МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Самарский государственный технический университет»
(ФГБОУ ВО «СамГТУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Ректор ФГБОУ ВО «СамГТУ»,
д.т.н., профессор

_______________ Д. Е. Быков
« 27 » 12 2024 г.

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА
в аспирантуру СамГТУ

по научной специальности

1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика

Самара 2024

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

К вступительным испытаниям по программам подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре СамГТУ допускаются лица, имеющие образование не ниже высшего (специалитет или магистратура).

Прием осуществляется на конкурсной основе по результатам вступительных испытаний.

2. ЦЕЛЬ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

Вступительные испытания призваны определить степень готовности поступающего к освоению основной образовательной программы аспирантуры по научной специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

3. ФОРМА ПРОВЕДЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

Вступительное испытание проводится в письменной форме в соответствии с установленным приемной комиссией СамГТУ расписанием.

Поступающему предлагается ответить письменно на вопросы и (или) решить задачи в соответствии с экзаменационными заданиями, которые охватывают содержание разделов и тем программы вступительных испытаний. Для подготовки ответа поступающие используют экзаменационные листы, которые впоследствии хранятся в их личном деле.

При приеме на обучение по программам подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре результаты каждого вступительного испытания оцениваются **по пятибалльной шкале.**

Минимальное количество баллов для каждой научной специальности, подтверждающее успешное прохождение вступительного испытания, составляет **3 балла**.

Шкала оценивания:

«Отлично» – выставляется, если поступающий представил развернутые, четкие ответы на основные вопросы экзаменационного билета.

«Хорошо» – выставляется, если поступающий представил относительно развернутые, четкие ответы на основные вопросы экзаменационного билета;

«Удовлетворительно» – выставляется, если поступающий представил относительно развернутые, четкие ответы на основные вопросы экзаменационного билета, при этом некоторые ответы раскрыты не полностью;

«Неудовлетворительно» – выставляется, если при ответе поступающего основные вопросы билета не раскрыты.

4. ПЕРЕЧЕНЬ РАЗДЕЛОВ, ТЕМ И СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

РАЗДЕЛ 1. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

1.1 Алгебра и аналитическая геометрия

1. Определители и их свойства.
2. Матрицы и действия над ними, ранг матрицы, его вычисление, обратная матрица.
3. Решение систем линейных уравнений (СЛУ): методом Гаусса, обратной матрицы; формулы Крамера, однородные и неоднородные СЛУ, теорема Кронекера – Капелли.
4. Векторная алгебра: скалярное, векторное, смешанное, двойное векторное произведение и их свойства.
5. Комплексные числа и действия над ними, формулы Эйлера.
6. Прямая на плоскости и в пространстве, плоскость в R^3 и их взаимное расположение.
7. Канонические уравнения кривых второго порядка и их графики: эллипс, гипербола, парабола.

8. Канонические уравнения поверхностей второго порядка в R^3.
9. Линейные пространства, евклидовы пространства, скалярное произведение.
10. Линейные операторы, действия над операторами. Обратный, сопряженный, самосопряженный операторы. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.
11. Квадратичные формы и их приведение к каноническому виду.
12. Общая теория кривых и поверхностей второго порядка и их приведение к каноническому виду.

1.2 Математический анализ

1. Элементы теории множеств. Отображения.
2. Предел переменной величины (последовательности при $n \to \infty$, функции при $x \to x_0$ или $x \to \infty$). Свойства пределов.
3. Признак Коши существования предела.
4. Подпоследовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
5. Замечательные пределы.
6. Непрерывность отображения. Равномерная непрерывность функций.
7. Производная функции одного переменного. Дифференцируемость функции.
8. Основные теоремы дифференциального исчисления (Ферма, Роля, Лагранжа, Коши). Правило Лопиталя.
9. Производные высших порядков. Формула Тейлора. Разложения для основных функций
10. Первообразная и неопределенный интеграл. Методы интегрирования.
11. Определенный интеграл по Риману, по Лебегу. Несобственные интегралы.
12. Функция ограниченной вариации. Интеграл Стилтьеса.
13. Функции нескольких переменных. Экстремум функции нескольких переменных. Доказательство необходимого и достаточного условий экстремума.
14. Градиент, производная по направлению функции многих переменных. Условный экстремум.
15. Интеграл по мере множества. Двойной, тройной интегралы.
16. Замена переменных в кратном интеграле.
17. Векторные поля. Криволинейные и поверхностные интегралы 1-го и 2-го рода.
18. Формулы Остроградского-Гаусса, Стокса. Потенциальные и соленоидальные поля.
19. Положительные числовые ряды. Признаки сходимости.
20. Знакочередующиеся числовые ряды. Абсолютная сходимость.
21. Функциональные ряды. Равномерная сходимость. Признаки равномерной сходимости функционального ряда. Степенные ряды.
22. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость по параметру. Признаки Вейерштрасса, Дини.
23. Ортогональные системы функций. Ряды Фурье. Уравнения замкнутости. Формула Парсеваля.

