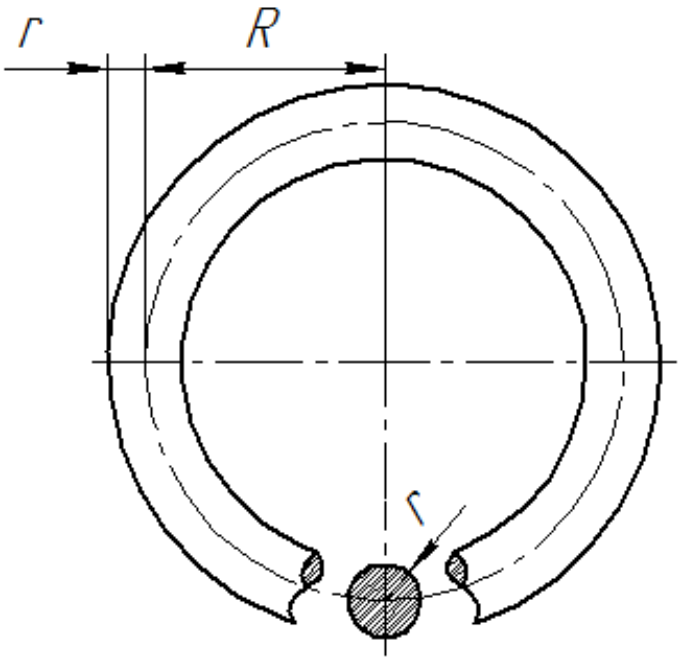



*Рис. 1.6*. К задачам 1.29 и 1.32

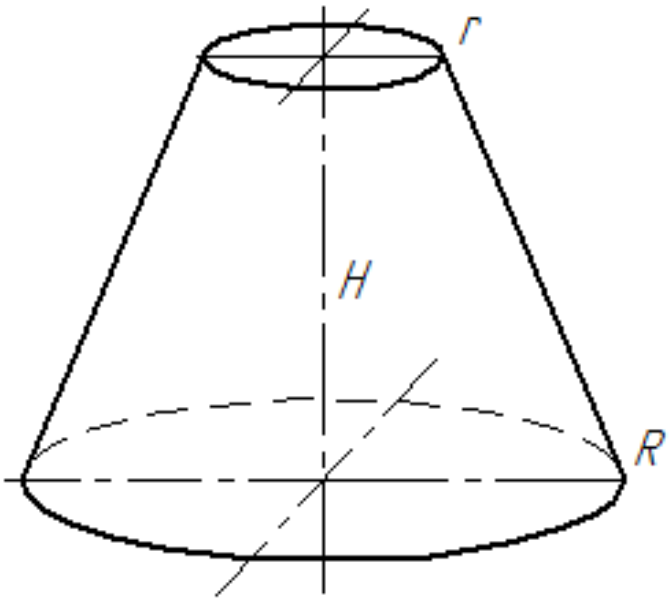



*Рис.1.7*. К задачам 1.30 и 1.33.

Задача 1.31. Получить выражение для определения площади боковой поверхности шара радиуса $R$.

Задача 1.32. Получить выражение для определения площади боковой поверхности тора (рис. 1.6).

Задача 1.33. Получить выражение для определения площади боковой поверхности усеченного конуса (рис. 1.7).

Задача 1.34. Определить размеры цилиндрической емкости с двумя плоскими крышками, обладающей минимальной поверхностью при заданном объеме $V$ (рис. 1.8).

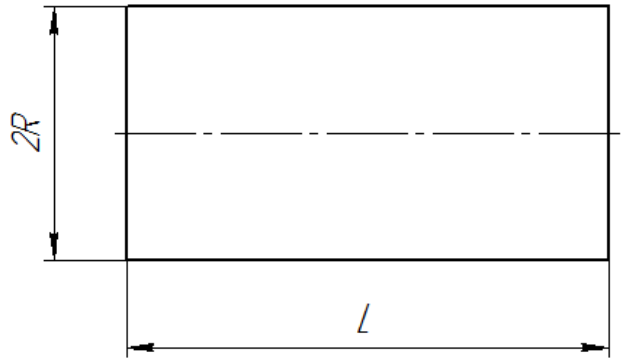



*Рис. 1.8*. К задаче 1.34

Задача 1.35. Определить размеры цилиндрической емкости с двумя полусферическими днищами, обладающей минимальной поверхностью при заданном объеме $V$ (рис. 1.9).

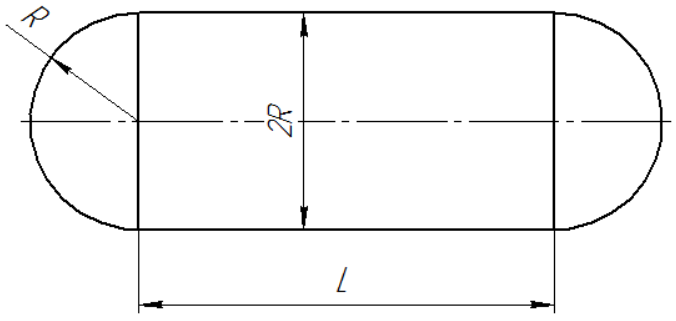



*Рис.1.9*. К задаче 1.35

Задача 1.36. Определить размеры цилиндрической емкости с двумя эллиптическими днищами, для которых справедливо $h = 0{,}5R$, обладающей минимальной поверхностью при заданном объеме $V$ (рис. 1.10).

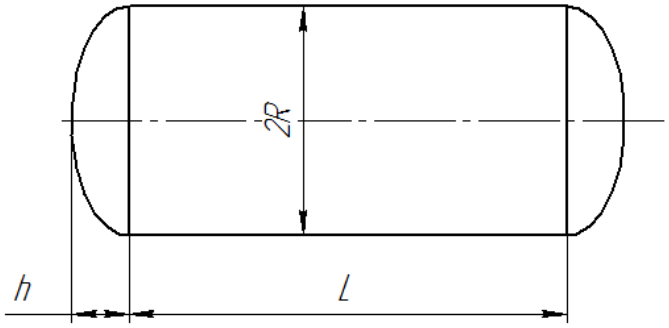



*Рис.1.10*. К задаче 1.36

Задача 1.37. Получить зависимость объема жидкости от уровня заполнения в горизонтальной цилиндрической емкости радиуса $R$ с плоскими днищами.

Задача 1.38. Получить зависимость объема жидкости от уровня заполнения в горизонтальной цилиндрической емкости радиуса $R$ с полусферическими днищами.

# Глава 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАГРУЗОК НА ОТДЕЛЬНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ АППАРАТОВ

## ОСНОВНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ И РАСЧЕТНЫЕ ФОРМУЛЫ

2.1. Статическим моментом плоского сечения относительно некоторой оси [5] называется взятая по всей его площади $F$ сумма произведений площадей элементарных площадок $dF$ на их расстояния от этой оси (рис. 2.1):

$$S_x = \int_F y dF ,$$

$$S_y = \int_F x dF .$$

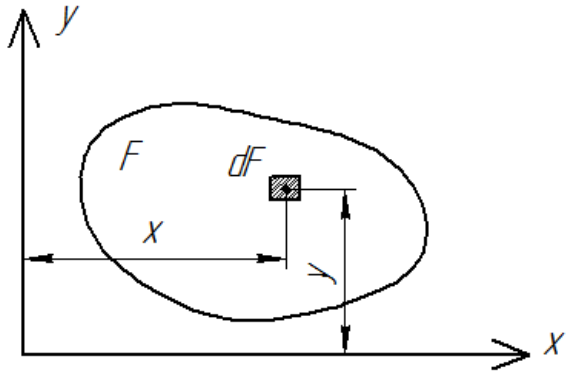



*Рис. 2.1.* К определению статического момента плоского сечения

2.2. Свойства статических моментов плоского сечения:

– ось, относительно которой статический момент равен нулю, называется центральной;

– точка пересечения центральных осей называется центром тяжести сечения;

– статический момент составного сечения равен сумме статических моментов элементов этого сечения.

2.3. Координаты центра тяжести плоского сечения определяются формулами [5]:

$$x_c = \frac{\int_F x dF}{F},$$

$$y_c = \frac{\int_F y dF}{F}.$$

2.4. С учетом осей симметрии, координаты центра тяжести оболочки вращения [5] определяются формулами (рис. 2.2):

$$x_c = \frac{\int_a^b xf(x)\sqrt{1+\left(\frac{\partial f(x)}{\partial x}\right)^2}\,dx}{\int_a^b f(x)\sqrt{1+\left(\frac{\partial f(x)}{\partial x}\right)^2}\,dx},$$

$$y_c = 0,$$

$$z_c = 0$$

где $a, b$ – диапазон интегрирования.

$y = f(x)$ – уравнение образующей.

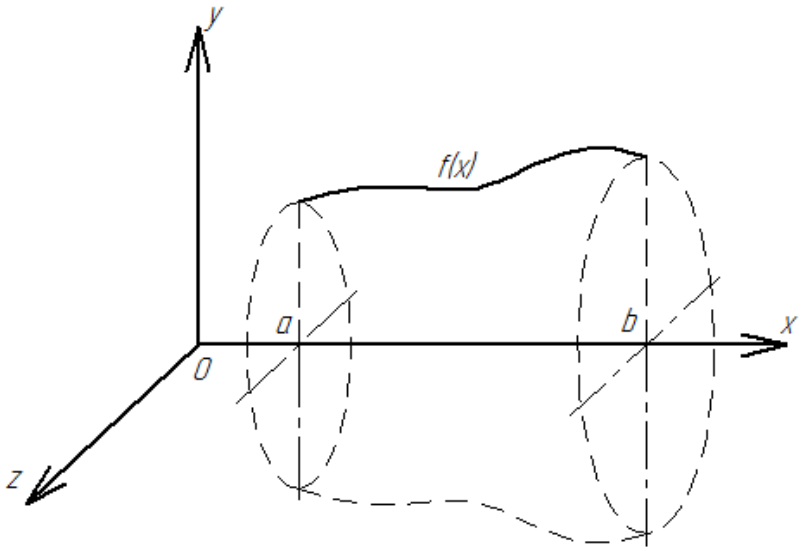



*Рис. 2.2.* К определению координат центра тяжести оболочки вращения и тела вращения

2.5. С учетом осей симметрии координаты центра тяжести тела вращения [5] определяются формулами (рис. 2.2):

$$x_c = \frac{\int_a^b xf^2(x)dx}{\int_a^b f^2(x)dx},$$

$$y_c = 0,$$

$$z_c = 0.$$

2.6. Толщина стенки цилиндрической оболочки, работающей под внутренним давлением, определяется формулой [1]:

$$\delta = \frac{PD}{2\varphi[\sigma] - P} + C,$$

где $P$ – внутреннее давление, МПа.

