МИНОБРНАУКИ РОССИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Самарский государственный технический университет»
(ФГБОУ ВО «СамГТУ»)

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по учебной работе
_____ / О.В. Юсупова
"_____" _____ 20___ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Б1.О.03.11 «Вариационное исчисление»

Код и направление подготовки (специальность)	01.03.02 Прикладная математика и информатика
Направленность (профиль)	Прикладная математика и информатика
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Очная
Год начала подготовки	2022
Институт / факультет	Институт автоматики и информационных технологий
Выпускающая кафедра	кафедра "Прикладная математика и информатика"
Кафедра-разработчик	кафедра "Прикладная математика и информатика"
Объем дисциплины, ч. / з.е.	108 / 3
Форма контроля (промежуточная аттестация)	Зачет

Самара 2022

Б1.О.03.11 «Вариационное исчисление»

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки (специальности) **01.03.02 Прикладная математика и информатика**, утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от № 9 от 10.01.2018 и соответствующего учебного плана.

Разработчик РПД:

Доцент, кандидат физико-математических наук	Е.Ю Арланова
(должность, степень, ученое звание)	(ФИО)

Заведующий кафедрой	В.П. Радченко, доктор физико-математических наук, профессор
	(ФИО, степень, ученое звание)

СОГЛАСОВАНО:

Председатель методического совета факультета / института (или учебно-методической комиссии)	Я.Г Стельмах, кандидат педагогических наук
	(ФИО, степень, ученое звание)
Руководитель образовательной программы	В.П. Радченко, доктор физико-математических наук, профессор
	(ФИО, степень, ученое звание)

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы 4
2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы 5
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся 6
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам), с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий 6
4.1 Содержание лекционных занятий 7
4.2 Содержание лабораторных занятий 8
4.3 Содержание практических занятий 9
4.4. Содержание самостоятельной работы 9
5. Перечень учебной литературы и учебно-методического обеспечения по дисциплине (модулю) 12
6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения 13
7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», профессиональных баз данных, информационно-справочных систем 13
8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю) 14
9. Методические материалы 14
10. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) 16

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Наименование категории (группы) компетенций	Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения (знать, уметь, владеть, соотнесенные с индикаторами достижения компетенции)
Общепрофессиональные компетенции			
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Знает основные понятия, факты, концепции, принципы теорий математических и (или) естественных; базовый математический аппарат связанный с прикладной математикой и информатикой	Знать основные понятия, факты, концепции, принципы вариационного исчисления; базовый математический аппарат вариационного исчисления (вариация, функционал, экстремум функционала, вариационная задача, уравнение Эйлера, вариационный принцип в механике, условия Якоби, Вейерштрасса, Лежандра), связанный с прикладной математикой и информатикой
		ОПК-1.2 Умеет выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук; применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности к решению конкретных задач	Уметь решать задачи с учетом основных понятий и методов вариационного исчисления (составление и решение уравнения Эйлера); применять фундаментальные знания, полученные в области вариационного исчисления в профессиональной деятельности к решению конкретных задач
Универсальные компетенции			
Системное и критическое мышление	УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.3 Владеет методами поиска, сбора и обработки, критического анализа и синтеза информации, методикой системного подхода для решения поставленных задач	Владеть методами поиска, сбора и обработки, критического анализа и синтеза информации, методикой системного подхода для решения задач вариационного исчисления

2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы: **обязательная часть**

Код компетенции	Предшествующие дисциплины	Параллельно осваиваемые дисциплины	Последующие дисциплины
ОПК-1	Алгебра и геометрия; Дискретная математика; Дифференциальная геометрия и тензорная алгебра; Дифференциальные уравнения; Комплексный анализ; Математическая логика; Математический анализ; Операционное исчисление; Производственная практика: научно-исследовательская работа (рассредоточенная); Теория вероятностей и математическая статистика; Уравнения математической физики; Учебная практика: научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы); Функциональный анализ		Выполнение и защита выпускной квалификационной работы; История прикладной математики и информатики; Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена
УК-1	Алгебра и геометрия; Дискретная математика; Дифференциальная геометрия и тензорная алгебра; Дифференциальные уравнения; Информационные технологии и программирование; Комплексный анализ; Математическая логика; Математические модели механики сплошных сред; Математический анализ; Математическое моделирование в естествознании; Методы оптимизации; Операционное исчисление; Правоведение; Производственная практика: научно-исследовательская работа; Производственная практика: научно-исследовательская работа (рассредоточенная); Теория вероятностей и математическая статистика; Учебная практика: научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы); Учебная практика: проектная практика; Функциональный анализ	Математические основы методов защиты информации	Выполнение и защита выпускной квалификационной работы; История прикладной математики и информатики; Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена; Производственная практика: преддипломная практика

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Вид учебной работы	Всего часов / часов в электронной форме	7 семестр часов / часов в электронной форме
Аудиторная контактная работа (всего), в том числе:	48	48
Лекции	32	32
Практические занятия	16	16
Внеаудиторная контактная работа, КСР	3	3
Самостоятельная работа (всего), в том числе:	57	57
выполнение задач, заданий, упражнений (в том числе разноуровневых)	23	23
подготовка к зачету	9	9
подготовка к практическим занятиям	25	25
Итого: час	108	108
Итого: з.е.	3	3

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам), с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