1.3 Дифференциальные уравнения

Понятие о дифференциальных уравнениях (ДУ). Обыкновенные ДУ и ДУ с частными производными. Понятие о решении (интеграле) ДУ.

1.3.1 Дифференциальные уравнения первого порядка

1. Основные понятия. Общие и частные решения ДУ.
2. Задача Коши для ДУ первого порядка. Формулировка теоремы о существовании и единственности решения задачи Коши для ДУ первого порядка.
3. Уравнения с разделяющимися переменными.
4. Линейные уравнения. Уравнения Бернулли. Подстановка Эйлера-Бернулли и метод вариации произвольной постоянной.
5. Однородные ДУ и сводящиеся к ним.

6. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
7. Общие и специальные уравнения Рикатти.
8. Особые точки ДУ на примере ДУ первого порядка: узел, седло, фокус, центр, дикритический узел.
9. Примеры использования ДУ: задачи о торможении движущегося тела, об остывании тела, о разряде конденсатора, о форме движущегося зеркала.
10. Ортогональные траектории к однопараметрическому семейству кривых.
11. Теоремы о существовании и единственности решения задачи Коши.
12. ДУ первого порядка, не разрешенные относительно производной. Огибающая однопараметрического семейства кривых. Уравнения Клеро и Лагранжа. Особые решения ДУ.
13. Метод изоклин.

1.3.2 Дифференциальные уравнения высших порядков

1. Основные понятия. Формулировка теоремы существования и единственности решения задачи Коши для n-го порядка.
2. Основные способы понижения порядка для ДУ второго порядка.
3. Основные способы понижения порядка для ДУ порядка выше второго. Формула Коши.
4. Линейные ДУ: основные понятия и теоремы. Признаки линейной зависимости и линейной независимости частных решений линейного однородного ДУ n-го порядка. Структура общего решения линейного однородного ДУ n-го порядка. Фундаментальная система решений. Формула Остроградского-Луивилля.
5. Решение линейных однородных уравнений n-го порядка с постоянными коэффициентами.
6. Структура общего решения линейного неоднородного ДУ n-го порядка. Нахождение частного решения методом вариации произвольных постоянных.
7. Нахождение частного решения линейного неоднородного ДУ с постоянными коэффициентами и с правой частью специального вида
8. Колебания линейного осциллятора (на примере механического и электрического осцилляторов).
9. Уравнения Эйлера, Чебышева. Уравнения Бесселя. Свойства функции Бесселя. Частные случаи функций Бесселя. Ортогональность функций Бесселя и их корни. Разложение произвольной функции в ряд по функциями Бесселя.
10. Решение линейных однородных ДУ с переменными коэффициентами с помощью рядов.
11. Понижение порядка линейного однородного ДУ при известных частных решениях.
12. Элементы теории установившихся колебаний. Построение периодических решений линейных ДУ с постоянными коэффициентами с помощью тригонометрического ряда.
13. Решение уравнений колебаний с разрывным внешним воздействием путем «склеивания» частных решений.
14. Понятие о методе малого параметра.
15. Понятие о осцилляции решений линейного однородного ДУ второго порядка.