$D$ – внутренний диаметр цилиндрической оболочки, м,

$[\sigma]$ – допускаемые напряжения материала оболочки, МПа, (см. приложение В),

$\varphi$ – коэффициент прочности сварных швов (см. Приложение Г),

$C$ – прибавка на компенсацию коррозии, м.

2.7. Толщина стенки полусферического днища, работающего под внутренним давлением, определяется формулой [1]

$$\delta = \frac{PD}{4\varphi[\sigma] - P} + C.$$

2.8. Толщина стенки эллиптического днища, работающего под внутренним давлением, определяется формулой [1]

$$\delta = \frac{PDy}{4\varphi[\sigma] - Py} + C,$$

где $y = \frac{1}{6}\left(2 + \left(\frac{D}{2h}\right)^2\right)$ – коэффициент формы днища,

$h$ – высота днища, м.

2.9. При линейной интерполяции на каждом интервале $(x_i; x_{i+1})$ функция определяется формулой

$$f(x) = \frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i} \cdot x + \frac{x_{i+1}y_i - x_i y_{i+1}}{x_{i+1} - x_i},$$

где $y_{i+1}, y_i$ – значения функции в точках $x_{i+1}$ и $x_i$.

2.10. Интерполяционный многочлен Лагранжа имеет вид

$$L(x)=\sum_{i=0}^{N} y_i l_i(x),$$

где $y_i$ – значения функции в точках $x_i$,

$$l_i(x)=\prod_{j=0,\, j\neq i}^{N} \frac{x-x_j}{x_i-x_j},$$

которые обладают свойствами:

$$l_i(x)=\begin{cases} l_i(x_i)=1 \\ l_i(x_j)=0, i\neq j \end{cases}.$$

**Примеры**

Пример 2.1. Определить центр тяжести полукруга радиусом $R$ (рис. 2.3).

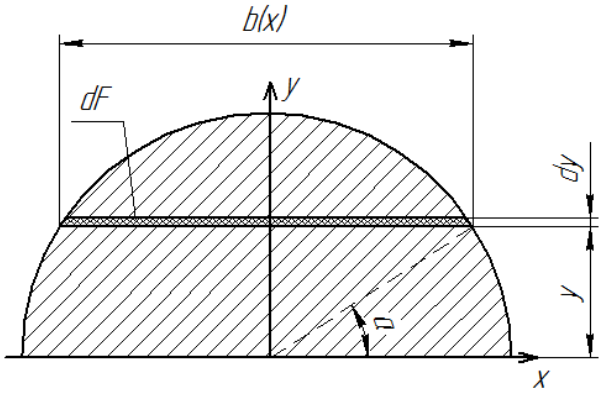



*Рис. 2.3*. К примеру 2.1

Решение. Выделим на расстоянии $y$ элементарную площадку $dF$ с помощью двух хорд, параллельных оси $0x$, на расстоянии $dy$ друг от друга. Расстояние $y$ и длина хорды $b(x)$ могут быть выражены через угол $a\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$:

$$y=R\cdot Sin(a),$$

$$b(x)=2R\cdot Cos(a),$$

где $R$ – радиус полукруга.

В этом случае справедливо:

$$dy = R \cdot Cos(a) \cdot da,$$

$$dF = b(x) \cdot dy = 2R^2 \cdot Cos^2(a) \cdot da.$$

Статический момент

$$S_x = \int_F y dF = \int_0^{\pi/2} R \cdot Sin(a) \cdot 2R^2 \cdot Cos^2(a) \cdot da = \frac{2}{3} R^3,$$

а координата центра тяжести $y_c$

$$y_c = \frac{\int_F y dF}{F} = \frac{\frac{2}{3} R^3}{\frac{1}{2} \pi R^2} = \frac{4R}{3\pi}.$$

Координата центра тяжести $x_c$ равна нулю, так как сечение симметрично относительно оси $y$.

Пример 2.2. Определить центр тяжести конической оболочки (рис. 2.4).

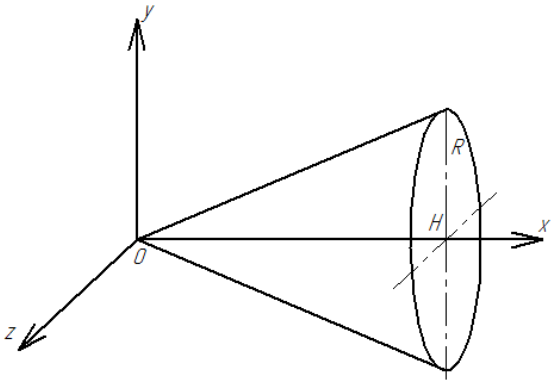



*Рис. 2.4.* К примерам 2.2 и 2.3

Решение. Из условия симметрии следует, что

$$y_c = 0,$$

$$z_c = 0.$$

Уравнение образующей имеет вид $y = f(x) = \frac{R}{H} x$, а пределы интегрирования $a = 0, b = H$. Производная составляет величину

$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = \frac{R}{H}$. Подставляя полученные выражения в формулу координат центра тяжести по оси $0x$, получим:

$$x_c = \frac{\int_a^b xf(x)\sqrt{1+\left(\frac{\partial f(x)}{\partial x}\right)^2}dx}{\int_a^b f(x)\sqrt{1+\left(\frac{\partial f(x)}{\partial x}\right)^2}dx} =$$

$$= \frac{\int_0^H \frac{R}{H}x^2\sqrt{1+\frac{R^2}{H^2}}dx}{\int_0^H \frac{R}{H}x\sqrt{1+\frac{R^2}{H^2}}dx} = \frac{\frac{1}{3}RH\sqrt{H^2+R^2}}{\frac{1}{2}R\sqrt{H^2+R^2}} = \frac{2}{3}H.$$

Пример 2.3. Определить центр тяжести конуса (рис. 2.4).

Решение. Из условия симметрии следует, что

$$y_c = 0,$$

$$z_c = 0.$$

Уравнение образующей имеет вид $y = f(x) = \frac{R}{H}x$, а пределы интегрирования $a = 0, b = H$. Подставляя полученные выражения в формулу координаты центра тяжести по оси $0x$, получим:

$$x_c = \frac{\int_a^b xf^2(x)dx}{\int_a^b f^2(x)dx} = \frac{\int_0^H \frac{R^2}{H^2}x^3dx}{\int_0^H \frac{R^2}{H^2}x^2dx} = \frac{\frac{1}{4}R^2H^2}{\frac{1}{3}R^2H} = \frac{3}{4}H.$$

Пример 2.4. Определить минимально необходимую толщину стенки цилиндрической обечайки диаметром 1,6 м, работающей под внутренним избыточным давлением 2,5 МПа при температуре 200 $^0$С. Обечайка изготовлена из стали 09Г2С. Сварные швы – стыковые, выполняемые вручную с одной стороны. Длина контролируемых сварных швов составляет 40 % от общей длины. Прибавка на коррозию равна 0,003 м.

Решение. По приложению Г коэффициент прочности указанных сварных швов равен 0,65. По приложению В допускаемые напряжения материала обечайки при данной температуре равны 165 МПа. В результате получаем

$$\delta = \frac{PD}{2\varphi[\sigma] - P} + C = \frac{2{,}5 \cdot 1{,}6}{2 \cdot 0{,}65 \cdot 165 - 2{,}5} + 0{,}003 = 0{,}02186\,\text{м}.$$

Пример 2.5. Определить минимально необходимую толщину стенки полусферического днища диаметром 2 м, работающего под внутренним избыточным давлением 2 МПа при температуре 250 $^0$С. Обечайка изготовлена из стали Ст.3. Сварные швы – стыковые с двусторонним сплошным проваром, выполняемые автоматической сваркой. Длина контролируемых сварных швов составляет 100 % от общей длины. Прибавка на коррозию равна 0,002 м.

Решение. По приложению Г коэффициент прочности указанных сварных швов равен 1. По приложению В допускаемые напряжения материала обечайки при данной температуре равны 131 МПа. В результате получаем

$$\delta = \frac{PD}{4\varphi[\sigma] - P} + C = \frac{2 \cdot 2}{4 \cdot 1 \cdot 131 - 2} + 0{,}002 = 0{,}00966\,\text{м}.$$

Пример 2.6. Определить минимально необходимую толщину стенки эллиптического днища диаметром 2 м и высотой 0,5 м, работающего под внутренним избыточным давлением 1,6 МПа при температуре 400 $^0$С. Обечайка изготовлена из стали 10Г2. Сварные швы – стыковые с двусторонним сплошным проваром, выполняемые автоматической сваркой. Длина контролируемых сварных швов составляет 100 % от общей длины. Прибавка на коррозию равна 0,003 м.

Решение. По приложению Г коэффициент прочности указанных сварных швов равен 1. По приложению В допускаемые напряжения материала обечайки при данной температуре равны 92 МПа. Коэффициент формы днища

$$y = \frac{1}{6}\left(2 + \left(\frac{D}{2h}\right)^2\right) = \frac{1}{6}\left(2 + \left(\frac{2}{2 \cdot 0{,}5}\right)^2\right) = 1.$$

В результате получаем

$$\delta = \frac{PDy}{2\varphi[\sigma] - Py} + C = \frac{1{,}6 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 92 - 1{,}6 \cdot 1} + 0{,}003 = 0{,}02054 \text{м}.$$

Пример 2.7. Определить линейной интерполяцией значение допускаемого напряжения стали 09Г2С при температуре 225 $^0$С.