№ раздела	Наименование раздела дисциплины	Виды учебной нагрузки и их трудоемкость, часы				
		ЛЗ	ЛР	ПЗ	СРС	Всего часов
1	Основные понятия вариационного исчисления	4	0	2	6	12
2	Вариационные задачи с неподвижными границами	10	0	4	10	24
3	Вариационные задачи с подвижными границами	6	0	2	10	18
4	Достаточные условия экстремума функционала	6	0	4	10	20
5	Задачи на условный экстремум	4	0	2	9	15
6	Вариационные принципы механики сплошной среды	2	0	2	12	16
	КСР	0	0	0	0	3
	Итого	32	0	16	57	108

4.1 Содержание лекционных занятий

№ занятия	Наименование раздела	Тема лекции	Содержание лекции (перечень дидактических единиц: рассматриваемых подтем, вопросов)	Количество часов / часов в электронной форме
7 семестр				
1	Основные понятия вариационного исчисления	Введение в вариационное исчисление	Задачи, приводящие к вариационным проблемам. Вариационные задачи и их классификация. Функционалы в линейном нормированном пространстве	2
2	Основные понятия вариационного исчисления	Вариация функционала	Вариация функционала и ее свойства. Вариация, как линейная часть приращения функционала Квадратичный функционал и вторая вариация	2
3	Вариационные задачи с неподвижными границами	Экстремумы функционала	Сильный и слабый экстремумы функционала. Необходимое условие экстремума. Основная лемма вариационного исчисления. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнение Эйлера	2
4	Вариационные задачи с неподвижными границами	Частные случаи интегрируемости уравнения Эйлера	Простейшие случаи интегрируемости уравнения Эйлера. Задача о наименьшей поверхности вращения. Задача о линии быстрейшего спуска. Вариационные задачи в параметрической форме	2
5	Вариационные задачи с неподвижными границами	Обобщения простейшей вариационной задачи	Экстремум функционала, зависящего от производных высшего порядка. Уравнения Эйлера-Пуассона. Экстремум функционала, зависящего от функций нескольких переменных. Уравнения Остроградского. Задача о нахождении поверхности минимальной площади. Экстремум функционала, зависящего от нескольких функций	2
6	Вариационные задачи с неподвижными границами	Некоторые приложения вариационной задачи с неподвижными границами	Основной вариационный принцип в механике. Вывод дифференциальных уравнений движения системы материальных точек. Вывод дифференциального уравнения свободных колебаний струны. Вывод уравнений колебаний прямолинейного стержня	2
7	Вариационные задачи с неподвижными границами	Канонический вид уравнения Эйлера	Каноническая форма уравнений Эйлера. Преобразование уравнений Эйлера к каноническому виду. Уравнение Гамильтона-Якоби. Теорема Якоби о решении канонической системы уравнений Эйлера	2

8	Вариационные задачи с подвижными границами	Простейшая вариационная задача с подвижными границами	Простейшая вариационная задача с подвижными границами. Необходимое условие экстремума для задач с подвижными границами. Условие трансверсальности	2
9	Вариационные задачи с подвижными границами	Вариационная задача для функционалов более общего вида	Задача с подвижными границами для функционалов, зависящих от нескольких функций. Задача об экстремальном расстоянии между двумя поверхностями	2
10	Вариационные задачи с подвижными границами	Некоторые приложения вариационной задачи с подвижными границами	Разрывные вариационные задачи первого и второго порядков. Задача об отражении экстремалей. Задача о преломлении экстремалей. Односторонние вариации	2
11	Достаточные условия экстремума функционала	Поле экстремалей	Поле экстремалей. C-дискриминант семейства кривых. Условие Якоби возможности включения экстремали в поле экстремалей	2
12	Достаточные условия экстремума функционала	Достаточные условия экстремума функционала	Достаточные условия слабого экстремума. Условия Лежандра. Достаточные условия сильного экстремума. Условия Вейерштрасса	2
13	Достаточные условия экстремума функционала	Достаточные условия экстремума по второй вариации	Достаточные условия экстремума по второй вариации. Усиленные условия Лежандра для функционалов, зависящих от нескольких переменных. Усиленное условие Якоби	2
14	Задачи на условный экстремум	Типы задач на условный экстремум	Основные типы задач на условный экстремум. Необходимые условия в задаче Лежандра. Задачи о геодезических линиях	2
15	Задачи на условный экстремум	Некоторые задачи на условный экстремум	Изопериметрические задачи. Необходимые условия в изопериметрической задаче. Теорема Эйлера. Задача Дидона о замкнутой кривой, ограничивающей наибольшую площадь. Принцип взаимности	2
16	Вариационные принципы механики сплошной среды	Вариационные методы решения задач механики сплошных сред	Основные понятия о вариационных методах решения задач механики сплошных сред. Уравнение равновесия нити, энергия сил в положении равновесия нити. Принцип возможных перемещений и уравнения равновесия	2
			Итого за семестр:	**32**
			Итого:	**32**

4.2 Содержание лабораторных занятий

Учебные занятия не реализуются.

