

# ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ ПО МАТЕМАТИКЕ

## 1 семестр

1. Определители 2 и 3 порядков, свойства определителей.
2. Минор и алгебраическое дополнение. Теорема о разложении определителя по элементам строки (столбца).
3. Понятие об определителе  $n$ -го порядка.
4. Решение системы трех линейных уравнений с тремя неизвестными методом Крамера.
5. Матрицы, виды матриц. Линейные операции над матрицами. Транспонированная матрица.
6. Произведение матриц. Свойства произведения матриц.
7. Обратная матрица. Теорема о существовании и единственности обратной матрицы.
8. Матричная форма записи системы линейных уравнений. Решение системы линейных уравнений с помощью обратной матрицы.
9. Ранг матрицы. Метод окаймления и метод элементарных преобразований нахождения ранга матрицы.
10. Теорема Кронекера-Капелли. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Понятие общего и частного решений системы.
11. Векторы: определение вектора, модуль вектора, коллинеарные и компланарные векторы, равенство векторов. Линейные операции над векторами.
12. Представление вектора в декартовых координатах.
13. Скалярное произведение векторов и его свойства. Скалярное произведение векторов, заданных координатами. Приложения скалярного произведения векторов к геометрии и механике.
14. Расстояние между точками на плоскости и в пространстве. Направляющие косинусы вектора. Единичный вектор (орт).
15. Векторное произведение векторов, свойства, вычисление. Приложения векторного произведения векторов к геометрии и механике.
16. Смешанное произведение векторов, геометрический смысл, свойства, вычисление. Условие компланарности векторов.
17. Определение линейного пространства. Примеры.
18. Понятие линейной зависимости и линейной независимости векторов. Базис и размерность линейного пространства. Примеры.
19. Разложение вектора по произвольному базису линейного пространства.
20. Прямая в  $\mathbb{R}^2$ : уравнение прямой, заданной точкой и нормальным вектором, общее уравнение прямой и его исследование, уравнение прямой в отрезках.
21. Прямая в  $\mathbb{R}^2$ : векторное уравнение прямой, параметрические уравнения прямой, каноническое уравнение прямой, проходящей через две точки.
22. Нормальное уравнение прямой на плоскости, расстояние от точки до прямой.
23. Прямая в  $\mathbb{R}^2$ : уравнение прямой с угловым коэффициентом, уравнение пучка прямых.
24. Условия параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости, угол между прямыми.
25. Уравнение плоскости в векторной форме. Нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости.
26. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку. Общее уравнение плоскости и его исследование.
27. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки. Уравнение плоскости в отрезках.
28. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей. Угол между плоскостями.
29. Уравнения прямой в векторной и параметрической формах в пространстве.
30. Канонические уравнения прямой в пространстве, уравнение прямой, проходящей через две точки в пространстве.
31. Угол между прямой и плоскостью, условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости, точка пересечения прямой и плоскости.
32. Понятие о линейном операторе и его матрице в заданном базисе. Примеры линейных операторов. Действия с операторами.
33. Сопряженные и самосопряженные операторы. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.
34. Полярная система координат.
35. Канонические уравнения окружности и эллипса (вывод и исследование).
36. Канонические уравнения гиперболы и параболы (вывод и исследование).

37. Отображение. Примеры отображений (последовательность, числовая функция одной и нескольких переменных).
38. Понятие сложной функции. Классификация элементарных числовых функций одной переменной.
39. Понятие метрического пространства. Примеры.
40. Понятие Евклидова пространства. Неравенство Коши-Буняковского.
41. Евклидово пространство. Ортогональные векторы, теоремы об ортогональности.
42. Предел последовательности в метрическом пространстве. Теорема о единственности предела последовательности.
43. Предел отображения. Предел числовой функции одной переменной. Односторонние пределы.
44. Теорема о предельном переходе в неравенстве. Первый признак существования предела.
45. Первый замечательный предел (вывод).
46. Второй замечательный предел (вывод).
47. Бесконечно малые (б.м.) и бесконечно большие (б.б.) величины. Теорема о связи б.м. с б.б., теорема о связи б.м. с величиной, имеющей предел, теорема о сумме б.м.
48. Простейшие свойства пределов (теоремы о пределе суммы, разности, произведения и частного двух функций).
49. Сравнение б.м. и б.б. величин. Эквивалентные б.м. Таблица эквивалентных б.м.
50. Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва.
51. Свойства функций, непрерывных в точке (теоремы о непрерывности суммы, произведении, частного двух непрерывных функций, теорема о непрерывности сложной функции).
52. Свойства функций, непрерывных на отрезке (теоремы Вейерштрасса и Коши). Класс  $C[a,b]$ .
53. Понятие производной числовой функции одной переменной. Геометрический и механический смысл производной.
54. Формулы производных, вывести формулу производной функции  $y = \sin x$ .
55. Производная обратной функции, вывести формулу производной функции  $y = \arcsin x$ .
56. Простейшие правила вычисления производных. Теоремы о производной суммы, разности, произведения и частного двух функций (одна из теорем с доказательством).
57. Производная сложной функции.
58. Понятие дифференцируемости функции в точке, связь с непрерывностью функции в точке. Класс функций  $C^1[a,b]$ .
59. Дифференциал функции и его геометрический смысл. Свойства дифференциалов.
60. Функция, заданная параметрически. Первая и вторая производные.
61. Производные и дифференциалы высших порядков числовой функции одной переменной.
62. Формула Тейлора для многочлена и для произвольной функции. Остаточный член в форме Пеано и Лагранжа.
63. Представление функций  $e^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$  по формуле Тейлора.
64. Представление функций  $\ln(1+x)$ ,  $(1+x)^n$  по формуле Тейлора.
65. Свойства функций, дифференцируемых на интервале: теоремы Лагранжа и Ролля, геометрический смысл, теорема Коши.
66. Монотонные функции, достаточные условия монотонности функции.
67. Экстремум функции одной переменной. Необходимое и достаточное условия экстремума.
68. Выпуклость и вогнутость графика функции, точки перегиба.
69. Частные производные функции нескольких переменных, геометрический смысл.
70. Полное приращение и полный дифференциал функции двух переменных.
71. Производные сложных функций нескольких переменных.
72. Производные неявной функции одной и двух переменных.
73. Частные производные и дифференциалы высших порядков функции нескольких переменных. Теорема о смешанных производных.
74. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталя.
75. Экстремум функции одной переменной. Необходимое и достаточное условия экстремума.
76. Локальные и глобальные экстремумы функции нескольких переменных. Необходимое и достаточное условия локального экстремума.
77. Производная по направлению функции нескольких переменных, градиент.