Решение. Для определения допускаемого напряжения стали 09Г2С при температуре 225$^0$С по приложению В находим значения напряжений для ближайших табличных температур:

$$[\sigma]_{200^\circ C} = 165\,\text{МПа},$$

$$[\sigma]_{250^\circ C} = 162\,\text{МПа}$$

и подставляем найденные значения в выражение:

$$f(x) = \frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i} \cdot x + \frac{x_{i+1} y_i - x_i y_{i+1}}{x_{i+1} - x_i},$$

$$[\sigma]_{225^\circ C} = \frac{162 - 165}{250 - 200} \cdot 225 + \frac{250 \cdot 165 - 200 \cdot 162}{252 - 200} =$$

$$= -0{,}06 \cdot 225 + 177 = 163{,}5 \text{ МПа}.$$

Пример 2.8. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа по данным таблицы 2.1.

*Таблица 2.1*

**Исходные данные для примера 2.8**

| i | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| x | -2 | -1 | 1 | 2 |
| y | -29 | -8 | -2 | 7 |

Решение. Составим выражения для $l_i(x)$:

$$l_0(x) = \prod_{j=0,\, j\neq i}^{3} \frac{x - x_j}{x_0 - x_j} =$$

$$= \frac{x-(-1)}{-2-(-1)} \cdot \frac{x-1}{-2-1} \cdot \frac{x-2}{-2-2} = \frac{(x+1)(x-1)(x-2)}{-12},$$

$$l_1(x) = \prod_{j=0,\, j\neq i}^{3} \frac{x - x_j}{x_1 - x_j} =$$

$$= \frac{x-(-2)}{-1-(-2)} \cdot \frac{x-1}{-1-1} \cdot \frac{x-2}{-1-2} = \frac{(x+2)(x-1)(x-2)}{6},$$

$$l_2(x) = \prod_{j=0,\, j\neq i}^{3} \frac{x-x_j}{x_2-x_j} =$$

$$= \frac{x-(-2)}{1-(-2)} \cdot \frac{x-(-1)}{1-(-1)} \cdot \frac{x-2}{1-2} = \frac{(x+2)(x+1)(x-2)}{-6},$$

$$l_3(x) = \prod_{j=0,\, j\neq i}^{3} \frac{x-x_j}{x_3-x_j} =$$

$$= \frac{x-(-2)}{2-(-2)} \cdot \frac{x-(-1)}{2-(-1)} \cdot \frac{x-1}{2-1} = \frac{(x+2)(x+1)(x-1)}{12}.$$

Подставляя результат в многочлен Лагранжа, получим

$$L(x) = \sum_{i=0}^{3} y_i l_i(x) =$$

$$= -29 \cdot \frac{(x+1)(x-1)(x-2)}{-12} + (-8) \cdot \frac{(x+2)(x-1)(x-2)}{6} +$$

$$+ (-2) \cdot \frac{(x+2)(x+1)(x-2)}{-6} + 7 \cdot \frac{(x+2)(x+1)(x-1)}{12}.$$

**Задачи**

Задача 2.1. Определить положение центра тяжести однородных пластин, показанных на рис. 2.5.

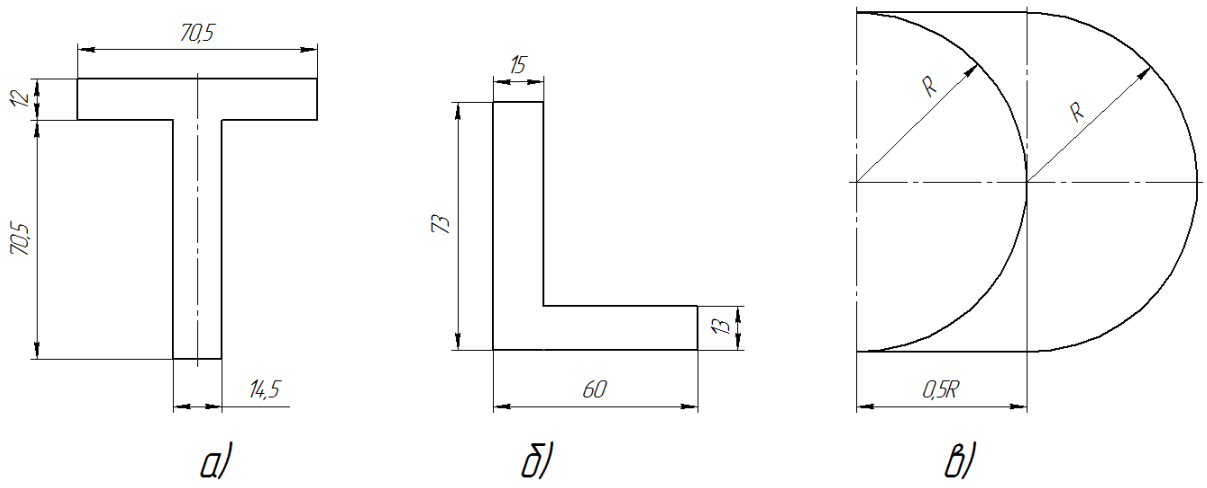



*Рис. 2.5.* К задаче 2.1

Задача 2.2. Определить положение центра тяжести полусферического днища радиуса $R$.

Задача 2.3. Определить положение центра тяжести эллиптического днища, у которого $h = 0{,}25D$.

Задача 2.3. Определить положение центра тяжести полушара радиуса $R$.

Задача 2.5. Определить положение центра тяжести полуэллипсоида вращения, у которого $h = 0{,}25D$.

Задача 2.6. Определить минимально необходимую толщину стенки цилиндрической обечайки диаметром 2,6 м, работающей под внутренним избыточным давлением 2,0 МПа при температуре 275 $^0$С. Обечайка изготовлена из стали 09Г2С. Сварные швы – стыковые, выполняемые вручную с одной стороны. Длина контролируемых сварных швов составляет 100 % от общей длины. Прибавка на коррозию равна 0,002 м.

Задача 2.7. Определить минимально необходимую толщину стенки полусферического днища диаметром 1,2 м, работающего под внутренним избыточным давлением 2,2 МПа при температуре 376 $^0$С. Обечайка изготовлена из стали 10ГС. Сварные швы – стыковые с двусторонним сплошным проваром, выполняемые автоматической сваркой. Длина контролируемых сварных швов составляет 100 % от общей длины. Прибавка на коррозию равна 0,004 м.

Задача 2.8. Определить минимально необходимую толщину стенки эллиптического днища диаметром 1,4 м и высотой $h = 0{,}25D$, работающего под внутренним избыточным давлением 1,6 МПа при температуре 433 $^0$С. Обечайка изготовлена из стали 20. Сварные швы – стыковые с двусторонним сплошным проваром, выполняемые автоматической сваркой. Длина контролируемых сварных швов составляет 20 % от общей длины. Прибавка на коррозию равна 0,004 м.

Задача 2.9. Определить максимально возможное внутреннее избыточное давление для эллиптического днища диаметром 1,4 м и высотой $h = 0{,}25D$ толщиной 20 мм, работающего при температуре 433 $^0$С. Обечайка изготовлена из стали 20. Сварные швы – стыковые с двусторонним сплошным проваром, выполняемые автоматической сваркой. Длина контролируемых сварных швов составляет 20 % от общей длины. Прибавка на коррозию равна 0,004 м.

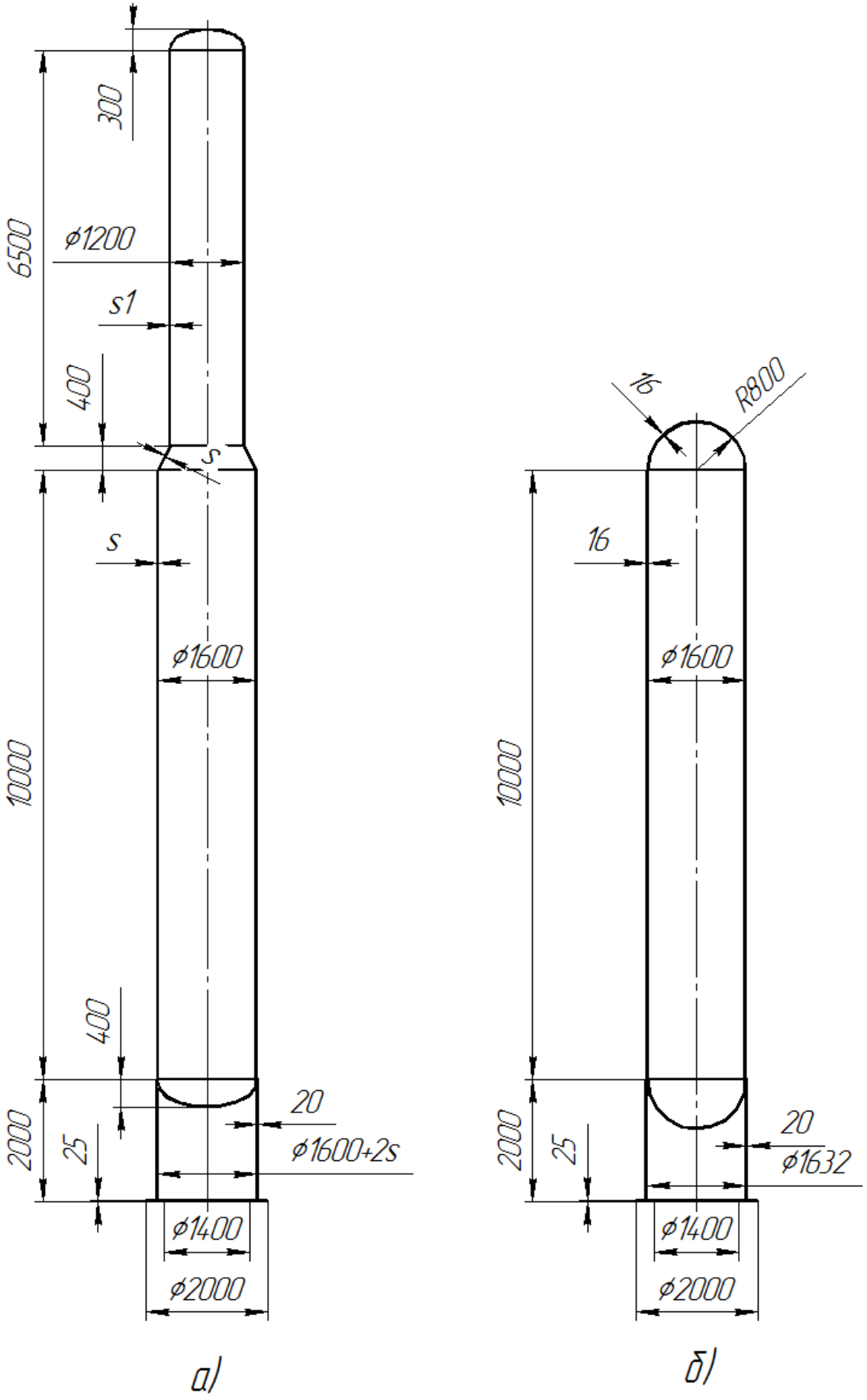



*Рис. 2.6.* К задачам 2.11 и 2.12

Задача 2.10. Определить массу и положение центра тяжести колонного аппарата (рис. 2.6а), работающего под внутренним избыточным давлением 1,6 МПа при температуре 333 $^0$С. Обечайка изготовлена из стали 20. Сварные швы – стыковые с двусторонним сплошным проваром, выполняемые автоматической сваркой. Длина контролируемых сварных швов составляет 30 % от общей длины. Прибавка на коррозию равна 0,003 м.

