МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Самарский государственный технический университет»
(ФГБОУ ВО «СамГТУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Ректор ФГБОУ ВО «СамГТУ»,
д.т.н., профессор

_____________ Д. Е. Быков

«30» ____________ 2020 г.

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА
в аспирантуру СамГТУ

по направлению подготовки **01.06.01 Математика и механика**

профили:

Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление (01.01.02)

Механика деформируемого твердого тела (01.02.04)

Самара 2020

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

К вступительным испытаниям по программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре СамГТУ допускаются лица, имеющие образование не ниже высшего (специалитет или магистратура).

Прием осуществляется на конкурсной основе по результатам вступительных испытаний.

Программа вступительных испытаний по программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре по направлению 01.06.01 Математика и механика, профили: Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, Механика деформируемого твердого тела составлена на основании федеральных государственных образовательных стандартов по направлениям, соответствующим укрупненной группе направлений подготовки 01.00.00 Математика и механика, и, охватывает базовые дисциплины подготовки специалистов и магистров по данным направлениям.

2. ЦЕЛЬ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

Вступительные испытания призваны определить степень готовности поступающего к освоению основной образовательной программы аспирантуры по направлению 01.06.01 Математика и механика, профили подготовки Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, Механика деформируемого твердого тела.

3. ФОРМА ПРОВЕДЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

Вступительное испытание проводится в письменной форме в соответствии с установленным приемной комиссией СамГТУ расписанием.

Поступающему предлагается ответить письменно на вопросы и (или) решить задачи в соответствии с экзаменационными заданиями, которые охватывают содержание разделов и тем программы вступительных испытаний. Для подготовки ответа поступающие используют экзаменационные листы, которые впоследствии хранятся в их личном деле.

При приеме на обучение по программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре результаты каждого вступительного испытания оцениваются **по пятибалльной шкале.**

Минимальное количество баллов для каждого направления подготовки, подтверждающее успешное прохождение вступительного испытания, составляет **3 балла**.

Шкала оценивания:

«Отлично» – выставляется, если поступающий представил развернутые, четкие ответы на основные вопросы экзаменационного билета.

«Хорошо» – выставляется, если поступающий представил относительно развернутые, четкие ответы на основные вопросы экзаменационного билета;

«Удовлетворительно» – выставляется, если поступающий представил относительно развернутые, четкие ответы на основные вопросы экзаменационного билета. при этом некоторые ответы раскрыты не полностью;

«Неудовлетворительно» – выставляется, если при ответе поступающего основные вопросы билета не раскрыты.

4. ПЕРЕЧЕНЬ РАЗДЕЛОВ, ТЕМ И СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

РАЗДЕЛ 1. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ, ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ И ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ

Алгебра и аналитическая геометрия

1. Определители и их свойства.
2. Матрицы и действия над ними, ранг матрицы, его вычисление, обратная матрица.
3. Решение систем линейных уравнений (СЛУ): методом Гаусса, обратной матрицы; формулы Крамера, однородные и неоднородные СЛУ, теорема Кронекера – Капелли.
4. Векторная алгебра: скалярное, векторное, смешанное, двойное векторное произведение и их свойства.
5. Комплексные числа и действия над ними, формулы Эйлера.
6. Прямая на плоскости и в пространстве, плоскость в R^3 и их взаимное расположение.
7. Канонические уравнения кривых второго порядка и их графики: эллипс, гипербола, парабола.
8. Канонические уравнения поверхностей второго порядка в R^3.
9. Линейные пространства, евклидовы пространства, скалярное произведение.
10. Линейные операторы, действия над операторами. Обратный, сопряженный, самосопряженный операторы. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.
11. Квадратичные формы и их приведение к каноническому виду.
12. Общая теория кривых и поверхностей второго порядка и их приведение к каноническому виду.

Математический анализ

1. Элементы теории множеств. Отображения.
2. Предел переменной величины (последовательности при $n \to \infty$, функции при $x \to x_0$ или $x \to \infty$). Свойства пределов.
3. Признак Коши существования предела.
4. Подпоследовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
5. Замечательные пределы.
6. Непрерывность отображения. Равномерная непрерывность функций.
7. Производная функции одного переменного. Дифференцируемость функции.
8. Основные теоремы дифференциального исчисления (Ферма, Роля, Лагранжа, Коши). Правило Лопиталя.
9. Производные высших порядков. Формула Тейлора. Разложения для основных функций
10. Первообразная и неопределенный интеграл. Методы интегрирования.
11. Определенный интеграл по Риману, по Лебегу. Несобственные интегралы.
12. Функция ограниченной вариации. Интеграл Стилтьеса.
13. Функции нескольких переменных. Экстремум функции нескольких переменных. Доказательство необходимого и достаточного условий экстремума.
14. Градиент, производная по направлению функции многих переменных. Условный экстремум.
15. Интеграл по мере множества. Двойной, тройной интегралы.
16. Замена переменных в кратном интеграле.
17. Векторные поля. Криволинейные и поверхностные интегралы 1-го и 2-го рода.
18. Формулы Остроградского-Гаусса, Стокса. Потенциальные и соленоидальные поля.
19. Положительные числовые ряды. Признаки сходимости.
20. Знакочередующиеся числовые ряды. Абсолютная сходимость.
21. Функциональные ряды. Равномерная сходимость. Признаки равномерной сходимости функционального ряда. Степенные ряды.
22. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость по параметру. Признаки Вейерштрасса, Дини.

23. Ортогональные системы функций. Ряды Фурье. Уравнения замкнутости. Формула Парсеваля.

Дифференциальные уравнения

Понятие о дифференциальных уравнениях (ДУ). Обыкновенные ДУ и ДУ с частными производными. Понятие о решении (интеграле) ДУ.