1.3.3 Системы дифференциальных уравнений

1. Основные понятия. Сведения системы ДУ к одному ДУ более высокого порядка (метод исключения).
2. Решение нормальной системы линейных однородных ДУ с постоянными коэффициентами методом Эйлера.
3. Нахождение частного решения нормальной системы линейных неоднородных ДУ методом вариации произвольных постоянных.
4. Первые интегралы системы ДУ.
5. Понятие о краевых задачах для ДУ.

1.3.4 Теория устойчивости решений дифференциальных уравнений

1. Непрерывная зависимость решения ДУ первого порядка и параметров от начальных условий на конечном отрезке изменения аргумента.
2. Понятие об устойчивости по Ляпунову решений системы ДУ.
3. Устойчивость систем линейных однородных уравнений с постоянными коэффициентами.

1.3.5 Дифференциальные уравнения первого порядка в частных производных

1. Квазилинейные ДУ с двумя независимыми переменными и их геометрическая интерпретация. Задача Коши.
2. Нелинейные ДУ с n независимыми переменными.

1.4 Теория вероятностей и математическая статистика

1. Последовательность независимых испытаний. Формула Бернулли. Асимптотика Пуассона для формулы Бернулли.
2. Непрерывная случайная величина. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Плотность вероятности случайной величины и ее свойства.
3. Характеристики положения случайной величины: математическое ожидание и его свойства, мода, медиана.
4. Характеристики разброса случайной величины: дисперсия и ее свойства, среднее квадратичное отклонение.
5. Совместное распределение вероятностей двух случайных величин. Условные функции распределения.
6. Закон распределения функции одного случайного аргумента, периодической функции, функции, не имеющей обратной.
7. Эмпирическая функция распределения, гистограмма распределения.
8. Статистические критерии Пирсона и Колмогорова о соответствии эмпирического и теоретического распределений.
9. Статистические оценки параметров распределения. Состоятельность, несмещенность и эффективность оценок. Оценивание при помощи доверительного интервала.
10. Числовые характеристики случайного процесса. Свойства корреляционной функции. Взаимная корреляционная функция и ее свойства.
11. Спектральная теория стационарных случайных процессов. Свойства спектральной плотности. Взаимная спектральная плотность.
12. Основные законы распределения случайной величины: нормальный, показательный, гамма-распределение.

1.5 Теория функций комплексного переменного

1. Комплексные числа. Геометрическая интерпретация. Тригонометрическая, показательная, алгебраическая формы комплексного числа. Операции с комплексными числами.
2. Функция комплексного переменного. Аналитическая функция, условия Коши-Римана.
3. Геометрический смысл аргумента и модуля производной аналитической функции. Понятие конформного отображения. Примеры конформных отображений.
4. Интеграл от функции комплексного переменного. Интегральные теоремы Коши. Интегральная формула Коши.
5. Изолированные особые точки. Разложение функции комплексного переменного

в ряд Лорана в окрестности особой точки. Типы особых точек. Понятие вычета функции комплексного переменного относительно особой точки. Приложение теории вычетов к вычислению интегралов.

6. Функция-оригинал. Преобразование по Лапласу. Решение дифференциальных уравнений с помощью преобразования Лапласа.
7. Свертка функций. Интегральные уравнения типа свертки.

1.6 Численные методы

1. Численные методы решения нелинейных уравнений. Сходимость метода итерации.
2. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Достаточные условия сходимости методов.
3. Интерполяция функций многочленами. Интерполяционные формулы Ньютона
4. Среднеквадратичное приближение. Метод наименьших квадратов.
5. Численные методы интегрирования. Оценка погрешности методов.
6. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Погрешности замены производных функции одной переменной через конечные разности. Разностные схемы для обыкновенных ДУ. Аппроксимация, устойчивость, сходимость.
7. Одномерные задачи механики деформируемого твердого тела. Вывод основных уравнений одномерных краевых задач, их матричная форма записи. Методы начальных параметров и прогонки, их погрешности. Аппроксимация граничных условий.
8. Конечноразностная аппроксимация производных от функций нескольких переменных.
9. Сеточные методы решения краевых задач в частных производных: метод сеток, метод коллокаций, метод наименьших квадратов.
10. Конечно-разностные схемы для уравнений теплопроводности, Лапласа и волнового уравнения. Сходимость, устойчивость и погрешность конечно-разностных схем, аппроксимация граничных условий.
11. Понятие о вариационных методах решения краевых задач в механике сплошных сред. Методы Ритца, Бубнова-Галеркина, обобщенные методы Ритца и Бубнова-Галеркина.
12. Метод конечных элементов. Основные типы конечных элементов в R^2 и R^3 , матрица жесткости для одного конечного элемента и системы конечных элементов. Представление напряженно-деформируемого состояния через перемещение узлов конечного элемента, основные соотношения для треугольных конечных элементов в плоской задаче теории упругости. Аппроксимация перемещения и способы повышения ее порядка. Трехмерная задача: основные соотношения для тетраэдра. Вывод основных уравнений МКЭ в варианте метода перемещений. Решение МКЭ линейных и нелинейных задач теории упругости.