4.3 Содержание практических занятий

№ занятия	Наименование раздела	Тема практического занятия	Содержание практического занятия (перечень дидактических единиц: рассматриваемых подтем, вопросов)	Количество часов / часов в электронной форме
7 семестр				
1	Основные понятия вариационного исчисления	Вариация функционала и ее свойства	Вычисление первой и второй вариации функционала. Непрерывность функционала	2
2	Вариационные задачи с неподвижными границами	Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнение Эйлера	Решение простейших задач вариационного исчисления с неподвижными границами. Необходимое условие экстремума функционала	2
3	Вариационные задачи с неподвижными границами	Обобщение простейшей вариационной задачи	Нахождение экстремума функционала, зависящего от производных высшего порядка. Уравнения Эйлера-Пуассона. Нахождение экстремума функционала, зависящего от функций нескольких переменных. Уравнения Остроградского	2
4	Вариационные задачи с подвижными границами	Вариационная задача с подвижными границами	Решение вариационных задач с подвижными границами. Решение разрывных вариационных задач	2
5	Достаточные условия экстремума функционала	Достаточные условия экстремума	Исследование функционалов на экстремум с помощью достаточных условий Вейерштрасса и Лежандра. Построение полей экстремалей	2
6	Достаточные условия экстремума функционала	Вторая вариация функционала	Исследование функционалов на экстремум с помощью второй вариации	2
7	Задачи на условный экстремум	Вариационные задачи на условный экстремум	Решение вариационных задач на условный экстремум. Решение изопериметрических задач	2
8	Вариационные принципы механики сплошной среды	Вариационные принципы в механике	Вариационные принципы в механике. Решение задач	2
			Итого за семестр:	**16**
			Итого:	**16**

4.4. Содержание самостоятельной работы

Наименование раздела	Вид самостоятельной работы	Содержание самостоятельной работы (перечень дидактических единиц: рассматриваемых подтем, вопросов)	Количество часов
7 семестр			
Основные понятия вариационного исчисления	подготовка к практическим занятиям	Вариационные задачи и их классификация. Функционалы в линейном нормированном пространстве. Вариация функционала и ее свойства. Квадратичный функционал и вторая вариация. Проработка нового материала по лекциям и рекомендованной учебной литературе	3
Основные понятия вариационного исчисления	выполнение задач, заданий, упражнений (в том числе разноуровневых)	Вычисление первой и второй вариации функционала. Непрерывность функционала	3
Вариационные задачи с неподвижными границами	подготовка к практическим занятиям	Необходимое условие экстремума. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнение Эйлера. Простейшие случаи интегрируемости уравнения Эйлера. Экстремум функционала, зависящего от производных высшего порядка. Уравнения Эйлера-Пуассона. Экстремум функционала, зависящего от функций нескольких переменныхПроработка нового материала по лекциям и рекомендованной учебной литературе	5
Вариационные задачи с неподвижными границами	выполнение задач, заданий, упражнений (в том числе разноуровневых)	Решение простейших задач вариационного исчисления с неподвижными границами. Необходимое условие экстремума функционала. Нахождение экстремума функционала, зависящего от производных высшего порядка. Уравнения Эйлера-Пуассона. Нахождение экстремума функционала, зависящего от функций нескольких переменных. Уравнения Остроградского	5
Вариационные задачи с подвижными границами	подготовка к практическим занятиям	Простейшая вариационная задача с подвижными границами. Условие трансверсальности. Задача с подвижными границами для функционалов, зависящих от нескольких функций. Разрывные вариационные задачи первого и второго порядков. Односторонние вариации. Проработка нового материала по лекциям и рекомендованной учебной литературе	5

Вариационные задачи с подвижными границами	выполнение задач, заданий, упражнений (в том числе разноуровневых)	Решение вариационных задач с подвижными границами. Решение разрывных вариационных задач	5
Достаточные условия экстремума функционала	подготовка к практическим занятиям	Поле экстремалей. С-дискриминант семейства кривых. Условие Якоби возможности включения экстремали в поле экстремалей. Достаточные условия Лежандра слабого экстремума. Достаточные условия Вейерштрасса сильного экстремума. Достаточные условия экстремума по второй вариации.	5
Достаточные условия экстремума функционала	выполнение задач, заданий, упражнений (в том числе разноуровневых)	Исследование функционалов на экстремум с помощью достаточных условий Вейерштрасса и Лежандра. Построение полей экстремалей. Исследование функционалов на экстремум с помощью второй вариации	5
Задачи на условный экстремум	подготовка к практическим занятиям	Основные типы задач на условный экстремум. Необходимые условия в задаче Лежандра. Задачи о геодезических линиях. Изопериметрические задачи. Необходимые условия в изопериметрической задаче. Теорема Эйлера. Задача Дидона о замкнутой кривой, ограничивающей наибольшую площадь	4
Задачи на условный экстремум	выполнение задач, заданий, упражнений (в том числе разноуровневых)	Решение вариационных задач на условный экстремум с конечными и дифференциальными связями. Решение изопериметрических вариационных задач	5
Вариационные принципы механики сплошной среды	подготовка к практическим занятиям	Основные понятия о вариационных методах решения задач механики сплошных сред. Принцип возможных перемещений и уравнения равновесия. Консервативные внешние силы. Принцип возможных изменений напряженного состояния. Обобщенный функционал внешних сил. Модифицированный принцип возможных перемещений. Модифицированный принцип возможных изменений напряженного состояния	3