Дифференциальные уравнения первого порядка

1. Основные понятия. Общие и частные решения ДУ.
2. Задача Коши для ДУ первого порядка. Формулировка теоремы о существовании и единственности решения задачи Коши для ДУ первого порядка.
3. Уравнения с разделяющимися переменными.
4. Линейные уравнения. Уравнения Бернулли. Подстановка Эйлера-Бернулли и метод вариации произвольной постоянной.
5. Однородные ДУ и сводящиеся к ним.
6. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
7. Общие и специальные уравнения Рикатти.
8. Особые точки ДУ на примере ДУ первого порядка: узел, седло, фокус, центр, дикритический узел.
9. Примеры использования ДУ: задачи о торможении движущегося тела, об остывании тела, о разряде конденсатора, о форме движущегося зеркала.
10. Ортогональные траектории к однопараметрическому семейству кривых.
11. Теоремы о существовании и единственности решения задачи Коши.
12. ДУ первого порядка, не разрешенные относительно производной. Огибающая однопараметрического семейства кривых. Уравнения Клеро и Лагранжа. Особые решения ДУ.
13. Метод изоклин.

Дифференциальные уравнения высших порядков

1. Основные понятия. Формулировка теоремы существования и единственности решения задачи Коши для n-го порядка.
2. Основные способы понижения порядка для ДУ второго порядка.
3. Основные способы понижения порядка для ДУ порядка выше второго. Формула Коши.
4. Линейные ДУ: основные понятия и теоремы. Признаки линейной зависимости и линейной независимости частных решений линейного однородного ДУ n-го порядка. Структура общего решения линейного однородного ДУ n-го порядка. Фундаментальная система решений. Формула Остроградского-Луивилля.
5. Решение линейных однородных уравнений n-го порядка с постоянными коэффициентами.
6. Структура общего решения линейного неоднородного ДУ n-го порядка. Нахождение частного решения методом вариации произвольных постоянных.
7. Нахождение частного решения линейного неоднородного ДУ с постоянными коэффициентами и с правой частью специального вида
8. Колебания линейного осциллятора (на примере механического и электрического осцилляторов).
9. Уравнения Эйлера, Чебышева. Уравнения Бесселя. Свойства функции Бесселя. Частные случаи функций Бесселя. Ортогональность функций Бесселя и их корни. Разложение произвольной функции в ряд по функциями Бесселя.
10. Решение линейных однородных ДУ с переменными коэффициентами с помощью рядов.
11. Понижение порядка линейного однородного ДУ при известных частных решениях.
12. Элементы теории установившихся колебаний. Построение периодических решений линейных ДУ с постоянными коэффициентами с помощью тригонометрического ряда.
13. Решение уравнений колебаний с разрывным внешним воздействием путем «склеивания» частных решений.
14. Понятие о методе малого параметра.
15. Понятие о осцилляции решений линейного однородного ДУ второго порядка.

Системы дифференциальных уравнений

1. Основные понятия. Сведения системы ДУ к одному ДУ более высокого порядка (метод исключения).
2. Решение нормальной системы линейных однородных ДУ с постоянными коэффициентами методом Эйлера.
3. Нахождение частного решения нормальной системы линейных неоднородных ДУ методом вариации произвольных постоянных.
4. Первые интегралы системы ДУ.
5. Понятие о краевых задачах для ДУ.

Теория устойчивости решений дифференциальных уравнений

1. Непрерывная зависимость решения ДУ первого порядка и параметров от начальных условий на конечном отрезке изменения аргумента.
2. Понятие об устойчивости по Ляпунову решений системы ДУ.
3. Устойчивость систем линейных однородных уравнений с постоянными коэффициентами.

Дифференциальные уравнения первого порядка в частных производных

1. Квазилинейные ДУ с двумя независимыми переменными и их геометрическая интерпретация. Задача Коши.
2. Нелинейные ДУ с n независимыми переменными.

Теория вероятностей и математическая статистика

1. Последовательность независимых испытаний. Формула Бернулли. Асимптотика Пуассона для формулы Бернулли.
2. Непрерывная случайная величина. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Плотность вероятности случайной величины и ее свойства.
3. Характеристики положения случайной величины: математическое ожидание и его свойства, мода, медиана.
4. Характеристики разброса случайной величины: дисперсия и ее свойства, среднее квадратичное отклонение.
5. Совместное распределение вероятностей двух случайных величин. Условные функции распределения.
6. Закон распределения функции одного случайного аргумента, периодической функции, функции, не имеющей обратной.
7. Эмпирическая функция распределения, гистограмма распределения.
8. Статистические критерии Пирсона и Колмогорова о соответствии эмпирического и теоретического распределений.
9. Статистические оценки параметров распределения. Состоятельность, несмещенность и эффективность оценок. Оценивание при помощи доверительного интервала.
10. Числовые характеристики случайного процесса. Свойства корреляционной функции. Взаимная корреляционная функция и ее свойства.
11. Спектральная теория стационарных случайных процессов. Свойства спектральной плотности. Взаимная спектральная плотность.
12. Основные законы распределения случайной величины: нормальный, показательный, гамма-распределение.

Теория функций комплексного переменного

1. Комплексные числа. Геометрическая интерпретация. Тригонометрическая, показательная, алгебраическая формы комплексного числа. Операции с комплексными числами.
2. Функция комплексного переменного. Аналитическая функция, условия Коши-Римана.
3. Геометрический смысл аргумента и модуля производной аналитической функции.

Понятие конформного отображения. Примеры конформных отображений.

4. Интеграл от функции комплексного переменного. Интегральные теоремы Коши. Интегральная формула Коши.
5. Изолированные особые точки. Разложение функции комплексного переменного в ряд Лорана в окрестности особой точки. Типы особых точек. Понятие вычета функции комплексного переменного относительно особой точки. Приложение теории вычетов к вычислению интегралов.
6. Функция-оригинал. Преобразование по Лапласу. Решение дифференциальных уравнений с помощью преобразования Лапласа.
7. Свертка функций. Интегральные уравнения типа свертки.