1.7 Методы оптимизации

1. Постановка задачи линейного программирования. Прямой симплекс-метод. Алгебра прямого симплекс-метода.
2. Двойственная задача линейного программирования. Двойственный симплекс-метод. Экономическая интерпретация исходной и двойственной задач. Анализ устойчивости двойственных оценок.
3. Транспортная задача. Построение опорного плана. Метод потенциалов.
4. Целочисленное программирование. Метод Гомори. Метод ветвей и границ.
5. Обобщение метода множителей Лагранжа. Условия Куна-Таккера.
6. Задача выпуклого программирования. Теорема Куна-Таккера.

7. Градиентные методы. Метод допустимых направлений.

8. Динамическое программирование. Признак оптимальности. Вывод рекуррентного соотношения Беллмана. Анализ чувствительности решений задач динамического программирования.

1.8 Уравнения математической физики

1.8.1 Основные понятия и определения. Классификация уравнений второго порядка

1. Основные понятия о дифференциальных уравнениях (ДУ) с частными производными: решение, порядок ДУ, линейность, квазилинейность, однородность, вырождение. Понятие характеристической формы и классификация линейных ДУ второго порядка. Классификация ДУ высших порядков и систем ДУ высших порядков. Решение линейных и квазилинейных уравнений в частных производных первого порядка.
2. Классификация ДУ с двумя переменными. Характеристические кривые и характеристические направления. Приведение ДУ второго порядка с двумя переменными к каноническому виду.
3. Понятие об интегральных уравнениях, их классификация.

1.8.2 Вывод основных уравнений математической физики

1. Уравнения малых поперечных колебаний струны.
2. Уравнения малых продольных колебаний упругого стержня.
3. Уравнения колебаний мембраны. Вывод уравнений звуковых колебаний. Температурное поле, основной закон теплопроводности Фурье, вывод уравнений теплопроводности.
4. Задачи, сводящиеся к уравнений Лапласа: установившаяся температура в однородном теле, потенциальное течение несжимаемой жидкости.
5. Типы краевых условий. Постановка краевых задач.

1.8.3 Уравнения гиперболического типа

1. Решение волнового уравнения методом характеристик.
2. Задача Коши для волнового уравнения. Метод волн. Теорема о непрерывной зависимости решения задачи Коши от начальных данных. Физический смысл решения задачи Коши по формулам Даламбера.
3. Понятие об обобщенных решениях (на примере волнового уравния).
4. Решение задачи о колебаниях бесконечной струны с нагрузкой (решение неоднородного волнового уравнения).
5. Решение краевых задач для волнового уравнения на полупрямой и на отрезке по формулам Даламбера.
6. Задача Коши для гиперболического уравнения с двумя независимыми переменными (доказательство существования, сходимости и единственности решения).
7. Задача Гурса.
8. Решение задачи о колебаниях бесконечного объема. Формула Пуассона. Физическая интерпретация формулы Пуассона. Цилиндрические волны. Решение неоднородного волнового уравнении в R^3.

1.8.4 Метод Фурье

1. Метод Фурье для уравнения свободных колебаний струны (построение решения, доказательство равномерной сходимости ряда). Анализ решения волнового уравнения. Колебания струны под действием удара. Продольные колебания стержня.
2. Общая схема метода Фурье для уравнения гиперболического типа. Задача Штурма-Луивилля. Собственные числа и собственные функции задачи Штурма-Луивилля и

их свойства.