Вариационные принципы механики сплошной среды	подготовка к зачету	Вариационные задачи и их классификация. Функционалы в линейном нормированном пространстве. Вариация функционала и ее свойства. Квадратичный функционал и вторая вариация. Необходимое условие экстремума. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнение Эйлера. Простейшие случаи интегрируемости уравнения Эйлера. Экстремум функционала, зависящего от производных высшего порядка. Уравнения Эйлера-Пуассона. Экстремум функционала, зависящего от функций нескольких переменных. Простейшая вариационная задача с подвижными границами. Условие трансверсальности. Задача с подвижными границами для функционалов, зависящих от нескольких функций. Разрывные вариационные задачи первого и второго порядков. Односторонние вариации. Поле экстремалей. С-дискриминант семейства кривых. Условие Якоби возможности включения экстремали в поле экстремалей. Достаточные условия Лежандра слабого экстремума. Достаточные условия Вейерштрасса сильного экстремума. Достаточные условия экстремума по второй вариации. Основные типы задач на условный экстремум. Необходимые условия в задаче Лежандра. Задачи о геодезических линиях. Изопериметрические задачи. Необходимые условия в изопериметрической задаче. Теорема Эйлера. Задача Дидона о замкнутой кривой, ограничивающей наибольшую площадь.	9
		Итого за семестр:	**57**
		Итого:	**57**

5. Перечень учебной литературы и учебно-методического обеспечения по дисциплине (модулю)

№ п/п	**Библиографическое описание**	**Ресурс НТБ СамГТУ** (ЭБС СамГТУ, IPRbooks и т.д.)
Основная литература		
1	Гельфанд, И.М. Вариационное исчисление : [Учеб.] / И.М.Гельфанд,С.В.Фомин.- М., Физматгиз, 1961.- 228 с.	Электронный ресурс

2	Гельфанд, И.М. Вариационное исчисление : [Учеб.] / И.М.Гельфанд,С.В.Фомин.- М., Физматгиз, 1961.- 228 с.	Электронный ресурс
3	Эльсгольц, Л.Э. Вариационное исчисление : Учеб. / Л. Э. Эльсгольц .- 6-е изд..- М., КомКнига, [2006].- 205 с.	Электронный ресурс
4	Эльсгольц, Л.Э. Вариационное исчисление : Учеб. / Л. Э. Эльсгольц .- 6-е изд..- М., КомКнига, [2006].- 205 с.	Электронный ресурс
Дополнительная литература		
5	Мышкис, А.Д. Математика для технических вузов : спец. курсы: учеб. пособие / А. Д. Мышкис .- 3-е изд., стер..- М., Лань, 2009.- 632 с.	Электронный ресурс
6	Мышкис, А.Д. Математика для технических вузов : спец. курсы: учеб. пособие / А. Д. Мышкис .- 3-е изд., стер..- М., Лань, 2009.- 632 с.	Электронный ресурс
7	Пантелеев, А.В. Вариационное исчисление в примерах и задачах : Учеб.пособие.- М., Высш.шк., 2006.- 272 с.	Электронный ресурс
8	Пантелеев, А.В. Вариационное исчисление в примерах и задачах : Учеб.пособие.- М., Высш.шк., 2006.- 272 с.	Электронный ресурс

Доступ обучающихся к ЭР НТБ СамГТУ (elib.samgtu.ru) осуществляется посредством электронной информационной образовательной среды университета и сайта НТБ СамГТУ по логину и паролю.

6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения

При проведении лекционных занятий используется мультимедийное оборудование.

Организовано взаимодействие обучающегося и преподавателя с использованием электронной ин-формационной образовательной среды университета.

№ п/п	Наименование	Производитель	Способ распространения
1	LibreOffice	входит в состав Astra Linux Common Edition (Орёл) (Отечественный)	Свободно распространяемое
2	Astra Linux	Русбитех-Астра (Отечественный)	Свободно распространяемое
3	WinDjView	Леонид Жежерун (Отечественный)	Свободно распространяемое

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», профессиональных баз данных, информационно-справочных систем

№ п/п	Наименование	Краткое описание	Режим доступа
1	eLIBRARY.ru	http://www.eLIBRARY.ru/	Российские базы данных ограниченного доступа

2	ВИНИТИ	http://www2.viniti.ru/	Российские базы данных ограниченного доступа
3	Электронно-библиотечная система IPRbooks	http://www.iprbookshop.ru/	Российские базы данных ограниченного доступа
4	СамГТУ кафедра «Прикладная математика и информатика»	http://pm.samgtu.ru/node/6	Ресурсы открытого доступа
5	Библиотека учебно-методической литературы системы "Единое окно"	http://window.edu.ru/	Ресурсы открытого доступа
6	Сайты научно – технической библиотеки ФГБОУ СамГТУ	http://lib.sumgtu.ru/	Ресурсы открытого доступа

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Лекционные занятия

Аудитории для лекционных занятий укомплектованы мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории (наборы демонстрационного оборудования (проектор, экран, компьютер / ноутбук), учебно-наглядные, учебно-методические пособия, тематические иллюстрации.

Практические занятия

Аудитории для практических занятий укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения (проектор, экран, компьютер/ноутбук).

Лабораторные занятия

Не реализуется

Самостоятельная работа

Помещения для самостоятельной работы оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и доступом к электронной информационно-образовательной среде СамГТУ:

- читальный зал НТБ СамГТУ (ауд. 200 корпус №8; ауд. 125 корпус № 1; ауд. 41, 31, 34, 35 Главный корпус библиотеки; ауд. 83а, 414, 416, 0209 12 корпус; ауд. 401 корпус №10).