Численные методы

1. Численные методы решения нелинейных уравнений. Сходимость метода итерации.
2. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Достаточные условия сходимости методов.
3. Интерполяция функций многочленами. Интерполяционные формулы Ньютона
4. Среднеквадратичное приближение. Метод наименьших квадратов.
5. Численные методы интегрирования. Оценка погрешности методов.
6. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Погрешности замены производных функции одной переменной через конечные разности. Разностные схемы для обыкновенных ДУ. Аппроксимация, устойчивость, сходимость.
7. Одномерные задачи механики деформируемого твердого тела. Вывод основных уравнений одномерных краевых задач, их матричная форма записи. Методы начальных параметров и прогонки, их погрешности. Аппроксимация граничных условий.
8. Конечноразностная аппроксимация производных от функций нескольких переменных.
9. Сеточные методы решения краевых задач в частных производных: метод сеток, метод коллокаций, метод наименьших квадратов.
10. Конечно-разностные схемы для уравнений теплопроводности, Лапласа и волнового уравнения. Сходимость, устойчивость и погрешность конечно-разностных схем, аппроксимация граничных условий.
11. Понятие о вариационных методах решения краевых задач в механике сплошных сред. Методы Ритца, Бубнова-Галеркина, обобщенные методы Ритца и Бубнова-Галеркина.
12. Метод конечных элементов. Основные типы конечных элементов в R^2 и R^3 , матрица жесткости для одного конечного элемента и системы конечных элементов. Представление напряженно-деформируемого состояния через перемещение узлов конечного элемента, основные соотношения для треугольных конечных элементов в плоской задаче теории упругости. Аппроксимация перемещения и способы повышения ее порядка. Трехмерная задача: основные соотношения для тетраэдра. Вывод основных уравнений МКЭ в варианте метода перемещений. Решение МКЭ линейных и нелинейных задач теории упругости.

Методы оптимизации

1. Постановка задачи линейного программирования. Прямой симплекс-метод. Алгебра прямого симплекс-метода.
2. Двойственная задача линейного программирования. Двойственный симплекс-метод. Экономическая интерпретация исходной и двойственной задач. Анализ устойчивости двойственных оценок.
3. Транспортная задача. Построение опорного плана. Метод потенциалов.
4. Целочисленное программирование. Метод Гомори. Метод ветвей и границ.
5. Обобщение метода множителей Лагранжа. Условия Куна-Таккера.
6. Задача выпуклого программирования. Теорема Куна-Таккера.
7. Градиентные методы. Метод допустимых направлений.
8. Динамическое программирование. Признак оптимальности. Вывод рекуррентного

соотношения Беллмана. Анализ чувствительности решений задач динамического программирования.

Уравнения математической физики

Основные понятия и определения. Классификация уравнений второго порядка

1. Основные понятия о дифференциальных уравнениях (ДУ) с частными производными: решение, порядок ДУ, линейность, квазилинейность, однородность, вырождение. Понятие характеристической формы и классификация линейных ДУ второго порядка. Классификация ДУ высших порядков и систем ДУ высших порядков. Решение линейных и квазилинейных уравнений в частных производных первого порядка.
2. Классификация ДУ с двумя переменными. Характеристические кривые и характеристические направления. Приведение ДУ второго порядка с двумя переменными к каноническому виду.
3. Понятие об интегральных уравнениях, их классификация.

Вывод основных уравнений математической физики

1. Уравнения малых поперечных колебаний струны.
2. Уравнения малых продольных колебаний упругого стержня.
3. Уравнения колебаний мембраны. Вывод уравнений звуковых колебаний. Температурное поле, основной закон теплопроводности Фурье, вывод уравнений теплопроводности.
4. Задачи, сводящиеся к уравнений Лапласа: установившаяся температура в однородном теле, потенциальное течение несжимаемой жидкости.
5. Типы краевых условий. Постановка краевых задач.

Уравнения гиперболического типа

1. Решение волнового уравнения методом характеристик.
2. Задача Коши для волнового уравнения. Метод волн. Теорема о непрерывной зависимости решения задачи Коши от начальных данных. Физический смысл решения задачи Коши по формулам Даламбера.
3. Понятие об обобщенных решениях (на примере волнового уравния).
4. Решение задачи о колебаниях бесконечной струны с нагрузкой (решение неоднородного волнового уравнения).
5. Решение краевых задач для волнового уравнения на полупрямой и на отрезке по формулам Даламбера.
6. Задача Коши для гиперболического уравнения с двумя независимыми переменными (доказательство существования, сходимости и единственности решения).
7. Задача Гурса.
8. Решение задачи о колебаниях бесконечного объема. Формула Пуассона. Физическая интерпретация формулы Пуассона. Цилиндрические волны. Решение неоднородного волнового уравнении в R^3.

Метод Фурье

1. Метод Фурье для уравнения свободных колебаний струны (построение решения, доказательство равномерной сходимости ряда). Анализ решения волнового уравнения. Колебания струны под действием удара. Продольные колебания стержня.
2. Общая схема метода Фурье для уравнения гиперболического типа. Задача Штурма-Луивилля. Собственные числа и собственные функции задачи Штурма-Луивилля и их свойства.
3. Вынужденные колебания струны, закрепленной на концах. Вынужденные колебания струны с подвижными концами.
4. Единственность решения смешанной задачи.
5. Оператор Лапласа в криволинейных координатах.
6. Свободные колебания прямоугольной мембраны. Узловые линии.
7. Малые радиальные колебания газа в сфере.

8. Радиальные колебания газа в неограниченной цилиндрической трубе.

Уравнения гиперболического типа

1. Постановка краевых задач для одномерного уравнения теплопроводности. Теорам о максимуме и минимуме для уравнения параболического типа. Единственность решения задачи Коши о распространении тепла на бесконечной прямой.
2. Применение метода Фурье к решению уравнений параболического типа: задача об охлаждении через его границу, шара через его поверхность, бесконечного цилиндра через его боковую поверхность.
3. Обобщение функции Хевисайда и δ - функция Дирака и их свойства.
4. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности (функция Грина) на прямой. Построение функции Грина.
5. Решение задачи о распространении тепла на бесконечной прямой при помощи функции Грина и преобразования Лапласа. Решение задача на полупрямой. Решение задачи о распространении тепла в трехмерном (двумерном пространстве).