3. Вынужденные колебания струны, закрепленной на концах. Вынужденные колебания струны с подвижными концами.
4. Единственность решения смешанной задачи.
5. Оператор Лапласа в криволинейных координатах.
6. Свободные колебания прямоугольной мембраны. Узловые линии.
7. Малые радиальные колебания газа в сфере.
8. Радиальные колебания газа в неограниченной цилиндрической трубе.

1.8.5 Уравнения гиперболического типа

1. Постановка краевых задач для одномерного уравнения теплопроводности. Теорам о максимуме и минимуме для уравнения параболического типа. Единственность решения задачи Коши о распространении тепла на бесконечной прямой.
2. Применение метода Фурье к решению уравнений параболического типа: задача об охлаждении через его границу, шара через его поверхность, бесконечного цилиндра через его боковую поверхность.
3. Обобщение функции Хевисайда и δ - функция Дирака и их свойства.
4. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности (функция Грина) на прямой. Построение функции Грина.
5. Решение задачи о распространении тепла на бесконечной прямой при помощи функции Грина и преобразования Лапласа. Решение задача на полупрямой. Решение задачи о распространении тепла в трехмерном (двумерном пространстве).

1.8.6 Уравнения эллиптического типа

Уравнения Лапласа и Пуассона, постановка краевых задач. Формула Грина. Простейшие свойства гармонических функций. Единственность решения краевых задач. Методы решения краевых задач. Методы решения краевых задач для уравнений эллиптического типа: метод Фурье, метод Грина. Задача Неймана, неединственность решения. Фундаментальные решения уравнений Лапласа. Формула Пуассона для шара и круга. Теория потенциала. Сведения краевых задач для уравнений эллиптического типа к интегральному уравнению.

1.8.7 Основные сведения об интегральных уравнениях

Классификация линейных интегральных уравнений. Задачи, приводящие к интегральным уравнениям. Интегральные уравнения с вырожденными ядрами. Существование решения. Понятие о приближенных методах решения уравнений Фредгольма второго рода.

1.9 Теория оптимального управления

1. Общая постановка и классификация задач оптимизации.
2. Общая постановками формулировка задачи оптимального управления.
3. Формулировка и техника применения принципа максимума Понтрягина в задачах оптимального управления динамическими системами.
4. Доказательство принципа максимума Понтрягина в задачах оптимального управления со свободным правым концом траектории.
5. Доказательство принципа максимума Понтрягина в задачах оптимального управления с подвижным правым концом траектории.

1.10 Информатика

1. Понятие алгоритма и его свойства.
2. Средства записи алгоритмов. Пример.

3. Основные алгоритмические конструкции (следование, ветвление, выбор, цикл).
4. Структура и принципы организации ЭВМ.
5. Структура данных .(массивы, записи, объединения).
6. Способы организации данных (линейные, списки, стеки, деревья).
7. Алгоритмы сортировки.
8. Алгоритмы поиска.

1.11 Языки программирования и методы трансляции

1. Краткая характеристика языка Паскаль.
2. Краткая характеристика языка Си (Си$^{+}$).
3. Принципы объектно-ориентированного программирования (инкапсуляция, наследование, полиморфизм).
4. Типы трансляторов (компиляторы и интерпретаторы). Основные фазы компиляции.

1.12 Прикладное и системное программирование

1. Текстовый процессор Word и его возможности для работы с текстом.
2. Электронные таблицы Excell и их возможности.
3. Реализация деловой и иллюстративной графики на ПК.
4. Пакет прикладных программ для научных и инженерных расчетов Matcad и его возможности.
5. Особенности методов искусственного интеллекта и их реализация на ПК.
6. Основные функции операционной системы. ПК и их реализация в MS-DOS.
7. Организация оперативной памяти ПК.
8. Организация и работа внешней памяти ПК.
9, Файловая система и ее организация операционной системы MS-DOS.
10. Работа ЭВМ в мультипрограммном режиме.