9. Методические материалы

Методические рекомендации при работе на лекции

До лекции студент должен просмотреть учебно-методическую и научную литературу по теме лекции с тем, чтобы иметь представление о проблемах, которые будут разбираться в лекции.

Перед началом лекции обучающимся сообщается тема лекции, план, вопросы, подлежащие рассмотрению, доводятся основные литературные источники. Весь учебный материал, сообщаемый преподавателем, должен не просто прослушиваться. Он должен быть активно воспринят, т.е. услышан, осмыслен, понят, зафиксирован на бумаге и закреплен в памяти. Приступая к слушанию нового учебного материала, полезно мысленно установить его связь с ранее изученным. Следя за техникой чтения лекции (акцент на существенном, повышение тона, изменение ритма, пауза и т.п.), необходимо вслед за преподавателем уметь выделять основные категории, законы и определять их содержание, проблемы, предполагать их возможные решения, доказательства и выводы. Осуществляя такую работу, можно значительно облегчить себе понимание учебного материала, его конспектирование и дальнейшее изучение.

Конспектирование лекции позволяет обработать, систематизировать и лучше сохранить

полученную информацию с тем, чтобы в будущем можно было восстановить в памяти основные, содержательные моменты. Типичная ошибка, совершаемая обучающимся, дословное конспектирование речи преподавателя. Как правило, при записи «слово в слово» не остается времени на обдумывание, анализ и синтез информации. Отбирая нужную информацию, главные мысли, проблемы, решения и выводы, необходимо сокращать текст, строить его таким образом, чтобы потом можно было легко в нем разобраться. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых можно будет делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. С окончанием лекции работа над конспектом не может считаться завершенной. Нужно еще восстановить отдельные места, проверить, все ли понятно, уточнить что-то на консультации и т.п. с тем, чтобы конспект мог быть использован в процессе подготовки к практическим занятиям, зачету, экзамену. Конспект лекции – незаменимый учебный документ, необходимый для самостоятельной работы.

Методические рекомендации при подготовке и работе на практическом занятии

Практические занятия по дисциплине проводятся в целях выработки практических умений и приобретения навыков в решении профессиональных задач.

Рекомендуется следующая схема подготовки к практическому занятию:

1. ознакомление с планом практического занятия, который отражает содержание предложенной темы;
2. проработка конспекта лекции;
3. чтение рекомендованной литературы;
4. подготовка ответов на вопросы плана практического занятия;
5. выполнение тестовых заданий, задач и др.

Подготовка обучающегося к практическому занятию производится по вопросам, разработанным для каждой темы практических занятий и (или) лекций. В процессе подготовки к практическим занятиям, необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной литературы.

Работа студентов во время практического занятия осуществляется на основе заданий, которые выдаются обучающимся в начале или во время занятия. На практических занятиях приветствуется активное участие в обсуждении конкретных ситуаций, способность на основе полученных знаний находить наиболее эффективные решения поставленных проблем, уметь находить полезный дополнительный материал по тематике занятий. Обучающимся необходимо обращать внимание на основные понятия, алгоритмы, определять практическую значимость рассматриваемых вопросов. На практических занятиях обучающиеся должны уметь выполнить расчет по заданным параметрам или выработать определенные решения по обозначенной проблеме. Задания могут быть групповые и индивидуальные. В зависимости от сложности предлагаемых заданий, целей занятия, общей подготовки обучающихся преподаватель может подсказать обучающимся алгоритм решения или первое действие, или указать общее направление рассуждений. Полученные результаты обсуждаются с позиций их адекватности или эффективности в рассмотренной ситуации.

Методические рекомендации по выполнению самостоятельной работы

Организация самостоятельной работы обучающихся ориентируется на активные методы овладения знаниями, развитие творческих способностей, переход от поточного к индивидуализированному обучению с учетом потребностей и возможностей обучающегося.

Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной литературой, материалами периодических изданий и Интернета является наиболее эффективным методом получения дополнительных знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала. Все новые понятия по изучаемой теме необходимо выучить наизусть и внести в глоссарий, который целесообразно вести с самого начала изучения курса.

Самостоятельная работа реализуется:

- непосредственно в процессе аудиторных занятий;
- на лекциях, практических занятиях;

- в контакте с преподавателем вне рамок расписания;
- на консультациях по учебным вопросам, в ходе творческих контактов, при ликвидации задолженностей, при выполнении индивидуальных заданий и т.д.;
- в библиотеке, дома, на кафедре при выполнении обучающимся учебных и практических задач.

Эффективным средством осуществления обучающимся самостоятельной работы является электронная информационно-образовательная среда университета, которая обеспечивает доступ к учебным планам, рабочим программам дисциплин (модулей), практик, к изданиям электронных библиотечных систем.

10. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств представлен в приложении № 1.