Уравнения эллиптического типа

Уравнения Лапласа и Пуассона, постановка краевых задач. Формула Грина. Простейшие свойства гармонических функций. Единственность решения краевых задач. Методы решения краевых задач. Методы решения краевых задач для уравнений эллиптического типа: метод Фурье, метод Грина. Задача Неймана, неединственность решения. Фундаментальные решения уравнений Лапласа. Формула Пуассона для шара и круга. Теория потенциала. Сведения краевых задач для уравнений эллиптического типа к интегральному уравнению.

Основные сведения об интегральных уравнениях

Классификация линейных интегральных уравнений. Задачи, приводящие к интегральным уравнениям. Интегральные уравнения с вырожденными ядрами. Существование решения. Понятие о приближенных методах решения уравнений Фредгольма второго рода.

Теория оптимального управления

1. Общая постановка и классификация задач оптимизации.
2. Общая постановками формулировка задачи оптимального управления.
3. Формулировка и техника применения принципа максимума Понтрягина в задачах оптимального управления динамическими системами.
4. Доказательство принципа максимума Понтрягина в задачах оптимального управления со свободным правым концом траектории.
5. Доказательство принципа максимума Понтрягина в задачах оптимального управления с подвижным правым концом траектории.

Информатика

1. Понятие алгоритма и его свойства.
2. Средства записи алгоритмов. Пример.
3. Основные алгоритмические конструкции (следование, ветвление, выбор, цикл).
4. Структура и принципы организации ЭВМ.
5. Структура данных .(массивы, записи, объединения).
6. Способы организации данных (линейные, списки, стеки, деревья).
7. Алгоритмы сортировки.
8. Алгоритмы поиска.

Языки программирования и методы трансляции

1. Краткая характеристика языка Паскаль.
2. Краткая характеристика языка Си (Си$^{+}$).
3. Принципы объектно-ориентированного программирования (инкапсуляция, наследование, полиморфизм).
4. Типы трансляторов (компиляторы и интерпретаторы). Основные фазы компиляции.

Прикладное и системное программирование

1. Текстовый процессор Word и его возможности для работы с текстом.
2. Электронные таблицы Excell и их возможности.
3. Реализация деловой и иллюстративной графики на ПК.
4. Пакет прикладных программ для научных и инженерных расчетов Matcad и его возможности.
5. Особенности методов искусственного интеллекта и их реализация на ПК.
6. Основные функции операционной системы. ПК и их реализация в MS-DOS.
7. Организация оперативной памяти ПК.
8. Организация и работа внешней памяти ПК.
9, Файловая система и ее организация операционной системы MS-DOS.
10. Работа ЭВМ в мультипрограммном режиме.

База данных и экспертные системы

1. Таблицы в «Access» и работа над ними.
2. Функциональное назначение запросов и работа с ними в «Access».
3. Функциональное назначение форм и работа с ними в «Access».
4. Отчеты в «Access» и работа с ними.
5. Функциональное назначение макросов и работа с ними в «Access».
6. Метод логического программирования.
7. Схема исчисления логический предикатов на языке ПРОЛОГ.
8. Особенности программирования на языке ПРОЛОГ.
9. Механизмы поиска цели при прямой и обратной цепочках рассуждений в продукционных экспертных системах.
10. Методы анализа текста при общении с компьютером на естественном языке.

Список рекомендованной литературы

1. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл.Н. Математический анализ. Учебн. В 2 частях. М.: изд-во МГУ, 2004.
2. Александров П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. СПб.: Лань, 2009, 512 с.
3. Беклемишев Д.В. Дополнительные главы линейной алгебры. СПб: Лань, 2008. 496 с.
4. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. СПб: Лань, 2008. 432 с.
5. Фадеев Д.К., Фадеев В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. СПб: Лань, 2009. 736 с.
6. Васильева А.Б., Тихонов Н.А. Интегральные уравнения. СПб: Лань, 2009. 160 с.
7. Фихтенгольц Г.Н. Курс дифференциального исчисления (в трех томах). СПб: Лань, 2009. 2080 с.
8. Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций. СПб: Лань, 2011. 464 с.
9. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1971. 240 с.
10. Петровский И.Ю. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1970. 280 с.
11. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1982. 331 с.
12. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г, Дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1985. 231 с.
13. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Наука, 1969. 424 с.
14. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики: Учеб. пособие. М.: Наука, 1977. 735 с.
15. Смирнов В.И. Курс высшей математики: Учеб. В 4т.2. М.: Наука, 1981. 655 с.
16. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных: Учеб. пособие М.: Наука, 1983. 424 с.

17. Будак Б.М,, Самарский А.А,, Тихонов А.Н, Сборник задач по математической физике: Учеб. пособие. М.: Наука, 1982. 336 с.
18. Бицадзе А.В. Уравнения математической физики: Учеб. пособие. М.: Наука, 1982. 336 с.
19. Владимиров В.С. Уравнения математической физики: Учеб. пособие. М.: Наука, 1981. 512 с.
20. Кошляков Н.С. и др. Уравнения в частных производных математической физики. Учеб. пособие. М.: Высш. шк, 1970. 710 с.
21. Рапопорт Э.Я. Анализ и синтез автоматического управления с распределенными параметрами. Учебное пособие. М.: Высшая школа, 2005. 292 с.
22. Рапопорт Э.Я. Оптимальное управление системами с распределенными параметрами. Учебное пособие. М.: Высшая школа, 2009. 677 с.
23. Рапопорт Э.Я. Структурное моделирование объектов и систем управления с распределенными параметрами Учебное пособие. М.: Высшая школа, 2003. 299 с.
24. Бутковский А.Г, Методы управления системами с распределенными параметрами. М.: Наука, 1975.
25. Васильев Ф.П, Методы решения экстремальных задач. М.: наука, 1981.
26. Лурье К.А, Оптимальное управление в задачах математической физики. М,: Наука, 1975.
27. Васильев Ф.П. Методы оптимизации. М.: Факториал Пресс, 2002.
28. Лионс Ж.-Л. оптимальное управление системами, описываемыми уравнениями с частными производными. М.: Мир, 1972.
29. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В. и др. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1983. 392 с.
30. Маричев О.И., Килбас А.А., Репин О.А. Краевые задачи для уравнений с частными производными с разрывными коэффициентами. Самара: изд-во Самар.экон.ун-та, 2008.276 с.
31. Нахушев А.М. Задачи со смещением для уравнений в частных производных. М.: Наука, 2006. 287 с.
32. Лренер М.Е. Принцип максимума и краевые задачи для гиперболических уравнений смешанного типа в неклассических областях. Самара: Самар.гос.техн.ун-т, 2001. 194 с.
33. Гюнтер Н.Н., Курс вариационного исчисления. СПб.: Лань, 2009. 320 с.
34. Прасолов А.В. Динамические модели с запаздыванием и их приложения в экономике и инженерии. СПб.: Лань, 2010. 192 с.
35. Прасолов А.В. Математически методы экономической динамики. СПб.: Лань, 2011. 352 с.