1.13 База данных и экспертные системы

1. Таблицы в «Access» и работа над ними.
2. Функциональное назначение запросов и работа с ними в «Access».
3. Функциональное назначение форм и работа с ними в «Access».
4. Отчеты в «Access» и работа с ними.
5. Функциональное назначение макросов и работа с ними в «Access».
6. Метод логического программирования.
7. Схема исчисления логический предикатов на языке ПРОЛОГ.
8. Особенности программирования на языке ПРОЛОГ.
9. Механизмы поиска цели при прямой и обратной цепочках рассуждений в продукционных экспертных системах.
10. Методы анализа текста при общении с компьютером на естественном языке.

Список рекомендованной литературы

1. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл.Н. Математический анализ. Учебн. В 2 частях. М.: изд-во МГУ, 2004.
2. Александров П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. СПб.: Лань, 2009, 512 с.
3. Беклемишев Д.В. Дополнительные главы линейной алгебры. СПб: Лань, 2008. 496 с.
4. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. СПб: Лань, 2008. 432 с.

5. Фадеев Д.К., Фадеев В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. СПб: Лань, 2009. 736 с.
6. Васильева А.Б., Тихонов Н.А. Интегральные уравнения. СПб: Лань, 2009. 160 с.
7. Фихтенгольц Г.Н. Курс дифференциального исчисления (в трех томах). СПб: Лань, 2009. 2080 с.
8. Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций. СПб: Лань, 2011. 464 с.
9. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1971. 240 с.
10. Петровский И.Ю. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1970. 280 с.
11. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1982. 331 с.
12. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г, Дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1985. 231 с.
13. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Наука, 1969. 424 с.
14. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики: Учеб. пособие. М.: Наука, 1977. 735 с.
15. Смирнов В.И. Курс высшей математики: Учеб. В 4т.2. М.: Наука, 1981. 655 с.
16. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных: Учеб. пособие М.: Наука, 1983. 424 с.
17. Будак Б.М,, Самарский А.А,, Тихонов А.Н, Сборник задач по математической физике: Учеб. пособие. М.: Наука, 1982. 336 с.
18. Бицадзе А.В. Уравнения математической физики: Учеб. пособие. М.: Наука, 1982. 336 с.
19. Владимиров В.С. Уравнения математической физики: Учеб. пособие. М.: Наука, 1981. 512 с.
20. Кошляков Н.С. и др. Уравнения в частных производных математической физики. Учеб. пособие. М.: Высш. шк, 1970. 710 с.
21. Рапопорт Э.Я. Анализ и синтез автоматического управления с распределенными параметрами. Учебное пособие. М.: Высшая школа, 2005. 292 с.
22. Рапопорт Э.Я. Оптимальное управление системами с распределенными параметрами. Учебное пособие. М.: Высшая школа, 2009. 677 с.
23. Рапопорт Э.Я. Структурное моделирование объектов и систем управления с распределенными параметрами Учебное пособие. М.: Высшая школа, 2003. 299 с.
24. Бутковский А.Г, Методы управления системами с распределенными параметрами. М.: Наука, 1975.
25. Васильев Ф.П, Методы решения экстремальных задач. М.: наука, 1981.
26. Лурье К.А, Оптимальное управление в задачах математической физики. М,: Наука, 1975.
27. Васильев Ф.П. Методы оптимизации. М.: Факториал Пресс, 2002.
28. Лионс Ж.-Л. оптимальное управление системами, описываемыми уравнениями с частными производными. М.: Мир, 1972.
29. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В. и др. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1983. 392 с.
30. Маричев О.И., Килбас А.А., Репин О.А. Краевые задачи для уравнений с частными производными с разрывными коэффициентами. Самара: изд-во Самар.экон.ун-та, 2008.276 с.
31. Нахушев А.М. Задачи со смещением для уравнений в частных производных. М.: Наука, 2006. 287 с.
32. Лренер М.Е. Принцип максимума и краевые задачи для гиперболических уравнений смешанного типа в неклассических областях. Самара: Самар.гос.техн.ун-т, 2001. 194 с.
33. Гюнтер Н.Н., Курс вариационного исчисления. СПб.: Лань, 2009. 320 с.
34. Прасолов А.В. Динамические модели с запаздыванием и их приложения в экономике и инженерии. СПб.: Лань, 2010. 192 с.

35. Прасолов А.В. Математически методы экономической динамики. СПб.: Лань, 2011. 352 с.