Приложение 1 к рабочей программе дисциплины
Б1.О.03.11 «Вариационное исчисление»

Фонд оценочных средств
по дисциплине
Б1.О.03.11 «Вариационное исчисление»

Код и направление подготовки (специальность)	01.03.02 Прикладная математика и информатика
Направленность (профиль)	Прикладная математика и информатика
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Очная
Год начала подготовки	2022
Институт / факультет	Институт автоматики и информационных технологий
Выпускающая кафедра	кафедра "Прикладная математика и информатика"
Кафедра-разработчик	кафедра "Прикладная математика и информатика"
Объем дисциплины, ч. / з.е.	108 / 3
Форма контроля (промежуточная аттестация)	Зачет

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Наименование категории (группы) компетенций	Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения (знать, уметь, владеть, соотнесенные с индикаторами достижения компетенции)
Общепрофессиональные компетенции			
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Знает основные понятия, факты, концепции, принципы теорий математических и (или) естественных; базовый математический аппарат связанный с прикладной математикой и информатикой	Знать основные понятия, факты, концепции, принципы вариационного исчисления; базовый математический аппарат вариационного исчисления (вариация, функционал, экстремум функционала, вариационная задача, уравнение Эйлера, вариационный принцип в механике, условия Якоби, Вейерштрасса, Лежандра), связанный с прикладной математикой и информатикой
		ОПК-1.2 Умеет выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук; применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности к решению конкретных задач	Уметь решать задачи с учетом основных понятий и методов вариационного исчисления (составление и решение уравнения Эйлера); применять фундаментальные знания, полученные в области вариационного исчисления в профессиональной деятельности к решению конкретных задач
Универсальные компетенции			
Системное и критическое мышление	УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.3 Владеет методами поиска, сбора и обработки, критического анализа и синтеза информации, методикой системного подхода для решения поставленных задач	Владеть методами поиска, сбора и обработки, критического анализа и синтеза информации, методикой системного подхода для решения задач вариационного исчисления

Матрица соответствия оценочных средств запланированным результатам обучения

Код индикатора достижения компетенции	Результаты обучения	Оценочные средства	Текущий контроль успеваемости	Промежуточная аттестация
Основные понятия вариационного исчисления				
ОПК-1.1 Знает основные понятия, факты, концепции, принципы теорий математических и (или) естественных; базовый математический аппарат связанный с прикладной математикой и информатикой	**Знать** основные понятия, факты, концепции, принципы вариационного исчисления; базовый математический аппарат вариационного исчисления (вариация, функционал, экстремум функционала, вариационная задача, уравнение Эйлера, вариационный принцип в механике, условия Якоби, Вейерштрасса, Лежандра), связанный с прикладной математикой и информатикой	Устный опрос, вопросы к зачету	Да	Да
ОПК-1.2 Умеет выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук; применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности к решению конкретных задач	**Уметь** решать задачи с учетом основных понятий и методов вариационного исчисления (составление и решение уравнения Эйлера); применять фундаментальные знания, полученные в области вариационного исчисления в профессиональной деятельности к решению конкретных задач	Домашние задания, вопросы к зачету, самостоятельные работы	Да	Да
УК-1.3 Владеет методами поиска, сбора и обработки, критического анализа и синтеза информации, методикой системного подхода для решения поставленных задач	**Владеть** методами поиска, сбора и обработки, критического анализа и синтеза информации, методикой системного подхода для решения задач вариационного исчисления	Домашние задания, вопросы к зачету, самостоятельные работы	Да	Да
Вариационные задачи с неподвижными границами				

ОПК-1.1 Знает основные понятия, факты, концепции, принципы теорий математических и (или) естественных; базовый математический аппарат связанный с прикладной математикой и информатикой	**Знать** основные понятия, факты, концепции, принципы вариационного исчисления; базовый математический аппарат вариационного исчисления (вариация, функционал, экстремум функционала, вариационная задача, уравнение Эйлера, вариационный принцип в механике, условия Якоби, Вейерштрасса, Лежандра), связанный с прикладной математикой и информатикой	Устный опрос, вопросы к зачету	Да	Да
ОПК-1.2 Умеет выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук; применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности к решению конкретных задач	**Уметь** решать задачи с учетом основных понятий и методов вариационного исчисления (составление и решение уравнения Эйлера); применять фундаментальные знания, полученные в области вариационного исчисления в профессиональной деятельности к решению конкретных задач	Домашние задания, вопросы к зачету, самостоятельные работы	Да	Да
УК-1.3 Владеет методами поиска, сбора и обработки, критического анализа и синтеза информации, методикой системного подхода для решения поставленных задач	**Владеть** методами поиска, сбора и обработки, критического анализа и синтеза информации, методикой системного подхода для решения задач вариационного исчисления	Домашние задания, вопросы к зачету, самостоятельные работы	Да	Да
Вариационные задачи с подвижными границами				
ОПК-1.1 Знает основные понятия, факты, концепции, принципы теорий математических и (или) естественных; базовый математический аппарат связанный с прикладной математикой и информатикой	**Знать** основные понятия, факты, концепции, принципы вариационного исчисления; базовый математический аппарат вариационного исчисления (вариация, функционал, экстремум функционала, вариационная задача, уравнение Эйлера, вариационный принцип в механике, условия Якоби, Вейерштрасса, Лежандра), связанный с прикладной математикой и информатикой	Устный опрос, вопросы к зачету	Да	Да