РАЗДЕЛ 2. МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА

Алгебра и аналитическая геометрия

1. Определители и их свойства.
2. Матрицы и действия над ними, ранг матрицы, его вычисление, обратная матрица.
3. Решение систем линейных уравнений (СЛУ): методом Гаусса, обратной матрицы; формулы Крамера, однородные и неоднородные СЛУ, теорема Кронекера – Капелли.
4. Векторная алгебра: скалярное, векторное, смешанное, двойное векторное произведение и их свойства.
5. Комплексные числа и действия над ними, формулы Эйлера.
6. Прямая на плоскости и в пространстве, плоскость в R^3 и их взаимное расположение.
7. Канонические уравнения кривых второго порядка и их графики: эллипс, гипербола, парабола.
8. Канонические уравнения поверхностей второго порядка в R^3.
9. Линейные пространства, евклидовы пространства, скалярное произведение.
10. Линейные операторы, действия над операторами. Обратный, сопряженный, самосопряженный операторы. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.
11. Квадратичные формы и их приведение к каноническому виду.
12. Общая теория кривых и поверхностей второго порядка и их приведение к каноническому виду.

Обыкновенные дифференциальные уравнения

1. Понятия обыкновенных ДУ. Решение (интеграл) ДУ, частное решение, интегральная кривая. Задача Коши. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши.
2. Интегрируемые типы ДУ 1-го порядка, разрешенные относительно производной (с разделяющимися переменными, однородные, линейные, Бернулли, в полных дифференциалах). Понятие интегрального множителя.
3. Понятие особой точки ДУ. Типы особой точки.
4. Интегрируемые типы ДУ, не разрешенных относительно производной (уравнения Лагранжа и Клеро). Понятие особого решения.
5. ДУ высших порядков, допускающих понижение порядка. Основные способы понижения порядка.
6. Линейный дифференциальный оператор. Линейные ДУ. Структура общего решения линейного однородного ДУ. Линейно независимые решения, фундаментальная система решений ДУ. Структура общего решения линейного неоднородного ДУ.
7. Линейные ДУ с переменными коэффициентами (уравнения Эйлера, Лагранжа, Чебышева, Бесселя) и способы их интегрирования.
8. Нормальная форма системы ДУ 1-го порядка по Коши. Сведение системы ДУ к одному ДУ более высокого порядка. Понятие I интеграла системы ДУ.
9. Локальная устойчивость решения ДУ и устойчивость решений системы ДУ. Асимптотическая устойчивость.

Теория вероятностей и математическая статистика

1. Последовательность независимых испытаний. Формула Бернулли. Асимптотика Пуассона для формулы Бернулли.
2. Непрерывная случайная величина. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Плотность вероятности случайной величины и ее свойства.
3. Характеристики положения случайной величины: математическое ожидание и его свойства, мода, медиана.
4. Характеристики разброса случайной величины: дисперсия и ее свойства, среднее квадратичное отклонение.
5. Совместное распределение вероятностей двух случайных величин. Условные функции распределения.
6. Закон распределения функции одного случайного аргумента, периодической функции,

функции, не имеющей обратной.

7. Эмпирическая функция распределения, гистограмма распределения.
8. Статистические критерии Пирсона и Колмогорова о соответствии эмпирического и теоретического распределений.
9. Статистические оценки параметров распределения. Состоятельность, несмещенность и эффективность оценок. Оценивание при помощи доверительного интервала.
10. Числовые характеристики случайного процесса. Свойства корреляционной функции. Взаимная корреляционная функция и ее свойства.
11. Спектральная теория стационарных случайных процессов. Свойства спектральной плотности. Взаимная спектральная плотность.
12. Основные законы распределения случайной величины: нормальный, показательный, гамма-распределение.

Теория функций комплексного переменного

1. Комплексные числа. Геометрическая интерпретация. Тригонометрическая, показательная, алгебраическая формы комплексного числа. Операции с комплексными числами.
2. Функция комплексного переменного. Аналитическая функция, условия Коши-Римана.
3. Геометрический смысл аргумента и модуля производной аналитической функции. Понятие конформного отображения. Примеры конформных отображений.
4. Интеграл от функции комплексного переменного. Интегральные теоремы Коши. Интегральная формула Коши.
5. Изолированные особые точки. Разложение функции комплексного переменного в ряд Лорана в окрестности особой точки. Типы особых точек. Понятие вычета функции комплексного переменного относительно особой точки. Приложение теории вычетов к вычислению интегралов.
6. Функция-оригинал. Преобразование по Лапласу. Решение дифференциальных уравнений с помощью преобразования Лапласа.
7. Свертка функций. Интегральные уравнения типа свертки.