Задача 2.11. Определить массу, положение центра тяжести и угол неустойчивого равновесия аппарата, показанного на рис. 2.6б.

Задача 2.12. Определить линейной интерполяцией значение допускаемого напряжения стали 10Г2 при температуре 429 $^0$С.

Задача 2.13. Определить значение допускаемого напряжения стали Ст3 при температуре 128 $^0$С, построив интерполяционный многочлен Лагранжа в диапазоне температур от 20 до 250 $^0$С.

Задача 2.14. Определить значение допускаемого напряжения стали 20 при температуре 79 $^0$С, построив интерполяционный многочлен Лагранжа в диапазоне температур от 20 до 200 $^0$С, и сравнить полученное значение с результатами при линейной интерполяции.

# Глава 3. ЗАДАЧИ С ЭЛЕМЕНТАМИ ДВИЖЕНИЯ

3.1. Расход жидкости при истечении из отверстий и патрубков выражается формулой [7]

$$Q = \mu_o f \sqrt{2gH_n},$$

где $\mu_o$ – коэффициент расхода,

$f$ – площадь отверстия или патрубка, м$^2$,

$H_n$ – высота подпора жидкости, м.

Для круглых отверстий в тонкой стенке коэффициент расхода равен 0,62, а для цилиндрических патрубков, в зависимости от отношения длины патрубка $l$ к его диаметру $d$, меняется 0,6 до 0,82 (таблица 3.1).

*Таблица 3.1*

**Значения коэффициента расхода для цилиндрического патрубка**

| $\frac{l}{d}$ | 1 | 3 | 12 | 24 | 26 | 48 | 60 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\mu_o$ | 0,62 | 0,82 | 0,77 | 0,73 | 0,68 | 0,63 | 0,6 |

3.2. Траектория низконапорной струи, вытекающей под некоторым углом $\alpha$ к горизонту, описывается уравнением [1]

$$y = x \cdot tg(\alpha) + \frac{x^2}{3{,}76 \cdot H_n Cos^2(\alpha)}.$$

3.3. Скорость осаждения шарообразной частицы в неподвижной среде под действием силы тяжести при ламинарном характере обтекания поверхности частицы определяется по выражению (уравнение Стокса) [1]:

$$w_{oc} = \frac{(\rho_ч - \rho) g d^2}{18\mu},$$

где $\rho_ч$ – плотность материала частицы, кг/м$^3$,

$\rho$ – плотность среды, кг/м$^3$,

$d$ – диаметр частицы, м,

$\mu$ – Коэффициент динамической вязкости среды, Па·с.

3.4. Скорость осаждения шарообразной частицы при любом характере обтекания поверхности частицы определяется по выражению

$$\mathrm{Re} = 3{,}15 - 0{,}0059 \cdot \mathrm{Ar} + \frac{0{,}1063 \cdot \mathrm{Ar}}{\ln(\mathrm{Ar})},$$

где $\mathrm{Re} = \dfrac{w_{oc} d \rho}{\mu}$ – число Рейнольдса,

$Ar = \dfrac{(\rho_ч - \rho)\rho g d^3}{\mu^2}$ – число Архимеда.

Для определения размера частицы по заданной скорости осаждения можно воспользоваться уравнением вида

$$\ln(\mathrm{Ar}) = 0{,}9165 - 0{,}001 \cdot \mathrm{Re}^{0{,}5} + 1{,}7267 \cdot \ln(\mathrm{Re}).$$

3.5. Приблизительный диаметр вертикальной пылеосадительной камеры или отстойника рассчитывается по выражению

$$D_{oc} = \sqrt{\frac{8Q}{\pi w_{oc}}},$$

где $Q$ – производительность аппарата, м$^3$/с,

а горизонтального отстойника:

$$D_{oc} = \frac{8Q}{\pi w_{oc} L},$$

где $L$ – расстояние между входным и выходным штуцерами горизонтального отстойника, м.

3.6. Критическая скорость барабана (об/мин) шаровой мельницы определяется по выражению

$$n_{кр} = \frac{42{,}4}{\sqrt{D}},$$

где $D$ – диаметр барабана мельницы, м.

Рабочая скорость выбирается из диапазона

$$n = (0{,}7 \div 0{,}8) n_{кр}.$$

3.7. Мощность двигателя (Вт) шаровой мельницы определяется по выражению

$$N = \frac{1{,}79(A_1 + A_2)n}{\eta},$$

где $A_1$ – работа необходимая для подъема шаров, Нм,

$A_2$ – работа, затрачиваемая на сообщение шарам кинетической энергии, Нм,

$\eta$ – КПД привода мельницы.

Входящие в выражение работы могут быть рассчитаны как

$$A_1 = 1{,}13mgR,$$

$$A_2 = 2m(\pi nR_0)^2,$$

где $m$ – масса шаров, кг,

$R$ – радиус барабана шаровой мельницы, м,

$n$ – скорость вращения барабана, об/с,

$R_0$ – приведенный радиус инерции массы шаров, м.

Масса стальных шаров с плотностью 7850 кг/м$^3$

$$m = 22661{,}5R^2L\varphi\mu,$$

где $L$ – длина барабана, м,

$\varphi$ – коэффициент заполнения,

$\mu$ – коэффициент плотности загрузки, учитывающий пустоты между мелющими телами, обычно находится в пределах 0,55÷0,65.

Приведенный радиус инерции массы шаров определяется как

$$R_0 = R\sqrt{0{,}5 + 2k^2},$$

где $k$ – функция, зависящая от коэффициента заполнения и приближения скорости вращения барабана к критической.

Для коэффициента заполнения, равного 0,35, функция $k$ определяется выражением

$$k = -10\left(\frac{n}{n_{кр}}\right)^2 + 16{,}7\left(\frac{n}{n_{кр}}\right) - 6{,}28.$$

**Примеры**

Пример 3.1. Определить необходимые диаметры трех отверстий, через которые вытекает 0,7 м$^3$/час жидкости в соотношении 1:2:4. Высота подпора жидкости – 150 мм.

Решение. Учитывая, что через все отверстия протекает 7 частей жидкости, через первое отверстие будет вытекать 0,1 м$^3$/час, через второе – 0,2 м$^3$/час, а через третье – 0,4 м$^3$/час.

Выражая из уравнения расхода диаметр отверстия и подставляя численные значения величин, получим:

– для первого отверстия:

$$d_1 = \sqrt{\frac{4Q_1}{\mu_0\pi\sqrt{2gH_n}}} = \sqrt{\frac{4\cdot 0{,}1}{0{,}62\pi\sqrt{2\cdot 91\cdot 0{,}15}\cdot 3600}} = 0{,}00576м\ ,$$

– для второго отверстия:

$$d_2 = \sqrt{\frac{4Q_2}{\mu_0\pi\sqrt{2gH_n}}} = \sqrt{\frac{4\cdot 0{,}2}{0{,}62\pi\sqrt{2\cdot 91\cdot 0{,}15}\cdot 3600}} = 0{,}00815м\ ,$$

– для третьего отверстия:

$$d_3 = \sqrt{\frac{4Q_3}{\mu_0\pi\sqrt{2gH_n}}} = \sqrt{\frac{4\cdot 0{,}4}{0{,}62\pi\sqrt{2\cdot 91\cdot 0{,}15}\cdot 3600}} = 0{,}01153м.$$

Таким образом, соотношение диаметров составило – 1:1,42:2.

Пример 3.2. Определить диаметр вертикального отстойника для непрерывного осаждения шарообразных частиц диаметра 0,03 мм из нефти. Плотность частиц – 2200 кг/м$^3$, плотность нефти – 766 кг/м$^3$, коэффициент динамической вязкости нефти – $0{,}75\cdot 10^{-3}$ Па·с. Производительность отстойника – 90 т/ч.

Решение. Определим число Архимеда:

$$Ar = \frac{(\rho_ч - \rho)\rho g d^3}{\mu^2} = \frac{(2200 - 766)\cdot 766 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}00003^3}{\left(0{,}75 \cdot 10^{-3}\right)^2} = 0{,}517.$$

По полученному значению числа Архимеда определим величину числа Рейнольдса и скорость осаждения:

$$\mathrm{Re} = 3{,}15 - 0{,}0059 \cdot \mathrm{Ar} + \frac{0{,}1063 \cdot \mathrm{Ar}}{\ln(\mathrm{Ar})} =$$

$$= 3{,}15 - 0{,}0059 \cdot 0{,}517 + \frac{0{,}1063 \cdot 0{,}517}{\ln(0{,}517)} = 3{,}06,$$

$$w_{oc} = \frac{\mathrm{Re}\,\mu}{d\rho} = \frac{3{,}06 \cdot 0{,}75 \cdot 10^{-3}}{0.00003 \cdot 766} = 0{,}099 м/с.$$

Тогда требуемый диаметр отстойника составит величину

$$D_{oc} = \sqrt{\frac{8Q}{\pi w_{oc}}} = \sqrt{\frac{8 \cdot 90 \cdot 1000}{3600 \cdot \pi \cdot 0{,}099 \cdot 766}} = 0{,}911 м.$$

Выбираем ближайший больший диаметр – 1 м.