ОПК-1.2 Умеет выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук; применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности к решению конкретных задач	**Уметь** решать задачи с учетом основных понятий и методов вариационного исчисления (составление и решение уравнения Эйлера); применять фундаментальные знания, полученные в области вариационного исчисления в профессиональной деятельности к решению конкретных задач	Домашние задания, вопросы к зачету, самостоятельные работы	Да	Да
УК-1.3 Владеет методами поиска, сбора и обработки, критического анализа и синтеза информации, методикой системного подхода для решения поставленных задач	**Владеть** методами поиска, сбора и обработки, критического анализа и синтеза информации, методикой системного подхода для решения задач вариационного исчисления	Домашние задания, вопросы к зачету, самостоятельные работы	Да	Да
Достаточные условия экстремума функционала				
ОПК-1.1 Знает основные понятия, факты, концепции, принципы теорий математических и (или) естественных; базовый математический аппарат связанный с прикладной математикой и информатикой	**Знать** основные понятия, факты, концепции, принципы вариационного исчисления; базовый математический аппарат вариационного исчисления (вариация, функционал, экстремум функционала, вариационная задача, уравнение Эйлера, вариационный принцип в механике, условия Якоби, Вейерштрасса, Лежандра), связанный с прикладной математикой и информатикой	Устный опрос, вопросы к зачету	Да	Да

ОПК-1.2 Умеет выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук; применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности к решению конкретных задач	**Уметь** решать задачи с учетом основных понятий и методов вариационного исчисления (составление и решение уравнения Эйлера); применять фундаментальные знания, полученные в области вариационного исчисления в профессиональной деятельности к решению конкретных задач	Домашние задания, вопросы к зачету, самостоятельные работы	Да	Да
УК-1.3 Владеет методами поиска, сбора и обработки, критического анализа и синтеза информации, методикой системного подхода для решения поставленных задач	**Владеть** методами поиска, сбора и обработки, критического анализа и синтеза информации, методикой системного подхода для решения задач вариационного исчисления	Домашние задания, вопросы к зачету, самостоятельные работы	Да	Да
Задачи на условный экстремум				
ОПК-1.1 Знает основные понятия, факты, концепции, принципы теорий математических и (или) естественных; базовый математический аппарат связанный с прикладной математикой и информатикой	**Знать** основные понятия, факты, концепции, принципы вариационного исчисления; базовый математический аппарат вариационного исчисления (вариация, функционал, экстремум функционала, вариационная задача, уравнение Эйлера, вариационный принцип в механике, условия Якоби, Вейерштрасса, Лежандра), связанный с прикладной математикой и информатикой	Устный опрос, вопросы к зачету	Да	Да

ОПК-1.2 Умеет выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук; применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности к решению конкретных задач	**Уметь** решать задачи с учетом основных понятий и методов вариационного исчисления (составление и решение уравнения Эйлера); применять фундаментальные знания, полученные в области вариационного исчисления в профессиональной деятельности к решению конкретных задач	Домашние задания, вопросы к зачету, самостоятельные работы	Да	Да
УК-1.3 Владеет методами поиска, сбора и обработки, критического анализа и синтеза информации, методикой системного подхода для решения поставленных задач	**Владеть** методами поиска, сбора и обработки, критического анализа и синтеза информации, методикой системного подхода для решения задач вариационного исчисления	Домашние задания, вопросы к зачету, самостоятельные работы	Да	Да
Вариационные принципы механики сплошной среды				
ОПК-1.1 Знает основные понятия, факты, концепции, принципы теорий математических и (или) естественных; базовый математический аппарат связанный с прикладной математикой и информатикой	**Знать** основные понятия, факты, концепции, принципы вариационного исчисления; базовый математический аппарат вариационного исчисления (вариация, функционал, экстремум функционала, вариационная задача, уравнение Эйлера, вариационный принцип в механике, условия Якоби, Вейерштрасса, Лежандра), связанный с прикладной математикой и информатикой	Устный опрос, вопросы к зачету	Да	Да

ОПК-1.2 Умеет выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук; применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности к решению конкретных задач	**Уметь** решать задачи с учетом основных понятий и методов вариационного исчисления (составление и решение уравнения Эйлера); применять фундаментальные знания, полученные в области вариационного исчисления в профессиональной деятельности к решению конкретных задач	Домашние задания, вопросы к зачету, самостоятельные работы	Да	Да
УК-1.3 Владеет методами поиска, сбора и обработки, критического анализа и синтеза информации, методикой системного подхода для решения поставленных задач	**Владеть** методами поиска, сбора и обработки, критического анализа и синтеза информации, методикой системного подхода для решения задач вариационного исчисления	Домашние задания, вопросы к зачету, самостоятельные работы	Да	Да

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие процесс формирования компетенций в ходе освоения образовательной программы

2.1. Формы текущего контроля успеваемости

Текущий контроль проводится в следующих формах: проверка выполнения домашних заданий, самостоятельные работы.

Примеры самостоятельных работ:

Самостоятельная работа № 1.

1. Найти вариацию функционала

$$v[y]=\int_1^3\left(x^2y+3yy'-y^2\right)dx.$$

2. Найти экстремали функционала

$$v[y]=\int_0^1\left(xy-2y^2y'+y^2\right)dx,\ y(0)=1,\quad y(1)=2.$$

Самостоятельная работа № 2.

1. Найти экстремали функционала

$$v[y]=\int_a^b\left(xy''+2yy'+y'\right)\,dx.$$

2. Исследовать на экстремум функционал:

$$v[y]=\int_0^2\left(y^2+y'^2-2xy\right)dx,\quad y(0)=0,\quad y(2)=3.$$

Самостоятельная работа № 3.