Численные методы

1. Численные методы решения нелинейных уравнений. Сходимость метода итерации.
2. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Достаточные условия сходимости методов.
3. Интерполяция функций многочленами. Интерполяционные формулы Ньютона
4. Среднеквадратичное приближение. Метод наименьших квадратов.
5. Численные методы интегрирования. Оценка погрешности методов.
6. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Погрешности замены производных функции одной переменной через конечные разности. Разностные схемы для обыкновенных ДУ. Аппроксимация, устойчивость, сходимость.
7. Одномерные задачи механики деформируемого твердого тела. Вывод основных уравнений одномерных краевых задач, их матричная форма записи. Методы начальных параметров и прогонки, их погрешности. Аппроксимация граничных условий.
8. Конечноразностная аппроксимация производных от функций нескольких переменных.
9. Сеточные методы решения краевых задач в частных производных: метод сеток, метод коллокаций, метод наименьших квадратов.
10. Конечно-разностные схемы для уравнений теплопроводности, Лапласа и волнового уравнения. Сходимость, устойчивость и погрешность конечно-разностных схем, аппроксимация граничных условий.
11. Понятие о вариационных методах решения краевых задач в механике сплошных сред. Методы Ритца, Бубнова-Галеркина, обобщенные методы Ритца и Бубнова-Галеркина.
12. Метод конечных элементов. Основные типы конечных элементов в R^2 и R^3 , матрица жесткости для одного конечного элемента и системы конечных элементов. Представление напряженно-деформируемого состояния через перемещение узлов конечного элемента,

основные соотношения для треугольных конечных элементов в плоской задаче теории упругости. Аппроксимация перемещения и способы повышения ее порядка. Трехмерная задача: основные соотношения для тетраэдра. Вывод основных уравнений МКЭ в варианте метода перемещений. Решение МКЭ линейных и нелинейных задач теории упругости.

Уравнения математической физики

1. Классификация ДУ с двумя переменными. Характеристические кривые и характеристические уравнения.
2. Решение волнового уравнения методом характеристик.
3. Метод разделения переменных (метод Фурье) для уравнений свободных колебаний струны.
4. Постановка краевых задач для одномерного уравнения теплопроводности. Теорема о максимуме и минимуме для уравнения параболического типа.
5. Метод Фурье для решения задачи об охлаждении стержня через его границу.
6. Уравнения Лапласа и Пуассона, постановка краевых задач. Метод Фурье для решения краевых задач эллиптического типа.

Теоретическая механика

1. Статика. Аксиомы статики. Связи и их реакции, типы связей. Системы сил. Плоская и пространственная системы сил: условия и уравнения равновесия.
2. Кинематика. Кинематика точки. Скорость, ускорение, движение точки. Поступательное движение твердого тела. Инерционные системы координат. Абсолютное, относительное и переносное движение, основные теоремы для сложного движения. Плоскопараллельное движение твердого тела.
3. Динамика. Динамика точки. Законы Ньютона. Свободные и вынужденные колебания точки с учетом трения. Динамика точки и системы. Основные теоремы и законы динамики системы. Кинетическая и потенциальная энерия точки и системы. Закон сохранения энергии. Принцип Даламбера для точки и системы. Уравнения Лагранжа второго рода. Интегралы движения. Канонические уравнения Гамильтона. Метод Якоби-Гамильтона.

Тензорный анализ

1. Индексные обозначения. Соглашение о суммировании. Сложение, умножение и свертывание индексных объектов. Симметричные и антисимметричные объекты. Символы Кронекера второго, четвертого и шестого порядков.
2. Линейные, билинейные и полилинейные формы. Их свойства, инвариантность формы. Понятие тензора.
3. Линейные преобразования. Инварианты, ковариантные и контравариантные векторы. Тензоры второго и более высокого порядка. Операции над тензорами. Тензорные равенства и уравнения. Обратный тензорный признак. Тензоры и псевдотензоры.
4. Общие преобразования координат. Тензоры относительно общего преобразования.
5. Криволинейные координаты, тензорные поля и их характеристики. Параллельное векторное поле. Символы Кристоффеля первого и второго рода.
6. Производные тензоров. Абсолютная и ковариантная производные тензоров. Правила дифференцирования тензоров.
7. Дивергенция и вихрь вектора, лапласиан в криволинейных координатах. Векторные операции второго порядка.
8. Криволинейные координаты на поверхности. Тензоры на поверхности.

Математические модели в механике сплошных сред

Основные положения механики деформируемого твердого тела (МДТТ).

Классификация внешних сил. Модельные представления сосредоточенных изгибающего и крутящего момента. Принцип отвердения в МДТТ. Замена системы сил статически эквивалентной. Внутренние силы. Виды напряженно-деформируемого состояний.

Основные свойства твердых деформируемых тел: упругость, пластичность, вязкоупругость, ползучесть.

Одномерные задачи на растяжение-сжатие. Принцип Сен-Венана при растяжении-сжатии. Гипотеза несжимаемости материала. Расчеты на прочность по допускаемым напряжениям. Напряжения и деформации от собственного веса, вращающийся стержень, напряжения в склейке. Стержни переменного сечения. Гибкие упругие нити.

Перемещения .узлов стержневых систем. Геометрические линейные и нелинейные задачи. Температурные деформации. Потенциальная энергия при растяжении.

Напряжения при ударе. Распространение упругих волн в стержнях.

Деформации и напряжения при изгибе. Понятие о деформации изгиба. Устройство опор балок. Изгибающий момент и поперечная сила. Дифференциальное уравнение изгиба балки. Эпюры моментов и перерезывающих сил.

Потенциальная энергия при чистом изгибе. Расчет балок на прочность.

Интегрирование ДУ изгиба. Прогиб и поворот сечения балки. Интегрирование балок с шарнирами. Решение ДУ для статически неопределимых балок.

Сложное напряженное состояние (СНС). Напряжения по наклонным сечениям при растяжении. Понятие о главных напряжениях. Напряжения при двухосном растяжении. Графическое изображение напряжений.