Пример 3.3. Определить мощность двигателя шаровой мельницы с диаметром барабана 1 м и длиной барабана 2 м, если КПД привода – 65 %, коэффициент заполнения – 0,35, коэффициент плотности загрузки – 0,6.

Решение. Определим критическую скорость барабана и выберем рабочую скорость:

$$n_{кр} = \frac{42{,}4}{\sqrt{D}} = \frac{42{,}4}{\sqrt{1}} = 42{,}4 об/мин = 1{,}41 об/с,$$

$$n = (0{,}7 \div 0{,}8) n_{кр} = 0{,}75 \cdot 1{,}41 = 1{,}06 об/с.$$

Для определения мощности необходимо определить массу стальных шаров

$$m = 22661{,}5 R^2 L \varphi \mu = 22661{,}5 \cdot 1^2 \cdot 2 \cdot 0{,}35 \cdot 0{,}6 = 9517{,}8 кг$$

и приведенный радиус инерции массы шаров

$$R_0 = R\sqrt{0{,}5 + 2k^2} = 0{,}5\sqrt{0{,}5 + 2 \cdot 0{,}62^2} = 0{,}563 м,$$

где

$$k = -10\left(\frac{n}{n_{кр}}\right)^2 + 16{,}7\left(\frac{n}{n_{кр}}\right) - 6{,}28 = -10\left(\frac{1{,}06}{1{,}41}\right)^2 + 16{,}7\frac{1{,}06}{1{,}41} - 6{,}28 = 0{,}62.$$

Тогда работа необходимая для подъема шаров:

$$A_1 = 1{,}13mgR = 1{,}13 \cdot 9517{,}8 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}5 = 52754 Нм,$$

а работа, затрачиваемая на сообщение шарам кинетической энергии,

$$A_2 = 2m(\pi n R_0)^2 = 2 \cdot 9517{,}8 \cdot (\pi \cdot 1{,}06 \cdot 0{,}563)^2 = 66911 Нм.$$

Мощность двигателя шаровой мельницы составит величину

$$N = \frac{1{,}79(A_1 + A_2)n}{\eta} = \frac{1{,}79 \cdot (52754 + 66911) \cdot 1{,}06}{0{,}65} = 349311 Вт \approx 349 кВт.$$

**Задачи**

Задача 3.1. Определить расход жидкости через отверстие диаметром 10 мм при высоте подпора 350 мм.

Задача 3.2. Определить расход жидкости через патрубок диаметром 10 мм и длиной 55 мм при высоте подпора 300 мм.

Задача 3.3. Чему равно соотношение диаметров отверстий в емкости постоянного уровня, если отношение расходов через них равно 2,5?

Задача 3.4. Определить скорость осаждения сферических частиц диаметром 0,2 мм из материала с плотностью 2200 кг/м$^3$ в воздухе (плотность 1,27 кг/м$^3$, коэффициент динамической вязкости – $0{,}0185 \cdot 10^{-3}$ Па·с) и в воде (плотность 998 кг/м$^3$, коэффициент динамической вязкости – $1{,}005 \cdot 10^{-3}$ Па·с).

Задача 3.5. Определить наибольший диаметр частиц сферической формы, для которых применима формула Стокса, если осаждение происходит в воде (плотность 998 кг/м$^3$, коэффициент динамической вязкости – $1{,}005 \cdot 10^{-3}$ Па·с), а плотность частиц равна 2600 кг/м$^3$.

Задача 3.6. Определить наибольший диаметр частиц сферической формы, которые будут уноситься восходящим потоком воды (плотность 1000 кг/м$^3$, коэффициент динамической вязкости – $1{,}310 \cdot 10^{-3}$ Па·с), а плотность частиц равна 2150 кг/м$^3$.

Задача 3.7. Определить диаметр вертикального отстойника для непрерывного осаждения шарообразных частиц диаметра 0,02 мм из жидкости. Плотность частиц – 2750 кг/м$^3$, плотность жидкости – 850 кг/м$^3$, коэффициент динамической вязкости жидкости – $3{,}0 \cdot 10^{-3}$ Па·с. Производительность отстойника – 50 т/ч.

Задача 3.8. Определить диаметр горизонтального отстойника для непрерывного осаждения шарообразных частиц диаметра 0,03 мм из жидкости. Плотность частиц – 2100 кг/м$^3$, плотность жидкости – 700 кг/м$^3$, коэффициент динамической вязкости жидкости – $1{,}0 \cdot 10^{-3}$ Па·с. Производительность отстойника – 100 т/ч. Расстояние между входным и выходным штуцерами горизонтального отстойника равно 6 м.

Задача 3.9. Определить мощность двигателя шаровой мельницы с диаметром барабана 1,2 м и длиной барабана 2,5 м, если КПД привода 70 %, коэффициент заполнения 0,35, коэффициент плотности загрузки 0,55.

Задача 3.10. Определить максимальную загрузку шаровой мельницы диаметром 1,6 м, если мощность привода равна 500 кВт, КПД привода – 0,6, коэффициент заполнения – 0,35, коэффициент плотности загрузки – 0,55.

# Глава 4. КОЛЕБАНИЯ И ВИБРОИЗОЛЯЦИЯ

4.1. Свободные колебания системы с одной степенью свободы без затухания описываются уравнением:

$$y'' + \omega^2 y = 0,$$

где $\omega = \frac{k}{m}$ – круговая частота колебаний, рад/с,

$k$ – жесткость пружины,

$m$ – масса системы, кг.

Решение этого уравнения имеет вид:

$$y = \lambda \cdot Sin(\omega t + \alpha),$$

где $\lambda$ – амплитуда колебаний, м,

$t$ – время, с,

$\alpha$ – фаза колебаний, рад.

4.2. Свободные колебания системы с одной степенью свободы с затухания описываются уравнением

$$y'' + 2fy' + \omega^2 y = 0,$$

где $f$ – коэффициент затухания.

Решение этого уравнения имеет вид

$$y = \lambda \cdot e^{-ft} \cdot Sin(\omega_1 t + \alpha),$$

где $\omega_1 = \sqrt{\omega^2 - f^2}$ – круговая частота колебаний, рад/с.

4.3. Вынужденные колебания системы с одной степенью свободы без затуханий описываются уравнением

$$y'' + \omega^2 y = \frac{P_0}{m} Sin\Omega t,$$

где $P_0$ – максимальное значение внешней силы, Н,

$\Omega$ – круговая частота изменения внешней силы, рад/с.

Для начальных условий вида

$$t = 0, y' = 0,$$

решение этого уравнения может быть записано в виде:

$$y = -\frac{q}{\omega^2 - \Omega^2} Cos\omega t + \frac{q}{\omega^2 - \Omega^2} Cos\Omega t,$$

где $q = \frac{P_0}{m}$.

Совпадение частоты возбуждающей силы и частоты свободных колебаний называется резонансом, а эта частота называется критической. При резонансе амплитуда возрастает на мгновенно, а пропорционально времени:

$$\lambda_{рез} = \frac{q}{2\Omega} t.$$

4.4. Вынужденные колебания системы с одной степенью свободы с затуханием описываются уравнением

$$y'' + 2fy' + \omega^2 y = \frac{P_0}{m} Sin\Omega t,$$

решение которого имеет вид

$$y = \lambda \cdot e^{-ft} \cdot Sin(\omega_1 t + \alpha) + \frac{q(\omega^2 - \Omega^2)}{(\omega^2 - \Omega^2) + 4f^2\Omega^2} Cos\Omega t +$$

$$+ \frac{2qf\Omega}{(\omega^2 - \Omega^2) + 4f^2\Omega^2} Sin\Omega t.$$

4.5. Критическая скорость вала с одним диском в коротких подшипниках определяется формулой [1]

$$\Omega^2_{кр} = \frac{3gEIl}{G(l-a)a},$$

где $E$ – модуль упругости материала вала, МПа,

$I$ – момент инерции поперечного сечения вала, м$^4$,

$G$ – вес диска, Н,

$l$ – расстояние между подшипниками, м,

$a$ – расстояние от одного из подшипников до диска, м.

4.6. Критическая скорость вала с одним диском в длинных подшипниках определяется формулой [1]

$$\Omega^2_{кр} = \frac{3gEIl^3}{G(l-a)^3 a^3}.$$

4.7. Критическая скорость вала с одним диском в одном коротком и в одном длинном подшипниках определяется формулой [1]

$$\Omega^2_{кр} = \frac{12gEIl^3}{Ga^3(l-a)^2(4l-a)}.$$

4.8. Критическая скорость консольно закрепленного вала с одним диском на незакрепленном конце определяется формулой [1]

$$\Omega^2_{кр} = \frac{3gEI}{Gl^3}.$$

4.9. Исходными данными для расчета пружинных виброизоляторов являются [6]:

– масса изолируемой установки $m$, кг;

– количество всех однотипных пружин в виброизолируемой установке $n$, шт.;

– число оборотов машины $N$, об/мин;

– коэффициент снижения частоты $\alpha$;

– напряжение на кручение $[\tau]$ и модуль сдвига $G$ материала виброизоляоров.

Расчет начинается с определения статической нагрузки на один виброизолятор

$$P_{ст} = \frac{mg}{n}$$

и жесткости пружины в вертикальном направлении

$$K_z = \frac{4\pi^2 m f_0^2}{\alpha^2 n},$$

где $f_0 = \frac{N}{60}$ – частота вынужденных колебаний машины, 1/с.