Найти экстремали изопериметрической задачи

$$v[y]=\int_0^1 y'^2\,dx,\quad y(0)=1,\quad y(1)=6,\quad \text{при условии}\ \int_0^1 y\,dx=3.$$

2.2. Формы промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация проводится в форме зачета (семестр 7).

Вопросы к зачету

1. Задачи рассматриваемые в вариационном исчислении. Решение задачи о линии быстрейшего спуска.
2. Функционалы, рассматриваемые в вариационном исчислении.
3. Вариация и ее свойства.
4. Экстремум функционала. Необходимое условие экстремума.
5. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнение Эйлера.
6. Частные случаи интегрируемости уравнения Эйлера.
7. Экстремум функционалов, зависящих от *n* функций.
8. Экстремум функционалов, зависящих от производных высшего порядка.
9. Экстремум функционалов, зависящих от функций нескольких переменных.
10. Канонический вид уравнений Эйлера.
11. Вывод уравнений свободных колебаний струны.

12. Простейшая задача с подвижными границами.
13. Задача с подвижными границами для функционалов более общего вида.
14. Разрывная задача первого порядка.
15. Задача об отражении экстремалей. Пример.
16. Задача о преломлении экстремалей. Пример.
17. Односторонние вариации.
18. Поле экстремалей. Условие Якоби возможности построения поля экстремалей.
19. Достаточные условия Вейерштрасса.
20. Достаточные условия Лежандра.
21. Квадратичный функционал и вторая вариация.
22. Вторая вариация и достаточное условие слабого экстремума.
23.Задача на условный экстремум с голономными связями.
24. Задача на условный экстремум с неголономными связями.
25. Изопериметрическая задача.
26. Геодезические линии на поверхности.
27. Принцип возможных перемещений
28. Консервативные внешние силы.
29. Принцип возможных изменений напряженного состояния.
30. Обобщенный функционал внешних сил.
31. Модифицированный принцип возможных перемещений.
32. Модифицированный принцип возможных изменений напряженного состояния.

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие процесс формирования компетенций

При проведении зачета могут быть учтены результаты освоения дисциплины за семестр.

Минимальное и максимальное (общее) количество баллов

Вид работы (контрольные точки)		Минимальное количество баллов, необходимое для выставления оценки «Удовлетворительно»	Максимальное количество баллов	Вес, %
1.	Самостоятельная работа 1	3 балла	5 баллов	25
2.	Самостоятельная работа 2	3 балла	5 баллов	25
3.	Самостоятельная работа 3	3 балла	5 баллов	25
4.	Домашние задания	3 балла	5 баллов	25
ИТОГО		**12**	**20**	**100**

Критерии оценивания самостоятельной и домашней работы

Каждая самостоятельная и домашняя работа состоит из нескольких задач, которые предстоит выполнить студенту. Баллы за КТ выставляются в зависимости от качества проделанной студентом работы: получение верного результата, понимание проделанной работы, устный ответ. Максимальное количество баллов за одну КТ по самостоятельным и домашним работам – 5 баллов.

Критерии и шкала оценивания результатов изучения дисциплины на промежуточной аттестации

Шкала оценивания:

«Зачет» – выставляется, если сформированность заявленных компетенций на *55%* и более оценивается не ниже «удовлетворительно» при условии отсутствия критерия «неудовлетворительно». Выставляется, когда обучающийся показывает хорошие знания изученного учебного материала; самостоятельно, логично и последовательно излагает и интерпретирует материалы учебного курса; полностью раскрывает смысл предлагаемого вопроса; владеет основными терминами и понятиями изученного курса; показывает умение переложить теоретические знания на предполагаемый практический опыт.

«Отлично» – выставляется, если сформированность заявленных компетенций 90% более (в соответствии с картами компетенций ОПОП) оценивается критериями «хорошо» и «отлично», при условии отсутствия оценки «неудовлетворительно»: студент показал прочные знания основных положений фактического материала, умение самостоятельно решать конкретные практические задачи повышенной сложности, свободно использовать справочную литературу, делать обоснованные выводы из результатов анализа конкретных ситуаций;

«Хорошо» – выставляется, если сформированность заявленных компетенций на *70%* и более (в соответствии с картами компетенций ОПОП) оценивается критериями «хорошо» и «отлично», при условии отсутствия оценки «неудовлетворительно», допускается оценка «удовлетворительно»: обучающийся показал прочные знания основных положений фактического материала, умение самостоятельно решать конкретные практические задачи, предусмотренные рабочей программой, ориентироваться в рекомендованной справочной литературе, умеет правильно оценить полученные результаты анализа конкретных ситуаций;

«Удовлетворительно» – выставляется, если сформированность заявленных компетенций *55%* и более (в соответствии с картами компетенций ОПОП) оценивается критериями «удовлетворительно», «хорошо» и «отлично»: обучающийся показал знание основных положений фактического материала, умение получить с помощью преподавателя правильное решение конкретной практической задачи из числа

предусмотренных рабочей программой, знакомство с рекомендованной справочной литературой;

«Неудовлетворительно» «Незачет» – выставляется, если сформированность заявленных компетенций менее чем *55%* (в соответствии с картами компетенций ОПОП) оценивается критериями «удовлетворительно», «хорошо» и «отлично»: при ответе обучающегося выявились существенные пробелы в знаниях основных положений фактического материала, неумение с помощью преподавателя получить правильное решение конкретной практической задачи из числа предусмотренных рабочей программой учебной дисциплины.