Напряжения и деформации при объемном напряженном состоянии. Потенциальная энергия упругой деформации при СНС. Чистый сдвиг. Напряжения и деформации при сдвиге. Закон Гука. Определение напряжений при кручении вала круглого сечения. Особенности при кручении стержней некруглого сечения. Гипотеза жесткого контура. Потенциальная энергия при кручении.

Прочность при СНС. Диаграмма растяжения. Механические характеристики упруго-пластического материала. Механизмы разрушения. Понятия о теориях прочности. Теории хрупкого и вязкого разрушения.

Устойчивость стержней. Постановка задачи. Устойчивость сжатого упругого стержня. Точное решение задачи для сжатого стержня, эластика Эйлера. Влияние способа закрепления концов стержня на величину критической силы.

Общая теория напряжений. Понятие сплошной среды. Плотность, однородность, изотропия, массовые и поверхностные силы. Принцип напряжений Коши. Вектор напряжений. Напряженное состояние в точке. Тензор напряжений. Связь тензора напряжений и вектора напряжений. Уравнения равновесия сил и моментов, симметрия тензора напряжений.

Кинематика деформируемой среды. Основные понятия и определения: точка, частица, закон движения частицы, деформация, течение, закон движения континуума. Способы описания движения континуума в криволинейной системе координат. Векторы базиса. Радиус-вектор, вектор перемещения.

Лагранжево и эйлерово описание движения. Градиенты деформаций и перемещений.

Тензоры деформаций Коши и Грина. Тензоры конечных деформаций Грина и Альманси. Теория малых деформаций. Тензоры бесконечно малых деформаций. Геометрический смысл тензоров линейных деформаций. Коэффициент длины. Интерпретация конечных деформаций.

Представление тензора второго ранга в виде суммы симметричного и антисимметричного тензоров. Относительное перемещение. Тензор линейного поворота. Вектор поворота.

Главные деформации. Инварианты деформаций. Кубическое расширение. Шаровой тензор и девиатор деформаций. Плоская деформация. Круги Мора для деформаций. Уравнения совместности для линейных деформаций, частные случаи уравнений совместности.

Основные законы механики сплошной среды

Движение и течение. Понятие терминов движение и течение. Материальная производная. Скорость, ускорение, мгновенное поле скоростей.

Траектории. Линии тока. Установившееся движение. Скорость деформации.

Завихренность. Приращение деформации. Физическая интерпретация тензоров скоростей деформаций и завихренности, вектор завихренности.

Материальные производные по времени от элемента объема, элемента поверхности и линейного элемента.

Материальные производные по времени от интеграла по объему, интеграла по поверхности и линейного интеграла.

Основные законы механики сплошной среды. Сохранение массы. Уравнение неразрывности. Теорема об изменении количества движения. Уравнения движения. Уравнения равновесия. Теорема об изменении момента количества движения.

Сохранение энергии. Первый закон термодинамики. Уравнение энергии. Уравнения состояния. Энтропия. Второй закон термодинамики. Неравенство Клазиуса-Дюгема. Диссипативная функция. Диссипативная функция.

Определяющая система уравнений термомеханического континуума (уравнения состояния).

Линейная теория упругости. Обобщенный закон Гука. Функция энергии деформации. Изотропные и анизотропные среды. Симметрия упругих свойств.

Изотропные среды. Упругие константы изотропных сред. Закон Гука для изотропных сред в постоянных Ламе и технических постоянных. Физический смысл упругих констант.

Формулировка теории упругости в перемещениях (уравнения Навье-Коши) и в напряжениях (уравнения Бельтрами-Мичела). Частный случай отсутствия объемных сил. Постановка динамических задач теории упругости.

Теорема о суперпозиции. Принцип Сен-Венана.

Гиперупругость. Поверхности деформаций и напряжений в R^6 . Потенциал деформаций. Выпуклость поверхностей деформаций и напряжений.

Термодинамика упругой деформации. Термодинамика упругой деформации в одноосном напряженном состоянии. Термодинамические потенциалы. Адиабатические модули упругости. Зависимость $E \approx \varepsilon$ в условиях адиабатического деформирования.

Температурные эффекты при сложном напряженном состоянии. Соотношения Дюамеля-Неймана. Связь $A_{iii} \approx \varepsilon_{iii}$ при адиабатическом деформировании.

Основные уравнения линейной термоупругости изотропного тела. Уравнение притока тепла связной задачи термоупругости. Уравнения несвязной задачи термоупругости.

Двумерные задачи теории упругости в прямоугольной системе координат. Плоское напряженное состояние и плоская деформация (основные соотношения). Основные соотношения двумерной теории упругости. Функция напряжений Эри. Выражение компонент напряжений через функцию Эри.

Граничные условия для двумерных задач. Решение двумерных задач в полиномах (анализ решений при помощи полиномов 2, 3, 4, 5 степеней). Определение перемещений.

Точное решение задачи об изгибе консоли, нагруженной на конце.

Решение двумерной задачи при помощи рядов Фурье.

Двумерные задачи теории упругости в полярных координатах. Уравнения равновесия в полярной системе. Функция Эри и связь напряжений с функцией Эри в полярной системе.

Полярно-симметричное распределение напряжений. Компоненты деформаций в полярных координатах.

Перемещения при симметричных полях напряжений.

Одномерные задачи в полярных координатах: толстостенная труба при действии внутреннего и внешнего давлений, вращающийся диск.

Простейшая задача о концентрации напряжений. Влияние круглого отверстия на распределение напряжений в пластинке.

Теория пластичности. Основные положения и определения. Идеализированные диаграммы пластического деформирования: жестко-пластический, упруго-пластический материалы; Жестко-пластический материал с линейным упрочнением.

Принцип максимума и постулат Друкера. Диссипативная функция. Условия пластичности. Критерии Треска и Мизеса. Поверхность текучести.

Поведение материала за приделом текучести.
Изотропное и кинематическое упрочнение.

Соотношение между напряжениями и деформациями в пластическом состоянии. Эквивалентное напряжение. Эквивалентное приращение пластической деформации.