Диаметр прутка, требуемого для изготовления пружинного виброизолятора, определяется формулой:

$$d \geq 1{,}6\sqrt{\frac{kPc}{[\tau]}},$$

где $c$ – индекс пружины, который рекомендуется принимать от 4 до 10,

$P$ – расчетная нагрузка, Н,

$k$ – коэффициент, рассчитываемый по выражению

$$k = -4 \cdot 10^{-5} \cdot c^5 + 0{,}0019 \cdot c^4 - 0{,}0339 \cdot c^3 + 0{,}2974 \cdot c^2 - 1{,}3276 \cdot c + 3{,}6756.$$

Число рабочих витков находят по формуле

$$i = \frac{Gdn\alpha^2}{32mgc^3 f_0^{\,2}},$$

а полное число витков

$$i_\Sigma = i + i_1,$$

где $i_1$ – число мертвых витков, принимаемое равным 1,5 на оба торца пружины, если число рабочих витков меньше 7, и 2,5 если $i \geq 7$.

Остальные параметры пружины определяются формулами:

– диаметр пружины

$$D = cd;$$

– шаг пружины

$$h = \frac{D}{4} \ldots \frac{D}{2};$$

– высота ненагруженной пружины

$$H = ih + (i_1 - 0{,}5)d.$$

Устойчивость пружины проверяется по неравенству

$$\frac{H}{D} \leq 5{,}1.$$

4.10. Резиновые виброизоляторы применяют при частоте вынужденных колебаний машины не выше 15 Гц [6]. Исходными данными для их расчета являются:

– масса изолируемой установки $m$, кг;

– количество всех однотипных виброизоляторов $n$, шт.;

– число оборотов машины $N$, об/мин;

– коэффициент снижения частоты $\alpha$;

– допускаемое напряжение на сжатие $[\sigma_{сж}]$ и модуль упругости $E$ материала виброизоляоров.

Рабочая высота выбоизоляторов

$$h_p = \frac{\alpha^2 E}{4[\sigma_{сж}] f_0^2}.$$

Площадь всех резиновых изоляторов определяется формулой

$$F = \frac{mg}{[\sigma_{сж}]}.$$

При этом количество всех однотипных виброизоляторов должно удовлетворят условию

$$\frac{sF}{64h_p^2} \le m \le \frac{sF}{h_p^2},$$

где $s$ – коэффициент, равный 1 для квадратных в сечении виброизоляторов, и равный 1,27, если сечение круглое.

Размер поперечного сечения изолятора может быть определен как

$$A = \sqrt{\frac{sF}{n}},$$

где $A$ – размер поперечного сечения изолятора (для изолятора квадратного сечения – сторона квадрата, для круглого изолятора – диаметр),

при этом должно выполняться условие

$$1{,}0 \le \frac{A}{h_p} \le 1{,}5.$$

Высота резинового элемента с учетом ребристости или перфорации

$$H = h_p + \frac{A}{8}.$$

**Примеры**

Пример 4.1. Определить размеры 4-х пружинных виброизоляторов, необходимых для снижения вибрации машины массой 5000 кг, колеблющейся с частотой 15 Гц и коэффициентом снижения частоты $\alpha = 4$. Материал виброизоляторов – сталь 50ХФА.

Решение. Определим статическую нагрузку на один виброизолятор:

$$P_{cm} = \frac{mg}{n} = \frac{5000 \cdot 9{,}81}{4} = 12252{,}5 \text{ Н}$$

и жесткость пружины в вертикальном направлении:

$$K_z = \frac{4\pi^2 m f_0^2}{\alpha^2 n} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 5000 \cdot 15^2}{4^2 \cdot 4} = 46263{,}8 \text{ Н/м}.$$

Тогда диаметр прутка, требуемого для изготовления пружинного виброизолятора, составит величину

$$d \geq 1{,}6\sqrt{\frac{kPc}{[\tau]}} = 1{,}6\sqrt{\frac{1{,}298 \cdot 12252{,}5 \cdot 5}{5 \cdot 10^8}} = 0{,}02 \text{ м}$$

при принятом c=5 и рассчитанном k=1,298.

Число рабочих витков

$$i = \frac{\alpha^2 G d n}{32 m g c^3 f_0^2} = \frac{4^2 \cdot 7{,}85 \cdot 10^{10} \cdot 0{,}02 \cdot 4}{32 \cdot 5000 \cdot 9{,}81 \cdot 5^3 \cdot 15^5} = 2{,}28 \approx 2{,}5,$$

а полное число витков

$$i_\Sigma = i + i_1 = 2{,}5 + 1{,}5 = 4.$$

Остальные параметры пружины определяются формулами:

– диаметр пружины

$$D = cd = 5 \cdot 0{,}02 = 0{,}1 \text{ м};$$

– шаг пружины

$$h = \frac{D}{4} \ldots \frac{D}{2} = \frac{D}{2} = \frac{0{,}1}{2} = 0{,}05 \text{ м};$$

– высота ненагруженной пружины

$$H = ih + (i_1 - 0{,}5)d = 2{,}5 \cdot 0{,}05 + (1{,}5 - 0{,}5) \cdot 0{,}02 = 0{,}145 \text{ м}.$$

Устойчивость пружины проверяем по неравенству:

$$\frac{H}{D}=\frac{0{,}145}{0{,}1}=1{,}45\le 5{,}1$$ – условие выполняется.

Пример 4.2. Определить размеры 4-х круглых резиновых виброизоляторов, необходимых для снижения вибрации машины массой 5000 кг, колеблющейся с частотой 15 Гц и коэффициентом снижения частоты $\alpha=4$. Материал виброизоляторов – ИПР-1347.

Решение. Для материала изоляторов допускаемое напряжение на сжатие $[\sigma_{сж}]$ и модуль упругости $E$ рассчитываются как

$$[\sigma_{сж}]=0{,}44 \text{ МПа},$$

$$E=3{,}93 \text{ МПа}.$$

Тогда рабочая высота выбоизоляторов

$$h_p=\frac{\alpha^2 E}{4[\sigma_{сж}]f_0^2}=\frac{4^2\cdot 3930000}{4\cdot 440000\cdot 15^2}=0{,}159 \text{ м}.$$

Площадь всех резиновых изоляторов

$$F=\frac{mg}{[\sigma_{сж}]}=\frac{5000\cdot 9{,}81}{440000}=0{,}111 \text{ м}^2.$$

Проверяем условие:

$$\frac{1{,}27\cdot 0{,}111}{64\cdot 0{,}159^2}\le 4\le \frac{1{,}27\cdot 0{,}111}{0{,}159^2},$$

$$0{,}086\le 4\le 5{,}4$$ – условие выполняется.

Размер поперечного сечения изолятора определяется как

$$A=\sqrt{\frac{sF}{n}}=\sqrt{\frac{1{,}27\cdot 0{,}111}{4}}=0{,}188 \text{ м},$$

при этом должно выполняться условие

$$1{,}0\le \frac{A}{h_p}\le 1{,}5,$$

$$1{,}0\le 1{,}18\le 1{,}5.$$

Высота резинового элемента с учетом ребристости или перфорации

$$H=h_p+\frac{A}{8}=0{,}159+\frac{0{,}188}{8}=0{,}183 \text{ м}.$$

**Задачи**

Задача 4.1. Спиральная пружина обладает жёсткостью k=25 Н/м. Определить, тело какой массы должно быть подвешено к пружине, чтобы за 1 мин. совершалось 25 колебаний.

Задача 4.2. Определить критическую скорость вала с одним диском в коротких подшипниках, если диаметр вала 120 мм, длина вала 1,5 м, диаметр диска 1,25 м, толщина диска 8 мм. Диск расположен посередине. Материал диска – Сталь 12Х18Н10Т.

Задача 4.3. Как изменится критическая скорость вала Задачи 4.2, если диск сместить в одну из сторон на 0,5 м?

Задача 4.4. Определить критическую скорость вала с одним диском в длинных подшипниках, если диаметр вала 50 мм, длина вала 0,8 м, диаметр диска 0,75 м, толщина диска 25 мм. Диск расположен посередине. Материал диска – Сталь 10Г2.

Задача 4.5. Как изменится критическая скорость вала задачи 4.4, если один из подшипников заменить на короткий?

Задача 4.6. Определить критическую скорость консольно закрепленного вала с диском на незакрепленном конце, если диаметр вала 100 мм, длина вала 2 м, диаметр диска 2 м, толщина диска 12,5 мм. Материал диска – Сталь 3.

Задача 4.7. Определить размеры 6-ти пружинных виброизоляторов, необходимых для снижения вибрации машины массой 10000 кг, колеблющейся с частотой 25 Гц, при коэффициенте снижения частоты $\alpha = 3{,}5$. Материал виброизоляторов – Сталь 65.

Задача 4.8. Определить размеры 4-х пружинных виброизоляторов, необходимых для снижения вибрации машины массой 1500 кг, колеблющейся с частотой 100 Гц, при коэффициенте снижения частоты $\alpha = 20$. Материал виброизоляторов – Сталь 50ХФА.

Задача 4.9. Можно ли использовать 4 квадратных в сечении резиновых виброизолятора с размером стороны 0,25 м и высотой 0,1 м для снижения вибрации машины?

Задача 4.10. Определить размеры 6-ти круглых резиновых виброизоляторов, необходимых для снижения вибрации машины массой 4500 кг, колеблющейся с частотой 14 Гц, при коэффициенте снижения частоты $\alpha = 2$. Материал виброизоляторов – 112А.

# ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение А. Некоторые табличные производные

$$C = Conct, C' = 0$$

$$\left(u^{\alpha}\right)' = \alpha \cdot u^{\alpha-1} \cdot u'$$

$$\left(\sqrt[\alpha]{u}\right)' = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{\sqrt[\alpha]{u^{\alpha-1}}} \cdot u'$$

$$\left(a^{u}\right)' = a^{u} \cdot \ln(a) \cdot u'$$

$$\left(e^{u}\right)' = e^{u} \cdot u'$$

$$\left(\log_a |u|\right)' = \frac{1}{u \cdot \ln(a)} \cdot u'$$

$$\left(\lg|u|\right)' = \frac{1}{u \cdot \ln 10} \cdot u'$$

$$\left(\ln|u|\right)' = \frac{1}{u} \cdot u'$$

$$\left(\sin(u)\right)' = \cos(u) \cdot u'$$

$$\left(\cos(u)\right)' = -\sin(u) \cdot u'$$

$$\left(tg(u)\right)' = \frac{1}{\cos^2(u)} \cdot u'$$

$$\left(ctg(u)\right)' = \frac{-1}{\sin^2(u)} \cdot u'$$

$$\left(\arcsin(u)\right)' = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u'$$

$$\left(\arccos(u)\right)' = \frac{-1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u'$$

$$\left(arctg(u)\right)' = \frac{1}{1+u^2} \cdot u'$$

$$\left(arcctg(u)\right)' = \frac{-1}{1+u^2} \cdot u'$$

Приложение Б. Некоторые табличные интегралы

$$\int dx = x + C$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C (n \neq -1)$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int \cos(x) dx = \sin(x) + C$$

$$\int \frac{dx}{\cos^2(x)} = tg(x) + C$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2(x)} = -ctg(x) + C$$

$$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right| + C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin\left(\frac{x}{a}\right) + C$$

$$\int \sin(x)dx = -\cos(x) + C \qquad \int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} arctg\left(\frac{x}{a}\right) + C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln\left|x + \sqrt{x^2 \pm a^2}\right| + C$$

$$\int \sqrt{a^2 - x^2}\,dx = \frac{a^2}{2}\arcsin\left(\frac{x}{a}\right) + \frac{x}{2}\sqrt{a^2 - x^2} + C$$

$$\int \sqrt{x^2 + a^2}\,dx = \frac{a^2}{2}\ln\left|x + \sqrt{x^2 + a^2}\right| + \frac{x}{2}\sqrt{x^2 + a^2} + C$$

Приложение В. Допускаемые напряжения для некоторых видов стали

*Таблица В.1*

**Допускаемые напряжения для некоторых видов стали**

| Температура, °С | Допускаемые напряжения*, МПа | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Ст3 | 09Г2С | 20 | 10Г2 |
| 20 | 154 | 196 | 147 | 180 |
| 100 | 149 | 177 | 142 | 160 |
| 150 | 145 | 171 | 139 | 154 |
| 200 | 142 | 165 | 136 | 148 |
| 250 | 131 | 162 | 132 | 145 |
| 300 | 115 | 151 | 119 | 134 |
| 350 | 105 | 140 | 106 | 123 |
| 375 | 93 | 133 | 98 | 108 |
| 400 | 85 | 122 | 92 | 92 |
| 410 | 81 | 104 | 86 | 86 |
| 420 | 75 | 92 | 80 | 80 |
| 430 | 71 | 86 | 75 | 75 |
| 440 | - | 78 | 67 | 67 |
| 450 | - | 71 | 61 | 61 |
| 460 | - | 64 | 55 | 55 |
| 470 | - | 56 | 49 | 49 |
| 480 | - | 53 | 46 | 46 |

* по ГОСТ Р 52857.1-2007 «Сосуды и аппараты. Нормы и методы расчета на прочность. Общие требования»

Приложение Г. Коэффициенты прочности сварных швов для стальных с

**Коэффициенты прочности сварных швов для стальных сосудов**

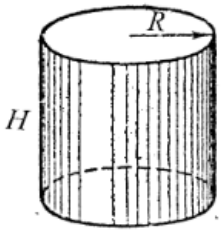
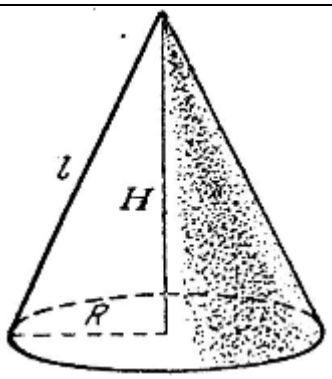
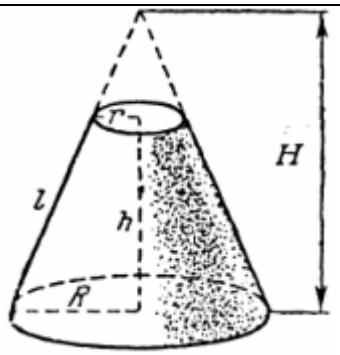
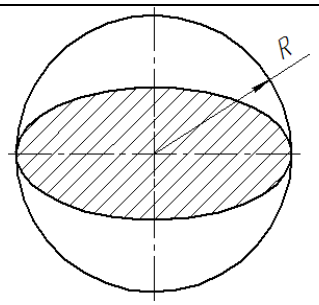
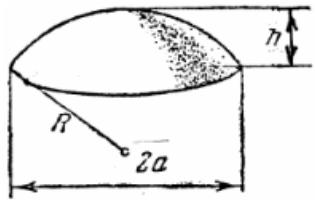
| Вид сварного шва и способ сварки | Коэффициент прочности сварных швов для стальных сосудов и аппаратов* | | Вид сварного шва и способ сварки | Ко |
|---|---|---|---|---|
| | Длина контролируемых швов от общей длины составляет 100 % | Длина контролируемых швов от общей длины составляет от 10 до 50 % | | Дл емы дл |
| Стыковой или тавровый с двусторонним сплошным проваром, выполняемый автоматической и полуавтоматической сваркой | 1,0 | 0,9 | Втавр, с конструктивным зазором свариваемых деталей | |
| Стыковой с подваркой корня шва или тавровый с двусторонним сплошным проваром, выполняемый вручную | 1,0 | 0,9 | Стыковой, выполняемый автоматической и полуавтоматической сваркой с одной стороны с флюсовой или керамической подкладкой | |
| Стыковой, доступный сварке только с одной стороны и имеющий в процессе сварки металлическую подкладку со стороны корня шва, прилегающую по всей длине шва к основному металлу | 0,9 | 0,8 | Стыковой, выполняемый вручную с одной стороны | |

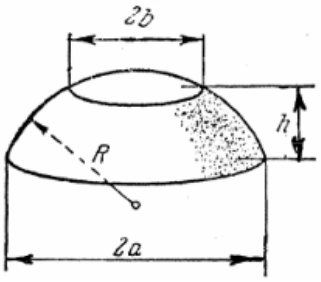
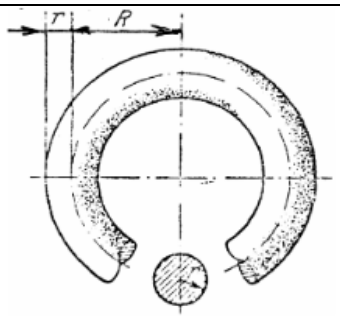
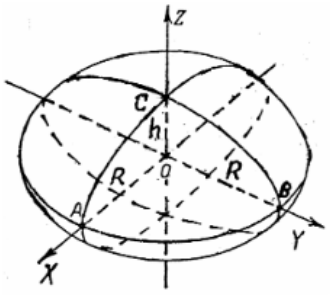
* по ГОСТ Р 52857.1-2007 «Сосуды и аппараты. Нормы и методы расчета на прочн

Приложение Д. Геометрия некоторых тел

*Таблица Д.1*

**Геометрия некоторых тел**

| $V$ – объем тела, $S_б$ – площадь боковой поверхности, $S$ – площадь полной поверхности | | |
|---|---|---|
| Прямой круговой цилиндр |  | $V = \pi R^2 H$<br>$S_б = 2\pi RH$<br>$S = 2\pi R(H + R)$ |
| Прямой круговой конус |  | $V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$<br>$S_б = \pi Rl$<br>$S = \pi R(R + l)$<br>$l = \sqrt{R^2 + H^2}$ |
| Усеченный прямой круговой конус |  | $V = \frac{1}{3}\pi h(R^2 + r^2 + Rr)$<br>$S_б = \pi l(R + r)$<br>$S = \pi(R^2 + r^2 + l(R + r))$<br>$l = \sqrt{(R - r)^2 + h^2}$ |
| Шар |  | $V = \frac{4}{3}\pi R^3$<br>$S = 4\pi R^2$ |
| Шаровой сегмент |  | $V = \frac{1}{6}\pi h(3a^2 + h^2)$<br>$S_б = 2\pi Rh$<br>$S = \pi(2a^2 + h^2)$<br>$a = \sqrt{h(2R - h)}$ |

| | | |
|---|---|---|
| Шаровой слой |  | $V = \frac{1}{6}\pi h(3a^2 + 3b^2 + h^2)$<br>$S_б = 2\pi Rh$<br>$S = \pi(a^2 + b^2 + 2Rh)$ |
| Тор |  | $V = 2\pi^2 Rr^2$<br>$S = 4\pi^2 Rr$ |
| Эллипсоид вращения |  | $V = \frac{4}{3}\pi R^2 h$<br>$S = 2\pi R^2\left[1 + \frac{\ln\left(m + \sqrt{m^2 - 1}\right)}{m\sqrt{m^2 - 1}}\right]$<br>$m = \frac{R}{h}(R > h)$ |

## Приложение Е. Положение центра тяжести тел

*Таблица Е.1*

**Положение центра тяжести тел**

| Оболочка или тело вращения | Обозначение | Формулы |
|---|---|---|
| Полусферическое днище | $R$ – радиус сферы | $y_c = \frac{R}{2}$ от основания |
| Стандартное эллиптическое днище | $R$ – радиус аппарата,<br>$H_д = \frac{R}{2}$ – высота днища | $y_c = \frac{H_д}{2}$ от основания |
| Полый конус | $R$ – радиус основания,<br>$H$ – высота конуса | $y_c = \frac{H}{3}$ от основания |
| Полый усеченный конус | $R$ – радиус большего основания,<br>$r$ – радиус меньшего основания,<br>$H$ – высота конуса | $A = R^2(R-r)^2$<br>$B = r^2(R-r)^2$<br>$C = \sqrt{A + R^2H^2}$<br>$D = \sqrt{B + r^2H^2}$<br>$E = \frac{CR^2 - Dr^2}{CR - Dr}$<br>$y_c = \frac{H}{R-r}\left(R - \frac{2}{3}E\right)$<br>от большего основания |
| Полушар | $R$ – радиус шара | $y_c = \frac{3R}{8}$ от основания |
| Полуэллипсоид вращения | $R$ – радиус вращения полуэллипсоида,<br>$H = \frac{R}{2}$ – высота полуэллипсоида | $y_c = \frac{3H}{8}$ от основания |
| Сплошной конус | $R$ – радиус основания,<br>$H$ – высота конуса | $y_c = \frac{H}{4}$ от основания |
| Сплошной усеченный конус | $R$ – радиус большего основания,<br>$r$ – радиус меньшего основания,<br>$H$ – высота конуса | $A = R - \frac{3}{4}B$<br>$B = \frac{R^4 - r^4}{R^3 - r^3}$<br>$y_c = \frac{H}{R-r}A$<br>от большего основания |

## Приложение Ж. Свойства пружинных сталей

*Таблица Ж.1*

**Свойства пружинных сталей**

| Сталь | Модуль сдвига $G$, МПа | Допускаемое напряжение на кручение $[\tau]$, МПа |
|---|---|---|
| 65 | 80000 | 420 |
| 70 | 80000 | 350 |
| 50ХФА | 78500 | 500 |
| 55С2 | 76000 | 560 |
| 60С2 | 76000 | 450 |
| 60С2А | 76000 | 350 |

## Приложение З. Свойства резины

*Таблица З.1*

**Свойства резины**

| Марка резины | Модуль упругости $E$, МПа | Допускаемое напряжение на сжатие $[\sigma_{сж}]$, МПа |
|---|---|---|
| 56 | 3,60 | 0,420 |
| 112А | 7,30 | 0,171 |
| 93 | 5,95 | 0,211 |
| КР-407 | 4,10 | 0,294 |
| ИПР-1347 | 3,93 | 0,440 |
| 2566 | 2,45 | 0,098 |

## Приложение И. Значения модуля упругости различных материалов

*Таблица И.1*

**Значения модуля упругости различных материалов**

| Материал | Модуль упругости $E$, $10^{-5}$ МПа |
|---|---|
| Углеродистые стали | 1,99 |
| Коррозионно-стойкие хромистые стали | 2,15 |
| Алюминий и его справы | 0,72 |
| Медь | 1,24 |
| Сплавы на основе меди | 1,05 |
| Титан | 1,15 |
| Сплавы на основе титана | 1,10 |

## Приложение К. Плотность некоторых сталей

*Таблица К.1*

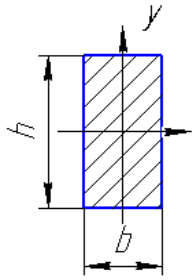
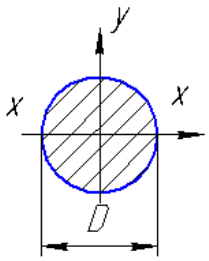
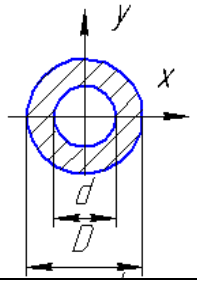
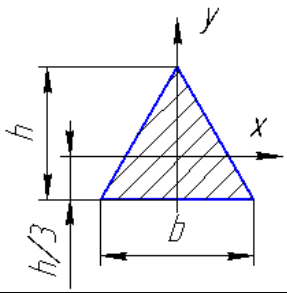
**Плотность некоторых сталей**

| Плотность, кг/м$^3$ | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Ст3 | 09Г2С | 20 | 10Г2 | 12Х18Н10Т |
| 7850 | 7850 | 7850 | 7790 | 7920 |

## Приложение Л. Моменты инерции поперечного сечения вала

*Таблица Л.1*

**Моменты инерции поперечного сечения вала**

| Виды сечения | Формула |
|---|---|
| Прямоугольник   | $I_x = \frac{bh^3}{12}$ $I_y = \frac{hb^3}{12}$ |
| Круг   | $I = \frac{\pi D^4}{64}$ |
| Кольцо   | $I = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{64}$ |
| Равнобедренный треугольник   | $I_x = \frac{bh^3}{36}$ $I_y = \frac{hb^3}{48}$ |

# СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ


1. Стариков В.П. Физико-математические методы в нефтяной технологии: учебное пособие / В.П. Стариков, Н.Г. Кац. – М.: Машиностроение-1, 2007. – 152 с.: ил.
2. Тихомиров В.М. Рассказы о максимумах и минимумах / В.М. Тихомиров. – 2-е изд., исправленное. – М.: МЦНМО, 2006. – 200 с.
3. Лемешко, Б.Ю. Методы оптимизации: конспект лекций / Б.Ю. Лемешко. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2009. – 126 с.
4. Попова Т.М. Методы безусловной оптимизации: тексты лекций. / Т.М. Попова; [науч. ред. Р.В. Намм]. – Хабаровск: Изд-во Тихоокеан. гос. ун-та, 2013. – 76 с.
5. Прядко Ю.Г Теоретическая механика. Геометрия масс: курс лекций / Ю.Г. Прядко, В.Г. Караваев. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2006. – 105 с.
6. Сердюк В.С. Безопасность жизнедеятельности: метод. указания к самостоятельным работам / В.С. Сердюк, И.А. Игнатович, Е.Н. Кирьянова, Л.Г. Стишенко. – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2007 – 23 с.
7. Иваняков С.В. Гидроаэродинамика промышленных аппаратов: практикум / С.В. Иваняков. – Самара: СамГТУ, 2013. – 196 с.

# СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ ..... 3
Глава 1. ОПТИМИЗАЦИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ РАЗМЕРОВ НЕФТЕГАЗОВОГО ОБОРУДОВАНИЯ И ЕГО ЭЛЕМЕНТОВ ..... 4
Примеры ..... 7
Задачи ..... 15
Глава 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАГРУЗОК НА ОТДЕЛЬНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ АППАРАТОВ ..... 22
Примеры ..... 25
Задачи ..... 30
Глава 3. ЗАДАЧИ С ЭЛЕМЕНТАМИ ДВИЖЕНИЯ ..... 34
Примеры ..... 37
Задачи ..... 39
Глава 4. КОЛЕБАНИЯ И ВИБРОИЗОЛЯЦИЯ ..... 41
Примеры ..... 46
Задачи ..... 48
ПРИЛОЖЕНИЯ ..... 49
Приложение А. Некоторые табличные производные ..... 49
Приложение Б. Некоторые табличные интегралы ..... 49
Приложение В. Допускаемые напряжения для некоторых видов стали ..... 50
Приложение Г. Коэффициенты прочности сварных швов для стальных сосудов и аппаратов ..... 51
Приложение Д. Геометрия некоторых тел ..... 52
Приложение Е. Положение центра тяжести тел ..... 54
Приложение Ж. Свойства пружинных сталей ..... 55
Приложение З. Свойства резины ..... 55
Приложение И. Значения модуля упругости различных материалов ..... 55
Приложение К. Плотность некоторых сталей ..... 56
Приложение К. Моменты инерции поперечного сечения вала ..... 56
Список рекомендуемой литературы ..... 57

*Учебное издание*

**Физико-математические методы расчета нефтегазового оборудования**

*ИВАНЯКОВ Сергей Викторович*

Редактор *Е.С. Захарова*
Компьютерная верстка *И.О. Миняева*
Выпускающий редактор *Ю.А. Петропольская*

Подписано в печать 11.12.18
Формат 60х84 1/16. Бумага офсетная
Усл. п. л. 3,49. Уч.-изд. л. 3,46.
Тираж 50 экз. Рег. № 201/18

---

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Самарский государственный технический университет»
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244. Главный корпус

Отпечатано в типографии
Самарского государственного технического университета
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244. Корпус № 8

**Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и(или) опыта деятельности, характеризующие процесс формирования компетенций**

Процедура оценивания реализуется поэтапно:

**1-й этап процедуры оценивания:** оценивание уровня достижения каждого из запланированных результатов обучения – дескрипторов (знаний, умений, владений) в соответствии со шкалами и критериями, установленными картами компетенций. Экспертной оценке преподавателя подлежит сформированность отдельных дескрипторов, для оценивания которых предназначена данная оценочная процедура текущего контроля и промежуточной аттестации.

**2-й этап процедуры оценивания:** интегральная оценка достижения обучающимся запланированных результатов обучения по итогам отдельных видов текущего контроля и промежуточной аттестации.

Таблица 1

**Характеристика процедур текущей и промежуточной аттестации по дисциплине**

| № | Наименование оценочного средства | Периодичность и способ проведения процедуры оценивания | Методы оценивания | Виды выставляемых оценок | Способ учета индивидуальных достижений обучающихся |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Зачет | раз в семестр, по окончании изучения дисциплины | экспертный | зачтено /не зачтено | ведомость, зачетная книжка, рабочая книжка преподавателя, электронная система учета успеваемости |
| 2 | Контрольная работа | на практических занятиях, письменно | экспертный | зачтено /не зачтено | Рабочая книжка преподавателя, электронная система учета успеваемости |

**Шкала и процедура оценивания сформированности компетенций**

На этапе промежуточной аттестации используется система оценки успеваемости обучающихся, которая позволяет преподавателю оценить уровень освоения материала обучающимися. Критерии оценивания сформированности планируемых результатов обучения (дескрипторов) представлены в карте компетенции ОПОП.

**Шкала оценивания:**

**«Зачет»** – выставляется, если сформированность заявленных дескрипторов компетенций на 50% и более оценивается не ниже «удовлетворительно» при условии отсутствия критерия «неудовлетворительно». Выставляется, когда обучающийся показывает хорошие знания изученного учебного материала; самостоятельно, логично и последовательно излагает и интерпретирует материалы учебного курса; полностью раскрывает смысл предлагаемого вопроса; владеет основными терминами и понятиями изученного курса; показывает умение переложить теоретические знания на предполагаемый практический опыт.

**«Незачет»** – выставляется, если сформированность заявленных дескрипторов компетенций менее чем 50% (в соответствии с картами компетенций ОПОП) оценивается критериями «удовлетворительно», «хорошо» и «отлично»: при ответе обучающегося выявились существенные пробелы в знаниях основных положений фактического материала, неумение с помощью преподавателя получить правильное решение конкретной практической задачи из числа предусмотренных рабочей программой учебной дисциплины.

Обучающиеся обязаны сдавать все задания в сроки, установленные преподавателем. Оценка «зачет» по дисциплине, может выставляться и при неполной сформированности компетенций в ходе освоения отдельной учебной дисциплины, если их формирование предполагается продолжить на более поздних этапах обучения, в ходе изучения других учебных дисциплин.