Работа на пластических деформациях. Гипотеза упрочнения. Деформационная теория пластичности.

Постановка задачи упругопластичности. Элементарная теория линий скольжения при плоской пластической деформации.

Линейная вязкоупругость. Понятия о вязкоупругих свойствах материалов. Простейшие структурные механические модели вязкоупругого поведения (Максвелла, Фойхта, Кельвина, Бюргерса) и их анализ. Задачи ползучести и релаксации. Обобщенные модели. Линейные диффеенциальные уравнения.

Феноменологическая теория линейного наследственно-упругого тела. Сингулярные и несингулярные ядра наследственности. Графическое построение наследственной деформации. Принцип линейной суперпозиции. Дифференциальная и интегральная формы представления наследственной теории. Функции ползучести и релаксации. Применение преобразования Лапласа. Построение трехмерных теорий вязкоупругости. Постановка краевых задач для вязкоупругих тел. Принцип соответствия.

Ползучесть материалов. Эффект ползучести. Стадии ползучести. Аппроксимация кривых ползучести. Подобие кривых ползучести. Изохронные кривые ползучести. Температурные зависимости для деформации ползучести.

Простейшие теории одномерной ползучести: теории установившейся ползучести, старения, течения, упрочнения. Гипотеза уравнения состояния.

Аналитические выражения для закона упрочнения. Теории нелинейного наследственно-упругого тела. Теория неполной обратимости деформации ползучести. Метод разделения деформации ползучести. Кинетические уравнения ползучести и их анализ. Ползучесть при сложном напряженном состоянии. Теорема Гамильтона-Кэли. Уравнения изотропной установившейся ползучести. Потенциал ползучести. Квазилинейные уравнения установившейся ползучести. Кинетические уравнения Работнова Ю.Н. для сложного напряженного состояния. Теория течения. Квазилинейные уравнения.

Элементы рассеянного (объемного) разрушения. Типы разрушения. Основные сведения о длительной прочности. Хрупкое и вязкое разрушение. Температурно-временные параметры. Аппроксимация диаграмм длительной прочности. Принцип линейного суммирования повреждений. Оценка длительной прочности при сложном напряженном состоянии.

Математические модели вязкокого, хрупкого и смешанного разрушения. Критерии разрушения: деформационный, энергетический, энтропийный. Некоторые обобщения на случай сложного напряженного состояния.

Список рекомендованной литературы

1. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл.Н. Математический анализ. Учебн. В 2 частях. М.: изд-во МГУ, 2004.
2. Александров П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. СПб.: Лань, 2009, 512 с.
3. Беклемишев Д.В. Дополнительные главы линейной алгебры. СПб: Лань, 2008. 496 с.
4. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. СПб: Лань, 2008. 432 с.
5. Фадеев Д.К., Фадеев В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. СПб: Лань, 2009. 736 с.
6. Васильева А.Б., Тихонов Н.А. Интегральные уравнения. СПб: Лань, 2009. 160 с.
7. Фихтенгольц Г.Н. Курс дифференциального исчисления (в трех томах). СПб: Лань, 2009. 2080 с.
8. Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций. СПб: Лань, 2011. 464 с.

9. Демидович Б.Н., Марон И.А. Основы вычислительной математики. СПб: Лань, 2009. 672 с.
10. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М.: Наука, 2003.
11. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1971. 240 с.
12. Петровский И.Ю. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1970. 280 с.
13. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1982.331 с.
14. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики: Учеб. пособие. М.: Наука, 1977. 735 с.
15. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных: Учеб. псоб. М.: Наука, 1983. 424 с.
16. Бицадзе А.В. Уравнения математической физики: Учеб. пособие. М.: Наука, 1982. 336 с.
17. Владимиров В.С. Уравнения математической физики: Учеб. пособие. М.: Наука, 1981. 512 с.
18. Кошляков Н.С. и др. Уравнения в частных производных математической физики. Учеб. пособие. М.: Высш. шк, 1970. 710 с.
19. Понтрягин Л.С. и др. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1983. 392 с.
20. Гантмахер Ф.Р. Лекции по аналитической механике. М.: Физматгиз, 1960.
21. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М.: Наука, 1979.
22. Тарг С.М. Кратчайший курс теоретической механики. М.: Высш. школа, 1963.
23. Мак-Коннел А.Дж. Введение в тензорный анализ. М.: Физматгиз,1963.
24. Мейз Дж. Теория и задачи механики сплошных сред. М.: Мир, 1974.
25. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. 1–2. М.: Наука, 1970.
26. Работнов Ю.Р. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1979.
27. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. М.: Наука, 1975.
28. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966. 752 с.
29. Самарин Ю.П. Уравнения состояния материалов со сложными реологическими свойствами. Куйбышев: Куйбышевский госуниверситет, 1979. 84 с.
30. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. М.: Машиностроение. 1976.
31. Радченко В.П., Еремин Ю.А. Реологическое деформирование и разрушение материалов и элементов конструкций. М.: Машиностроение-1, 2004. 265 с.
32. Радченко В.П., Кичаев П.Е. Энергетическая концепция ползучести и виброползучести металлов. Самара: СамГТУ, 2011. 157 с.
33. Радченко В.П., Саушкин М.Н. Пзучесть и релаксация остаточных напряжений в упрочнённых конструкциях. М.: Машиностроение–1, 2005. 224 с.
34. Радченко В.П. Введение в механику деформируемых систем. Учебн. пособие. Самара: СамГТУ, 2009. 241 с.
35. Локощенко А.М. Моделирование процесса ползучести и длительной прочности металлов. М.: МГИУ, 2007. 264 с.
36. Локощенко А.М., Пушкарь Е.А. Основы теории ползучести. Учеб. пособие. М.: МГТУ, 2007. 132 с.
37. Никитенко А.Ф. Ползучесть и длительная прочность металлических материало. Новосибирск: НГАСУ, 1997. 278 с.
38. Сабитов К.Б. Уравнения математической физики. М.: Физматлит, 2013. 352 с.